

Министерство образования Республики Беларусь
Филиал БНТУ
«Минский государственный политехнический колледж»

Электронное учебно-методическое пособие
по учебной дисциплине

«Техническая механика»

для специальностей:

2-36 01 01 Технология машиностроения (по направлениям)
2-36 01 06 Оборудование и технология сварочного производства
(по направлениям)

Минск 2020

Автор:
Мельникович В.В.

Рецензенты:
Маковеева А.М., преподаватель спецдисциплин филиала БНТУ «МГПК»,
Буйкус К.В., доцент кафедры «Техническая эксплуатация автомобилей»,
автотракторный факультет БНТУ, к.т.н., доцент.

Электронное учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельного и дистанционного изучения учебной дисциплины «Техническая механика» учащимися специальностей: 2-36 01 01 Технология машиностроения (по направлениям), 2-36 01 06 Оборудование и технология сварочного производства (по направлениям)

Белорусский национальный технический университет.
Филиал БНТУ “Минский государственный политехнический колледж”.
пр - т Независимости, 85, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.: (017) 292-13-42 Факс: 292-13-42
E-mail: mgpk@bntu.by
<http://www.mgpk.bntu.by>
Регистрационный № БНТУ/ МГПК- 86.2020

© БНТУ, 2020
© Мельникович В.В., 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка.

Междисциплинарные связи.

Перечень существенных и несущественных ошибок.

Критерии оценки результатов учебной деятельности учащихся.

Перечень разделов и тем.

Теоретический материал.

Введение.

Раздел 1. Теоретическая механика.

1.1. Статика.

1.1.1 Основные понятия и аксиомы статики. Связи и реакции связей.

1.1.1.1. Материальная точка, абсолютно твердое тело. Сила, система сил. Равнодействующая сила.

1.1.1.2. Задачи и аксиомы статики.

1.1.1.3. Связи и их реакции.

1.1.2. Системы сходящихся сил.

1.1.2.1. Сложение плоской системы сходящихся сил. Силовой многоугольник.

1.1.2.2. Условия и уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил в геометрической и аналитической форме.

1.1.3. Системы произвольно расположенных и параллельных сил.

1.1.3.1. Момент силы относительно точки. Пара сил. Момент пары сил

1.1.3.2. Приведение силы и системы сил к данному центру.

1.1.3.3. Балки, классификация нагрузок.

1.1.3.4. Условия и уравнения равновесия плоской системы произвольно расположенных сил.

1.1.3.5. Пространственная система сходящихся сил.

1.1.3.6. Условия и уравнения равновесия ПрСПРС и параллельных сил.

1.1.3.7. Применение уравнений равновесия для определения опорных реакций статически определимых плоско нагруженных балок.

1.1.4. Связи с трением. Трением скольжения и качения.

1.1.4.1. Трение скольжения и качения.

1.1.4. Центр параллельных сил и центр тяжести. Устойчивость равновесия.

1.1.4.1. Центр параллельных сил и центр тяжести.

1.2. Кинематика.

1.2.1. Основные понятия кинематики.

1.2.1.1. Кинематика как наука о механическом движении.

1.2.2. Кинематика точки.

1.2.2.1. Способы задания движения точки.

1.2.2.2. Уравнения движения. Виды движения точки. Средняя скорость, ускорение.

1.2.3. Простейшие движения твердого тела.

1.2.3.1. Поступательное движение его свойства. Вращательное движение: угловая скорость и угловое ускорение.

1.2.4. Сложное движение точки.

1.2.4.1. Переносное, относительное и абсолютное движение.

1.2.5. Сложное движение твердого тела.

1.2.5.1. Плоскопараллельное движение тела и его разложение на поступательное и вращательное.

1.3. Динамика

1.3.1. Основные понятия и аксиомы динамики.

1.3.1.1. Аксиомы и задачи динамики.

1.3.2. Движение материальной точки Метод кинетостатики.

1.3.2.1. Свободная и несвободная точка. Силы инерции. Принцип Д'Аламбера

1.3.3. Работа и мощность.

1.3.3.1. Работа и мощность при поступательном и вращательном движении тела.

1.3.4. Общие теоремы динамики.

1.3.4.1. Импульс силы, количество движения, теорема об изменении количества движения

Раздел 2. Сопротивление материалов.

2.1. Основные положения.

2.1.1. Основные задачи науки о сопротивлении материалов. Основные гипотезы и допущения. Метод сечений.

2.2. Растяжение и сжатие.

2.2.1. Продольные силы и нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса

2.2.2. Закон Гука. Продольная и поперечная деформация

2.2.3. Испытания материалов. Диаграмма растяжения и сжатия низкоуглеродистой стали, ее параметры.

2.2.4. Предельные, расчетные и допускаемые напряжения. Коэффициент запаса прочности.

2.2.5. Геометрические характеристики плоских сечений.

2.3. Срез и смятие.

2.3.1. Понятие о срезе и смятии, условность расчета, основные допущения, расчетные формулы.

2.4. Кручение. Срез с кручением.

- 2.4.1. Внутренние силовые факторы при кручении, крутящий момент. Построение эпюр крутящих моментов.
- 2.4.2. Кручение бруса круглого поперечного сечения. Угол закручивания бруса.
- 2.4.3. Условие прочности и жесткости при кручении. Расчет на прочность и жесткость
- 2.4.4. Совместное действие среза и кручения. Методика расчета цилиндрических винтовых пружин.

2.5. Изгиб.

- 2.5.1. Классификация видов изгиба. Внутренние силовые факторы.
- 2.5.2. Дифференциальная зависимость между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивность нагрузки (Теорема Журавского).
- 2.5.3. Методика построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.
- 2.5.4. Чистый изгиб. Зависимость между изгибающим моментом и кривизной оси бруса. Нормальные напряжения.
- 2.5.5. Условие прочности при изгибе. Расчет на прочность при изгибе.
- 2.5.6. Понятия о касательных напряжениях. Формула Журавского.
- 2.5.7. Условие жесткости и расчеты на жесткость при изгибе.

2.6. Растяжение (сжатие) и изгиб бруса большой жесткости.

- 2.6.1. Совместное действие изгиба и растяжение (сжатия) бруса большой жесткости.

2.7 Изгиб с кручением; кручение с растяжением (сжатие).

- 2.7.1. Теории прочности.
- 2.7.2. Расчет бруса круглого поперечного сечения на изгиб с кручением.

2.8 Устойчивость сжатых стержней.

- 2.8.1. Устойчивые и неустойчивые формы равновесия. Критическая сила. Формула Эйлера для определения критической силы.

Раздел 3. Детали машин.

3.1. Основные положения и понятия.

- 3.1.1. Классификация машин и механизмов. Требования, предъявляемые к машинам, деталям и сборочным единицам.
- 3.2. Усталостное разрушения деталей и их причины. Контактные напряжения и контактная прочность.

3.2. Общие сведения о механических передачах, их классификация.

- 3.2.1. Классификация, сравнительные характеристики механических передач.

3.3. Фрикционные передачи.

- 3.3.1. Классификация, принцип работы и устройство фрикционных передач.

3.4. Зубчатые передачи.

- 3.4.1. Классификация, принцип работы и область применения зубчатых передач.
- 3.4.2. Методы изготовления зубчатых колес.
- 3.4.3. Основные кинематические и геометрические соотношения в цилиндрических передачах.
- 3.4.4. Конические передачи. Расчет конических зубчатых передач.
- 3.4.5. Виды разрушения зубьев. Критерии работоспособности зубчатых передач.
- 3.4.6. Расчет зубчатых передач на прочность при изгибе.
- 3.4.7. Устройство, принцип работы и область применения планетарных и волновых передачи.
- 3.5. Передача винт-гайка.**
 - 3.5.1. Классификация, устройство и принцип работы передачи винт-гайка.
 - 3.5.2. Расчет элементов передач скольжения на износостойкость.
- 3.6. Червячные передачи.**
 - 3.6.1. Классификация, устройство и принцип работы червячной передачи.
 - 3.6.2. Критерии работоспособности и расчет элементов червячной передачи.
- 3.7. Цепные передачи.**
 - 3.7.1. Классификация, устройство и принцип работы цепной передачи.
- 3.8. Ременные передачи.**
 - 3.8.1. Классификация, устройство и принцип работы ременной передачи.
- 3.9 Валы и оси.**
 - 3.9.1. Назначение, классификация, конструктивные элементы и материалы валов и осей.
 - 3.9.2. Критерии работоспособности и расчет валов и осей на прочность.
- 3.10. Опоры осей и валов.**
 - 3.10.1. Классификация, устройство и область применения подшипников скольжения.
 - 3.10.2. Классификация, устройство и область применения подшипников качения
 - 3.10.3. Расчет подшипников скольжения на износостойкость и теплостойкость. Расчет подшипников качения на долговечность.
- 3.11. Сварные, заклепочные, паянные и клеевые соединения.**
 - 3.11.1. Классификация сварных и заклепочных соединений. Допускаемые напряжения.
 - 3.11.2. Паяные, клеевые соединения. Особенности расчета соединений.
- 3.12. Штифтовые, шпоночные, шлицевые соединения.**
 - 3.12.1. Штифтовые и шпоночные соединения. Конструкции. Материалы. Допускаемые напряжения. Типы шпонок.

3.12.2. Классификация шлицевых соединений. Расчет шлицевых соединений.

3.13. Резьбовые соединения.

3.13.1. Классификация и геометрические параметры резьбы. Силовые соотношения в резьбе.

3.13.2. Распределение нагрузки по виткам резьбы. Расчет резьбы на прочность.

3.14. Соединение с натягом.

3.14.1. Цилиндрические и конические соединения с натягом. Проверка прочности деталей соединения.

3.15. Муфты. Редукторы и мотор-редукторы.

3.15.1. Назначение, классификация и принцип действия муфт. Подбор муфт по расчетному моменту.

3.16. Основы проектирования и конструирования деталей машин.

3.16.1. Общие принципы проектирования и конструирования деталей машин.

Самоконтроль знаний.

Контрольные вопросы по разделу 1. Теоретическая механика (Статика).

Контрольные вопросы по разделу 1. Теоретическая механика (Кинематика).

Контрольные вопросы по разделу 1. Теоретическая механика (Динамика).

Контрольные вопросы по разделу 2. Сопротивление материалов.

Контрольные вопросы по разделу 3. Детали машин.

Методические рекомендации для выполнения лабораторных работ.

Лабораторная работа №1 Определение коэффициента трения скольжения с помощью наклонной плоскости. Расчет силы трения для различных материалов.

Лабораторная работа №2 Определение центра тяжести плоских фигур опытным и расчетным путем. Сравнение и анализ полученных результатов.

Лабораторная работа №3 Испытание материалов на растяжение. Расчет механических характеристик.

Лабораторная работа №4 Испытания на сжатие образцов из пластичных и хрупких материалов.

Лабораторная работа №5 Испытание стального образца на срез.

Лабораторная работа №6 Определение модуля сдвига при кручении стержня круглого поперечного сечения.

Лабораторная работа №7 Определение критической силы сжатого стержня.

Лабораторная работа №8 Изучение конструкции зубчатого редуктора и определение параметров зацепления.

Лабораторная работа №9 Изучение конструкции червячного редуктора и определение параметров зацепления.

Методические рекомендации для выполнения практических работ.

Практическая работа №1 Решение задач на равновесие.

Практическая работа №2 Определение центров тяжести плоских фигур, составленных из профилей проката.

Практическая работа №3 Расчет на прочность и жесткость при деформации кручения.

Практическая работа №4 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

Практическая работа №5 Расчет вала редуктора на прочность при изгибе с кручением.

Практическая работа №6 Расчет плоскоременных передач.

Перечень вопросов для подготовки к обязательным контрольным работам.

Обязательная контрольная работа №1

Обязательная контрольная работа №2

Обязательная контрольная работа №3

Обязательная контрольная работа №4

Перечень вопросов для подготовки к экзамену.

Литература.

Обратная связь.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Электронное учебно-методическое пособие (ЭУМП) может использоваться преподавателями, учащимися дневной и заочной формы получения образования для самостоятельного и дистанционного изучения материала учебной дисциплины «Техническая механика».

ЭУМП содержит оглавление с возможностью перехода к избранному разделу, систему гиперссылок, навигацию с помощью кнопок перехода «Назад», «Содержание», систему полнотекстового поиска. Теоретический раздел оснащен следующими кнопками:

- «Содержание», позволяющей вернуться в папку с перечнем тем;
- «Назад», позволяющей вернуться к учебному материалу по данной теме;
- «Обратная связь», содержащей анкету рефлексии;
- «Контрольные вопросы», позволяющей перейти к вопросам по изучаемой теме;

Программой по учебной дисциплины «Техническая механика» предусматривается изучение будущими техниками основных законов механики, условий равновесия материальных тел, основ расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций, сведений о принципах действия, устройстве и области применения распространенных деталей машин и механизмов.

Данная учебная дисциплина состоит из трех разделов: «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов»; «Детали машин».

Изучение учебной дисциплины основывается на знаниях, полученных учащимися по математике, физике, материаловедению и инженерной графике. В свою очередь, знание программного материала по технической механике послужит базой при изучении специальных дисциплин.

[Содержание](#)

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ СВЯЗИ

*Междисциплинарные связи для специальности
«Технология машиностроения»
(по направлениям)*



*Междисциплинарные связи для специальности:
«Оборудование и технология сварочного производства»
(по направлениям)*



Содержание

ПЕРЕЧЕНЬ СУЩЕСТВЕННЫХ И НЕСУЩЕСТВЕННЫХ ОШИБОК

Существенные ошибки:

В изложении теоретического материала:

1. Затруднения в стандартном изложении терминов, определений, понятий, аксиом и теорем в области основных разделов технической механики.
2. Затруднения в определении условий равновесия стержневых и балочных систем, нагруженных плоскими и пространственными системами сил.
3. Ошибки в описании основных кинематических зависимостей при равномерном и равнопеременном движении точки, при вращательном движении твердого тела, основных кинематических и силовых характеристик для одно- и многоступенчатых передач.

При выполнении практических и расчетно-графических работ:

1. Затруднения в выборе расчетной схемы (модели) конструкции для соответствующих расчетов по основным разделам технической механики.
2. Ошибки при составлении уравнений равновесия.
3. Ошибки при построении эпюр внутренних силовых факторов при различных видах деформации и затруднения в выборе опасных сечений.
4. Затруднения в выборе рациональных сечений в расчетах на прочность и жесткость при различных видах деформации.
5. Ошибки в определении размерностей величин.

Несущественные ошибки

В изложении теоретического материала:

1. Неточности в стандартном изложении терминов, определений, понятий, аксиом и теорем в области основных разделов технической механики.
2. Неполное раскрытие тем.

При выполнении практических и расчетно-графических работ:

1. Неточности в соблюдении нормативно-методических документов при оформлении практических и расчетно-графических работ.
2. Неаккуратное оформление практических и расчетно-графических работ.
3. Применение нерационального способа решения задач механики.

Содержание

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Отметка в баллах	Показатели оценки
1 (один)	Узнавание отдельных объектов изучения программного учебного материала, предъявленных в готовом виде (основных терминов, понятий, определений в области технической механики и т. д.)
2 (два)	Различение объектов изучения программного учебного материала, предъявленных в готовом виде (основных терминов, понятий, определений в области технической механики и т. д.); осуществление соответствующих практических действий (определение проекций сил, моментов сил относительно точки и т. д.)
3 (три)	Воспроизведение части программного учебного материала по памяти (фрагментарный пересказ и перечисление основных терминов, понятий, определений и основных законов технической механики и т. д.); осуществление умственных и практических действий по образцу (выполнение расчетов по определению проекций сил, моментов силы относительно точки и т. д.)
4 (четыре)	Воспроизведение большей части программного учебного материала (сила, реакции связи, аксиомы, момент относительно точки, виды нагрузок, внутренние силовые факторы, определение реакции в различных видах балки); применение знаний в знакомой ситуации по образцу (выполнение расчетов по определению реакций связей и т. д.); наличие единичных существенных ошибок.
5 (пять)	Осознанное воспроизведение программного учебного материала (описание общих законов движения и равновесия материальных тел, методов расчета элементов конструкций, устройства деталей машин и механизмов с объяснением принципа их действия); применение знаний в знакомой ситуации по образцу (выполнение расчетов по определению реакций связей, построение эпюр и т. д.); наличие несущественных ошибок.
6 (шесть)	Полное знание и осознанное воспроизведение всего программного учебного материала (описание и объяснение общих законов механики, методов расчета, устройства, области применения деталей машин и механизмов, обоснование закономерных связей, приведение примеров из практики и т. д.); выполнение заданий по образцу, на основе предписаний; наличие несущественных ошибок
7 (семь)	Полное, прочное знание и воспроизведение программного учебного материала; владение программным учебным материалом в знакомой ситуации (развернутое описание и объяснение общих законов механики, объектов изучения, методов расчета, формулирование выводов и т. д.); недостаточно самостоятельное выполне-

Отметка в баллах	Показатели оценки
	ние задач и заданий; наличие единичных несущественных ошибок.
8 (восемь)	Полное, прочное, глубокое знание и воспроизведение программного учебного материала; оперирование программным учебным материалом в знакомой ситуации (развернутое описание и объяснение законов механики, раскрытие сущности объектов изучения, формулирование выводов и т. д.); самостоятельное выполнение заданий (определение нормальных напряжений при прямом чистом изгибе и т. д.; решение задач); наличие единичных несущественных ошибок
9 (девять)	Полное, прочное, глубокое, системное знание программного учебного материала; оперирование программным учебным материалом в частично измененной ситуации (применение учебного материала на основе известных правил, предписаний, поиск новых способов решения учебных задач, выдвижение предположений и гипотез, наличие действий и операций творческого характера при выполнении заданий)
10 (десять)	Свободное оперирование программным учебным материалом, применение знаний и умений в незнакомой ситуации (самостоятельные действия по формированию правил, построению алгоритмов для выполнения заданий, демонстрация рациональных способов решения задач, выполнению творческих работ и заданий)

Примечание. При отсутствии результатов учебной деятельности обучающимся выставляется «0» (ноль) баллов.

Содержание

ПЕРЕЧЕНЬ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ

Раздел, тема	Количество часов		
	Всего	В том числе	
		на практиче- ские занятия	на лабора- торные за- нятия
Введение	1		
Раздел 1. Теоретическая механика	51	4	4
<i>1.1 Статика</i>	33	4	4
1.1.1 Основные понятия и аксиомы статики. Связи и реакции связей	4		
1.1.2 Системы сходящихся сил	6		
<u>Практическая работа №1</u> Решение задач на равновесие		2	
1.1.3 Системы произвольно расположенных и параллельных сил	12		
1.1.4 Связи с трением. Трением скольжения и качения	4		
<u>Лабораторная работа №1</u> Определение коэф- фициента трения скольжения с помощью наклонной плоскости. Расчет силы трения для различных материалов			2
1.1.5 Центр параллельных сил и центр тяже- сти. Устойчивость равновесия	6		
<u>Практическая работа №2</u> Определение цен- тров тяжести плоских фигур, составленных из профилей проката		2	
<u>Лабораторная работа №2</u> Определение центра тяжести плоских фигур опытным и расчетным путем. Сравнение и анализ полученных ре- зультатов	1		2
<i>Обязательная контрольная работа №1</i>	10		
<i>1.2 Кинематика</i>	1		
1.2.1 Основные понятия кинематики	3		
1.2.2 Кинематика точки	2		
1.2.3 Простейшее движение твердого тела	2		
1.2.4 Сложное движение точки	2		
1.2.5 Сложное движение твердого тела	8		
<i>1.3 Динамика</i>	2		
1.3.1 Основные понятия и аксиомы динамики			
1.3.2 Движение материальной точки. Метод кинетостатики	2 2		
1.3.3 Работа и мощность	1		
1.3.4 Общие теоремы динамики	1		
<i>Обязательная контрольная работа № 2</i>	62	6	10
Раздел №2 Сопротивление материалов	2		
2.1 Основные положения	13		
2.2 Растяжение и сжатие			

Раздел, тема	Количество часов		
	Всего	В том числе	
		на практиче- ские занятия	на лабора- торные за- нятия
<u>Лабораторная работа №3</u> Испытание материа- лов на растяжение Расчет механических ха- рактеристик			2
<u>Лабораторная работа №4</u> Испытания на сжатие образцов из пластичных и хрупких материалов			2
<i>Обязательная контрольная работа №3</i>	1		
2.3 Срез и смятие	4		
Лабораторная работа №5 Испытание стального образца на срез	12		2
2.4 Кручение. Срез с кручением			
<u>Практическая работа №3</u> Расчет на прочность и жесткость при деформации кручения.		2	
<u>Лабораторная работа №6</u> Определение модуля сдвига при кручении стержня круглого сече- ния	17		2
2.5 Изгиб		2	
<u>Практическая работа №4</u> Построение эпюр по- перечных сил и изгибающих моментов.	1		
<i>Обязательная контрольная работа №4</i>			
2.6 Растяжение (сжатие) и изгиб бруса боль- шой жесткости	2		
2.7 Изгиб с кручением. Кручение с растяжени- ем (сжатием)	6	2	
<u>Практическая работа №5</u> Расчет вала редукто- ра на прочность при изгибе и кручением	4		
2.8 Устойчивость сжатых стержней			2
<u>Лабораторная работа №7</u> Определение крити- ческой силы сжатого стержня	66	2	4
Раздел №3 Детали машин	4		
3.1 Основные положения и понятия			
3.2 Общие сведения о механических переда- чах, их классификация	2		
3.3 Фрикционные передачи	2		
3.4 Зубчатые передачи	16		2
<u>Лабораторная работа №8</u> Изучение конструк- ции зубчатого редуктора и определение пара- метров зацепления	4		
3.5 Передача винт-гайка	6		
3.6 Червячные передачи			
<u>Лабораторная работа №9</u> Изучение конструк- ции червячного редуктора и определение па- раметров зацепления	2		2
3.7 Цепные передачи	4		
3.8 Ременные передачи		2	
<u>Практическая работа № 6</u> Расчет			

Раздел, тема	Количество часов		
	Всего	В том числе	
		на практиче- ские занятия	на лабора- торные за- нятия
плоскоременных передач	4		
3.9 Валы и оси	6		
3.10 Опоры осей и валов (подшипники)			
3.11 Сварные, заклепочные, паяные и клеевые соединения	4		
3.12 Штифтовые, шпоночные, шлицевые со- единения	4		
3.13 Резьбовые соединения	4		
3.14 Соединения с натягом	2		
3.15 Муфты, редукторы и моторы-редукторы	1		
3.16 Основы проектирования и конструирова- ния деталей машин	1		
Курсовое проектирование	20		
Итого	200	12	18

Содержание

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Введение

Техническая механика — это общетехнический курс, включающий основные сведения из нескольких самостоятельных предметов.

Основные задачи этого курса следующие.

1. Изучение общих законов движения и равновесия материальных тел.
- 2 Изучение методов расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.
3. Изучение устройства, области применения; основ расчета и конструирования деталей машин и механических устройств общего назначения.

Эти задачи рассматриваются в трех частях курса: часть первая — теоретическая механика; часть вторая — сопротивление материалов; часть третья — детали машин.

Теоретическая механика — раздел физики, в котором изучается механическое движение тел, т. е. изменение положения их относительно друг друга с течением времени. Поскольку состояние покоя есть частный случай движения, то одной из задач теоретической механики является изучение равновесия материальных тел.

Как и в любой другой науке, в теоретической механике используется метод абстракции. При изучении движения отбрасывается все частное, случайное, менее существенное, а рассматривается только то, что в данной задаче является определяющим. Так мы приходим к двум существенным для теоретической механики абстрактным понятиям.

Если при движении материального тела отсутствует различие в движении отдельных его точек или в данной ситуации это различие пренебрежимо мало, то размерами тела можно пренебречь и рассматривать это материальное тело как материальную точку. Материальная точка, как и материальное тело, обладает свойством инертности и способностью взаимодействовать с другими материальными телами.

Вторым абстрактным понятием является понятие абсолютно твердого тела. Это такое тело, которое сохраняет свою геометрическую форму неизменной (расстояние между двумя любыми точками тела в процессе движения остается неизменным) независимо от действия других тел.

Движение материальных тел происходит в пространстве и времени. За пространство принимают евклидово трехмерное пространство. В пространстве вводят систему отсчета, понимая под ней совокупность тел отсчета (с которым связаны координатные оси) и часов. Время принимают абсолют-

ным.

Теоретическая механика включает в себя три раздела: статику, кинематику, динамику.

В **статике** изучаются методы преобразования одних систем тел в другие, эквивалентные данным, выясняются условия равновесия, а также положения равновесия.

В **кинематике** рассматривается движение тел с чисто геометрической точки зрения, т. е. без учета силовых взаимодействий.

В **динамике** движение тел изучается с учетом их силового взаимодействия.

В курсе **«Сопротивление материалов»**, основанном на общих законах механики, на результатах экспериментального определения свойств материалов, изучается в простейшей постановке механика твердых деформируемых тел, т. е. тел, которые при нагружении изменяют свою форму (деформируются). В деформируемых телах при действии сил происходит изменение расстояний между точками тела. В сопротивлении материалов в основном при статическом нагружении определяются внутренние силы и законы их распределения, взаимные перемещения точек тела, а также устанавливаются критерии прочности, жесткости и устойчивости, которые позволяют определить безопасные размеры конструктивных элементов (проектировочный расчет) или допускаемую эксплуатационную нагрузку.

Детали машин являются первым из расчетно-конструкторских курсов, в котором изучают основы проектирования и конструирования машин и механизмов.

Любая машина (механизм) состоит из отдельных деталей.

Деталь – такая часть машины, которую изготавливают без сборочных операций. Отдельные детали объединяют в узлы.

Узел представляет собой законченную сборочную единицу, состоящую из ряда деталей, имеющих общее функциональное назначение.

Среди большого разнообразия деталей и узлов различают те, которые используются практически во всех машинах и механизмах, они называются **узлами и деталями общего назначения**; узлы и детали, которые используются в специфических механизмах.

В курсе «Детали машин» изучаются узлы и детали общего назначения.

Механизм – система взаимосвязанных единиц, предназначенных для преобразования и изменения движения.

Машина – совокупность механизмов, образующих функционально-замкнутую систему преобразования энергии с целью частичной или полной

замены производственной деятельности человека.

В современных условиях информационного и программного обеспечения инженерного труда подход к изучению механики должен быть несколько изменен. Высококвалифицированный специалист для получения требуемого проектного или конструкторского решения, работая в той или иной информационной среде, должен владеть в первую очередь общими законами механики, чтобы грамотно сформулировать задачу и выбрать соответствующую модель. Такой подход при подготовке специалистов позволяет исключить необходимость перегружать его конкретными знаниями, но требует безусловного освоения общих законов механики недеформируемых и деформируемых твердых тел.

<u>Содержание</u>		<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

Раздел 1. Теоретическая механика

1.1. Статика

1.1.1. Основные понятия и аксиомы статики. Связи и реакции связей

1.1.1.1. Материальная точка, абсолютно твердое тело. Сила, система сил Равнодействующая сила

Объектом изучения теоретической механики служат не реальные тела, которые имеют форму размеры, массу и другие свойства, а наделенные идеальными свойствами их абстрактные образы (модели):

1) **Материальная точка** – геометрическая точка, обладающая массой. Так при решении некоторых задач механики формой и размерами реальных тел пренебрегают, считая их материальными точками.

2) **Абсолютно твердое тело** – такое материальное тело, в котором расстояние между любыми двумя точками всегда остается неизменным, т.е. недеформируемое тело.

Способность тел сопротивляться изменению их формы и размеров называют **жесткостью**. Поэтому тела с абсолютно неизменяемыми размерами и формой следует считать не только абсолютно твердыми, но абсолютно жесткими.

Любое абсолютно твердое тело рассматривают как систему материальных точек, неизменно связанных между собой, т.е. лишенных возможности перемещаться относительно друг друга. Для краткости абсолютно твердое тело называют просто **твердым телом**.

В статике изучают условия равновесия абсолютно твердого тела под действием различных систем сил. Под **равновесием** тел понимают покой или равномерное и прямолинейное движение относительно условно неподвижной системы отсчета. Такой системой отсчета при изучении механики является Земля.

Материальные тела находятся друг с другом во взаимодействии.

Мера механического действия одного материального тела на другое называется **силой**.

Сила величина **векторная**, она определяется:

- 1) **модулем** (числовым значением); модуль силы будем обозначать – F, Q, R, N ;
- 2) **направлением действия**; вектор силы будем обозначать – $\vec{F}, \vec{Q}, \vec{R}, \vec{N}$;
- 3) **точкой приложения** – местом контакта взаимодействующих тел.

Графическое изображение силы в виде направленного отрезка см. на рисунке 1.1.

Обычно начало (т. А на рисунке 1.1) или конец вектора (т. В) совпадают с точкой приложения силы. Стрелка указывает направление действия силы.

Линия действия силы (ЛДС) – прямая, вдоль которой направлен вектор, изображающий силу.

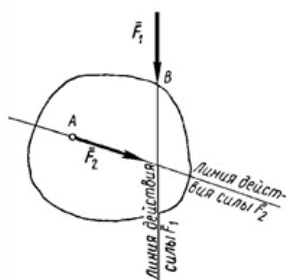
В международной системе единиц СИ сила выражается в Ньютонах (Н).

Согласно основному закону механики сила, приложенная к материальной точке, сообщает ей ускорение, имеющее направление силы и модуль пропорциональный модулю силы:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \text{ следовательно: } 1H = 1 \frac{кг \cdot м}{с^2}$$

На все тела вблизи Земли действует сила тяжести \vec{G} . При падении на Землю тел любой массы, они имеют одинаковое ускорение – ускорение свободного падения $g=9.81 \text{ м/с}^2$ (для средней широты). Для свободно падающего тела основной закон механики:

$$\vec{G} = m\vec{g}, \text{ следовательно: } 1кгс = 1кг \cdot 9,81м/с^2 = 9,81Н \approx 10Н.$$



Кратные единицы силы:

$$1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н};$$

$$1 \text{ МН} = 10^6 \text{ Н};$$

$$1 \text{ кгс} = 10 \text{ Н}$$

$$1 \text{ тс} = 10^4 \text{ Н}$$

Рисунок 1.1 – Графическое изображение силы

Система сил (СС) – совокупность сил действующих на тело. Система сил обозначается как перечисление сил, входящих в систему, взятое в круглые скобки.

$(\vec{F}_1; \vec{F}_2 \dots \vec{F}_n)$ – система сил, состоящая из n сил.

Эквивалентные системы сил – системы сил, оказывающие на тело одинаковое воздействие (см. рисунок 1.2).

$Я(\vec{F}_1; \vec{F}_2) \sim (\vec{N}_1; \vec{N}_2)$ – эквивалентные СС.

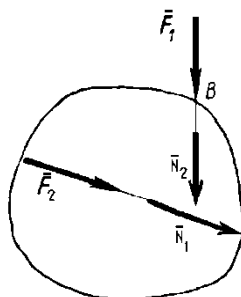


Рисунок 1.2 – Эквивалентные системы сил

Пусть нам дана система сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3)$ (рисунок 1.3, а), заменим ее другой эквивалентной ей системой, состоящей из одной силы \vec{F}_Σ , при этом механическое состояние тела не изменится (см. рисунок 1.3, б). $\vec{F}_\Sigma \sim (\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3)$.

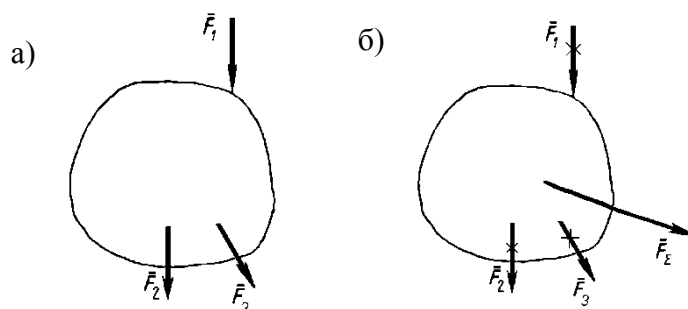


Рисунок 1.3 – Замена системы сил равнодействующей

Сила, эквивалентная данной системе сил, называется **равнодействующая** данной системы. \vec{F}_Σ – равнодействующая $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3)$; $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3$ – составляющие равнодействующей \vec{F}_Σ .

К телу, находящемуся под действием (рисунок 1.4) системы сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3)$, приложим силу \vec{F}'_Σ , равную по модулю равнодействующей \vec{F}_Σ и направленную противоположно, т.е. $\vec{F}_\Sigma = -\vec{F}'_\Sigma$. Что станет с телом? Оно уравновесится, т.е. будет находиться в состоянии покоя.

Система сил, под действием которой тело находится в равновесии, называется **уравновешенной системой сил**. $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}'_\Sigma)$ – уравновешенная СС; \vec{F}'_Σ – уравновешивающая $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3)$.

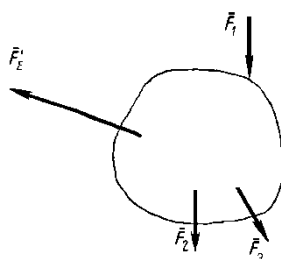


Рисунок 1.4 – Уравновешенная система сил

Сила, которая, будучи приложена к системе сил, действующей на тело, приводит эту систему сил в равновесие, называют **уравновешивающей** данной системы сил

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

1.1.1.2. Задачи и аксиомы статики

Статика рассматривает задачи на:

- 1) равновесие систем сил, приложенных к твердым телам;
- 2) преобразование одной системы сил в другую, ей эквивалентную (сложение и разложение сил).

Все методы, с помощью которых решаются эти задачи основываются на **аксиомах** (теоремах без доказательства), справедливость которых проверена многовековой практической деятельностью человека.

Аксиома 1 (принцип инерции): всякая изолированная материальная точка находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока приложенные силы не выведут ее из этого состояния.

Если $V = 0$ имеем состояния статического равновесия, если $V \neq 0$ - состояние динамического равновесия.

Эта аксиома, впервые сформулированная Галилеем, называется принципом инерции, потому что прямолинейное и равномерное движение материальной точки, происходящее без воздействия сил, называют движением по инерции (с латинского *inertia* – бездеятельность). В курсе физики она соответствует первому закону Ньютона.

Так как твердое тело есть неизменяемая система материальных точек, та данная аксиома справедлива и для него.

Аксиома 2 (условие равновесия двух сил): две силы, приложенные к твердому телу, образуют уравновешенную систему тогда и только тогда, когда они равны по модулю и действуют вдоль одной прямой в противоположные стороны: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ (рисунок 1.5).

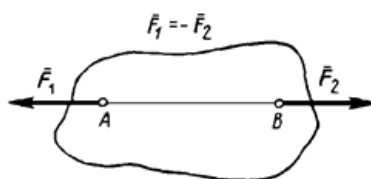


Рисунок 1.5 – Условие равновесия двух сил

Условимся кратко записывать в конспекте:

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ – силы равны по модулю, действуют вдоль одной прямой и направлены противоположно;

$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ – силы равны по модулю, действуют вдоль одной прямой и направлены в одну сторону;

$F_1 = F_2$ – силы равны по модулю.

Аксиома 3 (принцип присоединения и исключения уравновешенных сил): Действие данной системы сил на твердое тело не изменится, если к ней присоединить или от нее отнять уравновешенную систему сил (рисунок 2).

Иначе говоря, если к данной системе сил присоединить уравновешенные силы или из данной системы сил их исключить, то вновь образованная система сил эквивалентна данной (рисунок 1.6), т.е. $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4) \sim (\vec{F}_2; \vec{F}_4)$.

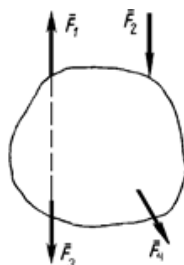


Рисунок 1.6 –Присоединение и исключение уравновешенных сил.

Следствие 1: Силу, приложенную к твердому телу, можно переносить вдоль линии ее действия в любую другую точку, действие силы на тело при этом не нарушается.

Дано: \vec{F} в т. A (рисунок 1.7, а).

Доказать: \vec{F} в т. B (см. рисунок 1.7, в).

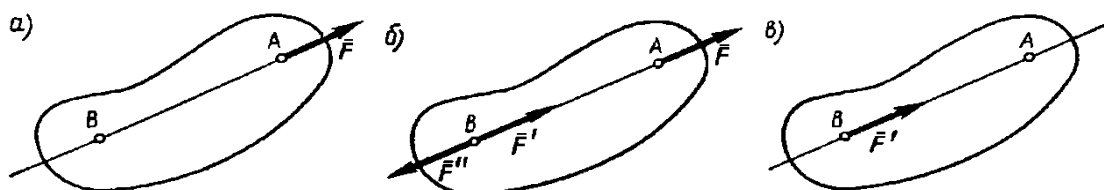


Рисунок 1.7 – Скользящий вектор

На основании аксиомы 3 статики приложим в т. B две силы, уравновешивающие друг друга \vec{F}' и \vec{F}'' и равные по модулю силе \vec{F} , т.е. $\vec{F}' = -\vec{F}''$ и $F' = F'' = F$. Получили систему сил $(\vec{F}'; \vec{F}''; \vec{F})$, в которой вектор силы $\vec{F} = -\vec{F}''$ (рисунок 1.7, б), т.е. согласно аксиоме 2 силы \vec{F} и \vec{F}'' уравновешивают друг друга, а согласно аксиоме 3 их можно исключить, оставшаяся сила $\vec{F}' = \vec{F}$, что равносильно тому, что сила \vec{F} из т. A , вдоль линии ее действия перенесена в т. B (рисунок 1.7, в).

Следствие 1 кратко можно сформулировать так: сила, приложенная к твердому телу, - скользящий вектор.

Необходимо заметить, что это свойство вектора силы справедливо только в теоретической механике (механике абсолютно твердого тела). При действии сил на реальные тела перенос сил может значительно изменить

форму и размеры тела, а иногда невозможен и вообще, если тело AB – цепь (рисунок 1.8).

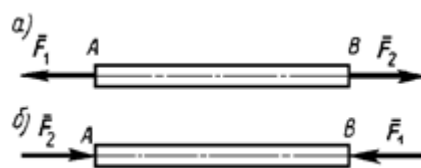


Рисунок 1.8– Тело-цепь

Аксиома 4 (правило параллелограмма): Две приложенные к точке тела силы имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и равную диагонали параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах (рисунок 1.9).

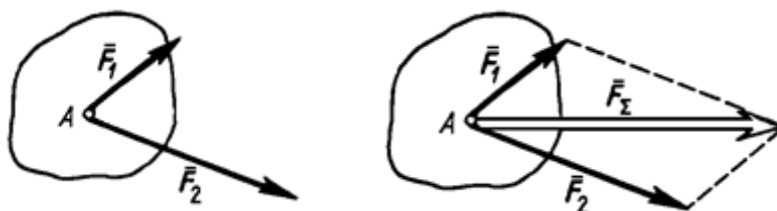


Рисунок 1.9– Правило параллелограмма

Операция замены системы сил их равнодействующей называется **сложением сил**, она выражается векторным равенством: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_\Sigma$ и называется **геометрической суммой** этих сил.

Из правила параллелограмма может быть получено **правило треугольника**: равнодействующая двух сил, приложенных к точке тела равна замыкающей стороне треугольника, две другие стороны которого равны данным силам (рисунок 1.10).

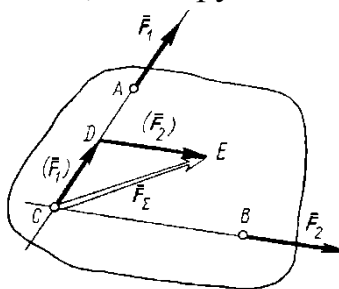


Рисунок 1.10 – Правило треугольника

Проведя линии действия заданных сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 и определив т. C пересечения этих сил, строим треугольник CDE , в котором $\overline{CD} = \vec{F}_1$; $\overline{DE} = \vec{F}_2$ и $\overline{CE} = \vec{F}_\Sigma$.

Основываясь на правиле параллелограмма, можно поставить обратную задачу, задачу разложения данной силы на две составляющие, приложенные к той же точке. Для решения этой задачи достаточно построить параллелограмм на заданном векторе силы, как на диагонали, стороны параллелограм-

ма и будут искомыми силами. Однако, чтобы задача имела определенное решение (т.к. на диагонали можно построить бесчисленное множество параллелограммов), кроме числового значения силы, необходимо задать дополнительные условия, например, направление силы.

Следствие 2 (теорема о равновесии трех сил) приведена без доказательства: если три непараллельные силы, лежащие в одной плоскости образуют уравновешенную систему, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

Пересечение линий действия трех сил в одной точке является необходимым условием равновесия трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, но не достаточным. Следствие 2 широко используется при решении задач статики.

Аксиома 5 (закон действия и противодействия): силы взаимодействия двух твердых тел друг на друга равны по модулю и направлены противоположные стороны.

В физике эта аксиома известна как третий закон Ньютона. Пятая аксиома имеет важное значение в механике: если тело 1 действует на тело 2 с силой \vec{F}_{12} (рисунок 1.11), то тело 2 действует на тело 1 с точно такой по модулю силой \vec{F}_{21} , но направленной в противоположном направлении. Однако, хотя силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} равны по модулю и действуют вдоль одной прямой в противоположные стороны, они не уравновешивают друг друга, так как приложены к разным телам.

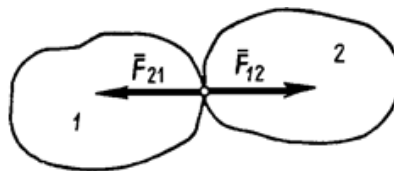


Рисунок 1.11 – Закон действия и противодействия

Аксиома 6 (принцип отвердения): если деформируемое тело находится в равновесии, то равновесие этого тела не нарушится, если оно затвердеет, т.е. станет абсолютно твердым.

Из этого принципа следует, что условия необходимые и достаточные для равновесия данного абсолютно твердого тела, необходимы, но недостаточны для равновесия деформируемого тела, по форме и размерам тождественного с данным твердым телом. Например, если под действием сил резиновое тело находится в равновесии, то равновесие сохранится, когда это тело станет абсолютно твердым.

1.1.1.3. Связи и их реакции

Твердое тело называют **свободным**, если оно может перемещаться в пространстве в любом направлении.

Свободное тело имеет шесть степеней свободы: три – перемещения вдоль координатных осей и три – вращения вокруг этих осей.

В качестве относительного примера можно привести летящий воздушный шарик. На практике обычно встречаются тела, которые соприкасаются или скреплены с другими телами.

Твердое тело называется **несвободным**, если его перемещение в пространстве ограничено другими телами.

Тела, ограничивающие движение данного тела, называют **связями**.

Примером связей могут служить рельсы, на которые опирается вагон; трос, на котором висит груз, пол на котором стоит стул, стул, на котором сидит человек и др.

В природе нет абсолютного покоя и тела, стремясь под действием внешних сил перемещаться в пространстве, сами действуют на препятствующие этому перемещению связи.

Так стул, находясь на полу, давит на пол, а шар, висящий на нити, растягивает нить.

Согласно аксиоме 5, одновременно с возникновением действия тела на связь возникает равная по модулю и направленная в противоположную сторону сила противодействия связи, приложенная к телу. т.е. с какой силой мы давим на стул, на котором сидим, с такой силой стул давит на нас.

Действие связи на тело называют **силой реакции связи** или **реакцией связи** (от латинского «ге» - против и «астіо» - действие, т.е. ответ на внешнее действие).

На все несвободные тела действуют две группы сил:

- 1) **активные (движущие)** их еще называют в статике заданными силами, так как они, как правило, известны; их обычно обозначают: $\bar{F}, \bar{Q}, \bar{G}, \bar{P}$;
- 2) **реакции связи (пассивные силы)**, их обычно обозначают: \bar{R}, \bar{N} .

Аксиомы связей:

1) Всякое несвободное тело можно считать свободным, если мысленно отбросить связи и заменить их реакциями связей.

2) Наложение новых связей состояние тела, находящегося в равновесии, не изменяет.

При решении задач статики чаще всего требуется определить реакции связей, для этого следует знать, что:

- 1) они приложены к телу в точках соприкосновения со связью;
- 2) направлены в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу;
- 3) направление реакции связи зависит от ее вида, расположения относительно тела и характера соединения связи с телом.

Например, шар лежит на плоскости (рисунок 1.12). Под действием силы тяжести \bar{G} тело стремится двигаться вниз, плоскость препятствует этому движению, поэтому реакция связи \bar{R}_A направлена вверх и приложена в точке A , которая является точкой соприкосновения тела со связью.

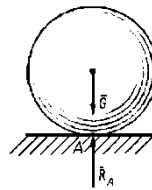


Рисунок 1.12– Действие сил на шар

Основные виды связей и правила определения их реакций:

1 Гладкая опора (свободное опирание на связь). Поверхности тела и связи условно считают абсолютно гладкими (идеальными). Во всех случаях связь препятствует движению тела в направлении перпендикулярном опорной поверхности или касательной в точке касания тела со связью. Различают три вида свободного опирания:

1.1 При опирании тела о связь своим ребром (см. рисунок 1.13) реакция связи направлена перпендикулярно плоской (\bar{R}_A) или касательной криволинейной поверхности опоры (\bar{R}_B). Связь заштрихована, тело в виде бруска.

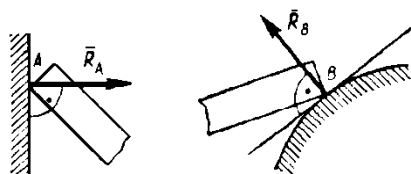


Рисунок 1.13 –Реакции связи при опирании тела о связь своим ребром

1.2 При опирании тела о ребро связи своей поверхностью (плоской или криволинейной) реакция связи (рисунок 1.14) перпендикулярна поверхности тела (\bar{R}_C) или касательной к поверхности тела (\bar{R}_D).

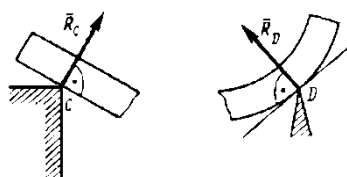


Рисунок 1.14 –Реакции связи при опирании тела о ребро связи

1.3 При опирании поверхности тела о поверхность связи (рисунок 1.15) реакция связи (\bar{R}_E, \bar{R}_K) направлена перпендикулярно общей касательной обеих поверхностей.

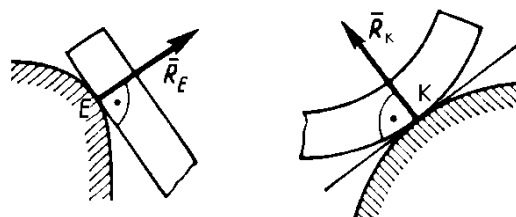


Рисунок 1.15 – Реакции связи при опирании поверхности о поверхность связи

2 Гибкая связь (нить, трос, цепь, канат, пружина) условно считается абсолютно нерастяжимой и невесомой (идеальной). Гибкая связь работает только на растяжение, поэтому ее реакция всегда направлена от тела к связи и приложена к телу в точке крепления (рисунок 1.16).

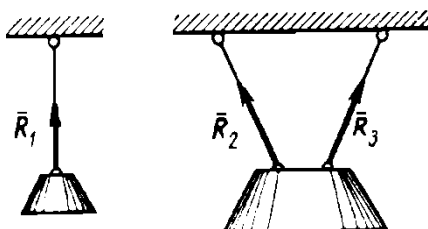


Рисунок 1.16 – Гибкая связь

3 Шарнирно-стержневая связь (стержневая система) – условно абсолютно жесткие (недеформируемые) и невесомые стержни с шарнирным креплением на концах.

Цилиндрический шарнир называется соединением двух тел посредством пальца (болта), проходящего через отверстия в этих телах (рисунок 1.17). Такое соединение обеспечивает взаимное вращение тел относительно оси шарнира, перпендикулярной к плоскости рисунка. Если пренебречь трением в шарнире, то его реакция лежит в плоскости, перпендикулярной к его оси, и проходит через центр шарнира.

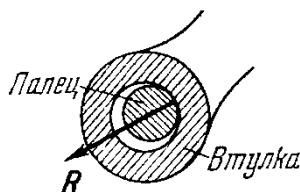


Рисунок 1.17 – Цилиндрический шарнир

Шарнирные крепления позволяют стержню занимать положение, при котором действие на него со стороны удерживаемого тела всегда направлено

по прямой, проходящей через оси шарниров. Согласно аксиоме 2 реакции стержневых связей направлены вдоль этой же прямой, но в противоположном направлении. Обычно стержни делают прямолинейными, в этих случаях реакции направлены вдоль стержня. При этом реакции приложены в точках крепления стержней с телом (рисунок 1.18) и, если:

- 1) *стержень растянут*, то его реакция направлена в сторону от тела к стержню (\bar{R}_A);
- 2) *стержень сжат* - в сторону от стержня к телу (\bar{R}_B).

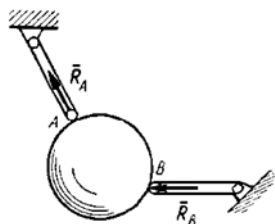


Рисунок 1.18 – Шарнирные крепления

Таким образом, в отличие от гибкой связи, прямолинейные стержни могут воспринимать не только растягивающие, но и сжимающие нагрузки. При решении задач заранее не всегда можно определить, какой стержень растянут, а какой сжат. Поэтому предполагают, что все стержни растянуты, а в результате решения получаем значения реакций сжатых стержней отрицательными, так как на самом деле эти реакции имеют направление, противоположное предполагаемому.

4 Шарнирно-подвижная опора (ШПО) представляет собой видоизменение свободного опирания. Тело (брус) опирается на опорную поверхность через шарнир, поставленный на катки (рисунок 1.19, а, б).

Опора препятствует перемещению тела только в направлении, перпендикулярном опорной поверхности катков (вдоль опорной поверхности шарнир может вместе с телом перемещаться). Реакция \bar{R} шарнирно-подвижной опоры направлена по пересекающей ось шарнира прямой, перпендикулярной его опорной поверхности (см. рисунок 1.19, а, б). Условное обозначение ШПО показано на рисунке 1.19, в, г.

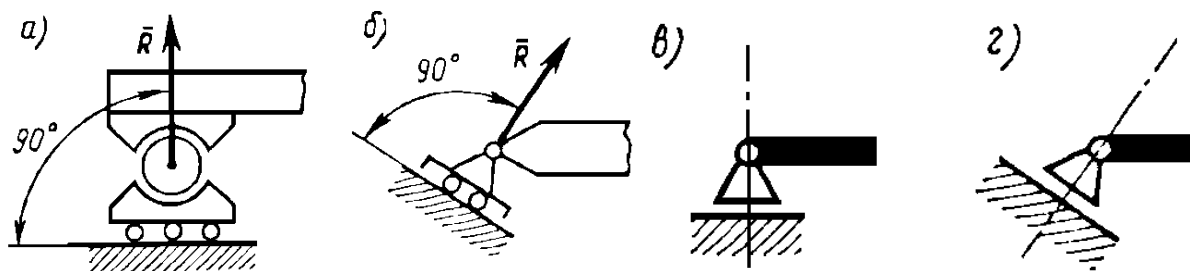


Рисунок 1.19 – Шарнирно-подвижная опора

5 Шарнирно-неподвижная опора (ШНО) дает возможность телу свободно поворачиваться около шарнира, но препятствует поступательному перемещению тела в любом направлении, перпендикулярном оси шарнира (рисунок 1.20).

Реакция шарнирно-неподвижной опоры \bar{R} может быть направлена в любую сторону в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (см. рисунок 1.20, а). Возникают две неизвестные – модуль силы R и ее направление, т.е. угол α , образуемый линией действия силы с какой-либо заданной или выбранной осью координат. Согласно аксиоме 4 искомую реакцию связи \bar{R} заменяют составляющими \bar{R}_x и \bar{R}_y (см. рисунок 1.20, б). По найденным составляющим \bar{R}_x и \bar{R}_y можно легко определить искомую реакцию ШНО. На рисунке 1.20, в представлено условное обозначение ШНО.

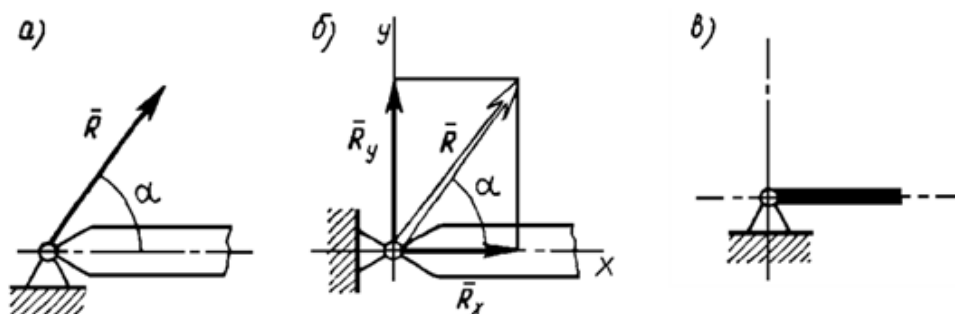


Рисунок 1.20 – Шарнирно-неподвижная опора

6 Жесткая заделка (защемление) не допускает ни линейных, ни угловых перемещений (рисунок 1.21). Эту опору заменяют двумя взаимно перпендикулярными составляющими реакции \bar{R}_{Ax} и \bar{R}_{Ay} и моментом реакции M_A . На рисунке 1.22 приведен пример определения реакций связей.

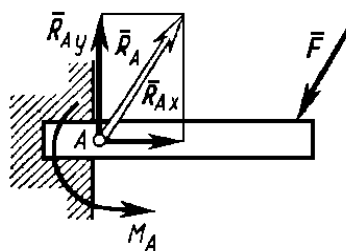


Рисунок 1.21– Жесткая заделка

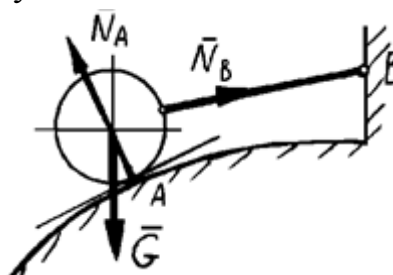
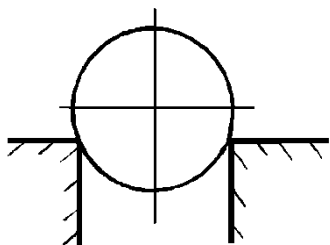


Рисунок 1.22 – Определение реакций связей

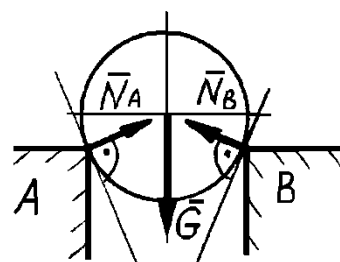
Примеры определения реакций опор

Указать точки приложения и направление активных сил и реакций связей, действующих на тело.

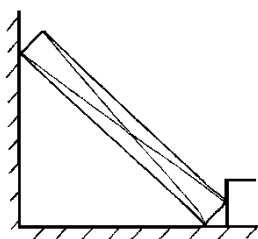
Дано:



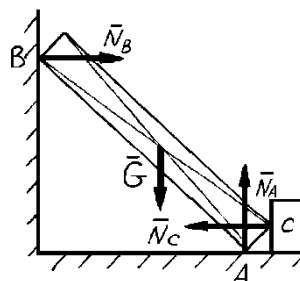
Решение:



Дано:

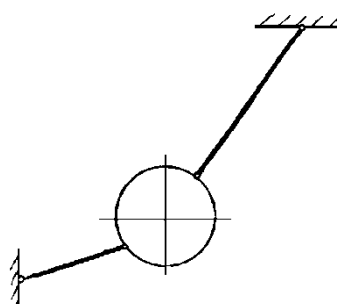


Решение:

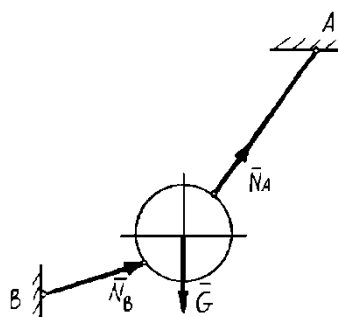


Дано:

\vec{G} - активная сила;



Решение:



\vec{N}_A ; \vec{N}_B ; \vec{N}_C - реакции опор

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.1.2. Системы сходящихся сил

1.1.2.1. Сложение плоской системы сходящихся сил. Силовой многоугольник

ПлССС – совокупность сил, расположенных в одной плоскости, линии действия которых пересекаются в одной точке. Если силы сходящейся системы сил приложены к разным точкам (рисунок 1.23, а), то согласно следствию 1 из аксиом статики, каждую силу можно перенести в точку пересечения линий действия сил и получить эквивалентную систему сил, приложенных в одной точке (см. рисунок 1.23, б)

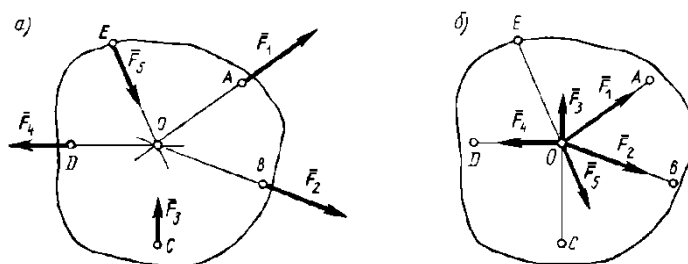


Рисунок 1.23– Плоская система сходящихся сил

Методы определения равнодействующей двух сил:

1) **метод параллелограмма** (см. аксиому 4): две приложенные к точке тела силы имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и равную диагонали параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах (см. рисунок 1.24).

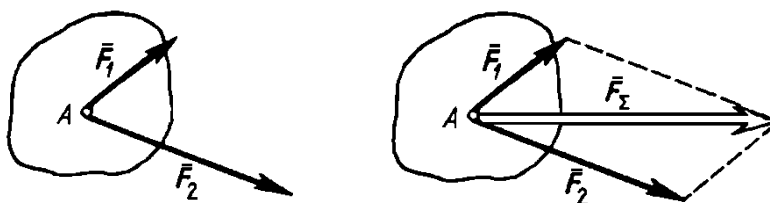


Рисунок 1.24 – Метод параллелограмма

2) **метод силового треугольника**: равнодействующая двух сил, приложенных к точке тела равна замыкающей стороне треугольника, две другие стороны которого равны данным силам (рисунок 1.25). По теореме косинусов имеем: $F_\Sigma^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \varphi)$; $\cos(180^\circ - \varphi) = -\cos \varphi$, тогда модуль равнодействующей любой системы, состоящей из двух сил:

$$F_\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \varphi} \quad (1)$$

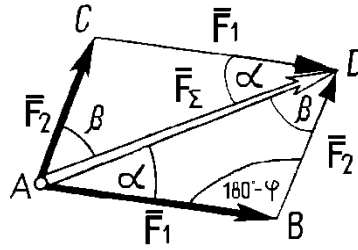


Рисунок 1.25 – Метод силового треугольника

Направление равнодействующей определяется по теореме синусов:

$$\frac{F_1}{\sin \beta} = \frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{F_\Sigma}{\sin \varphi}, \text{ откуда } \sin \alpha = \frac{F_2 \sin \varphi}{F_\Sigma} \text{ и } \sin \beta = \frac{F_1 \sin \varphi}{F_\Sigma}, \quad (2)$$

где $\varphi = \alpha + \beta$ - угол между силами \vec{F}_1 и \vec{F}_2 ; $\sin(180^\circ - \varphi) = \sin \varphi$.

Частные случаи:

1) $\varphi = 0$; $\cos 0 = 1$, тогда модуль равнодействующей определим из формулы (1): $F_\Sigma = F_1 + F_2$. Так как $\sin 0 = 0$, то из (2) имеем: $\alpha = \beta = 0$. Следовательно, **равнодействующая двух сил, направленных вдоль одной прямой и в одну сторону, действует в ту же сторону и ее модуль равен сумме модулей составляющих сил** (см. рисунок 1.26, а).

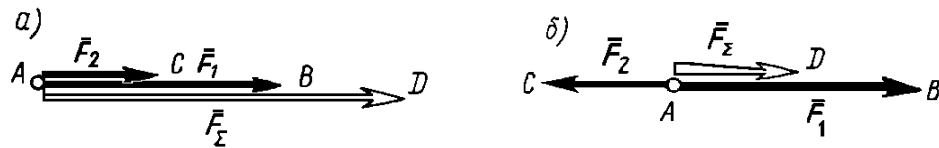


Рисунок 1.26 – Равнодействующая двух сил

2) $\varphi = 180^\circ$; $\cos 180^\circ = -1$; $\sin 180^\circ = 0$, из (1) имеем: $F_\Sigma = F_1 - F_2$, а из (2) имеем: $\alpha = 0$; $\beta = 180^\circ$. Следовательно, **равнодействующая двух сил, направленных вдоль одной прямой, но в противоположные стороны, действует в сторону большей силы и ее модуль равен разности модулей составляющих сил** (см. рисунок 1.26, б).

3) $\varphi = 90^\circ$; $\cos 90^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$, тогда из (1) имеем: $F_\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$, а из (2) имеем: $\sin \alpha = \frac{F_2}{F_\Sigma}$ и $\sin \beta = \frac{F_1}{F_\Sigma}$. Полученные формулы можно получить непосредственно из рисунка 1.27, а.

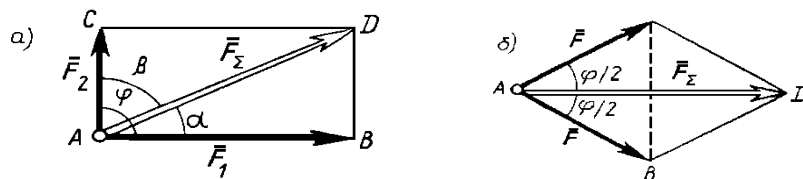


Рисунок 1.27 – Равнодействующая двух сил, направленные под углом

4) при сложении двух сил, равных по модулю: $F_1 = F_2 = F$, из (1) имеем:

$F_{\Sigma} = F\sqrt{2 + 2\cos\varphi}$. Учитывая, что $\cos(\varphi/2) = \sqrt{\frac{1 + \cos\varphi}{2}}$ (известно из курса математики), получим: $F_{\Sigma} = 2F\cos(\varphi/2)$, тогда из (2) имеем: $\sin\alpha = \sin\beta = \sin(\varphi/2)$.

При сложении двух равных по модулю сил, приложенных к точке под углом φ друг к другу, образуется ромб (рисунок 1.27, б), равнодействующая этих сил равна диагонали ромба.

При рассмотрении частных случаев мы пользовались **методом вычислений** для определения модуля и направления равнодействующей двух сил с помощью формул геометрии и тригонометрии.

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

1.1.2.2. Условия и уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил в геометрической и аналитической форме

Определение равнодействующей ПлССС

1) **Графический метод** – метод последовательного сложения по правилу параллелограмма. На рисунке 1.28 задана система сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4)$.

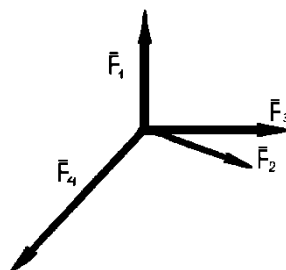


Рисунок 1.28– Система сил

Используя правило параллелограмма, складываем сначала силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (рисунок 1.29,а). Диагональ OA является равнодействующей этих сил, обозначим ее $\vec{F}_{1,2}$. Далее складываем силы $\vec{F}_{1,2}$ и \vec{F}_3 (рисунок 1.29,б), диагональ OB является равнодействующей трех сил $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3$, обозначим ее $\vec{F}_{1,3}$. Теперь складываем силы $\vec{F}_{1,3}$ и \vec{F}_4 (рисунок 1.29,в), диагональ OC является искомой равнодействующей всех сил, входящих в систему и обозначается \vec{F}_Σ .

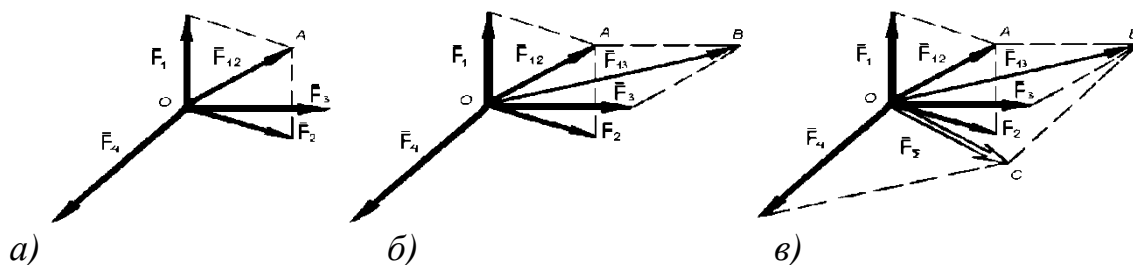


Рисунок 1.29 – Графический метод

2) **Графоаналитический метод** – метод силового многоугольника (рисунок 3). Из конца вектора \vec{F}_1 отложим вектор \vec{F}_2 (рисунок 1.30, а), из конца вектора \vec{F}_2 отложим \vec{F}_3 (рисунок 1.30, б), из конца вектора \vec{F}_3 отложим \vec{F}_4 , а затем «замкнем» получившийся силовой многоугольник вектором \vec{F}_Σ . При этом вектор равнодействующей \vec{F}_Σ имеет начало в начале первой силы и конец в конце последней силы (рисунок 1.30, в). Модуль и направление равнодействующей не изменится, если изменить порядок, в котором откладываются векторы сил при построении силового многоугольника (можно построить самостоятельно).

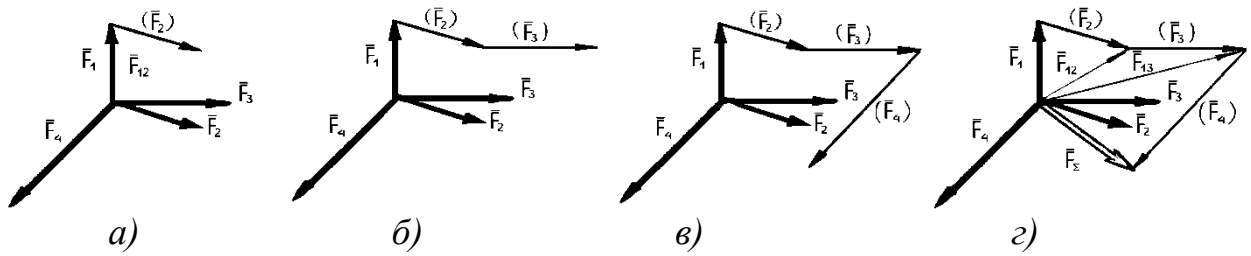


Рисунок 1.30 – Графоаналитический метод

Таким образом, *равнодействующая ПлССС равна геометрической сумме сил, входящих в систему: $\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sum \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$; и является замыкающей стороной силового многоугольника, построенного на силах, как на сторонах и всегда направлена от начала первой силы к концу последней (рисунок 1.31).*

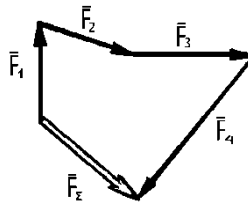


Рисунок 1.31 – равнодействующая ПлССС

Теперь, если мы к данной системе сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4)$ (см. рисунок 1) приложим силу \vec{F}_5 , равную по модулю равнодействующей и направленную в противоположную сторону, т.е. $\vec{F}_\Sigma = -\vec{F}_5$ (рисунок 1.32, а), то мы получим уравновешенную систему сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4; \vec{F}_5)$. Приложив вектор силы \vec{F}_5 к концу вектора силы \vec{F}_4 , получаем замкнутый силовой многоугольник (см. рисунок 1.32, б).

Следовательно, *если система сил является уравновешенной, то равнодействующая системы равна нулю, а силовой многоугольник, образуемый силами системы, замкнут, т.е. конец последней силы попадает в начало первой (см. рисунок 1.32, в).*

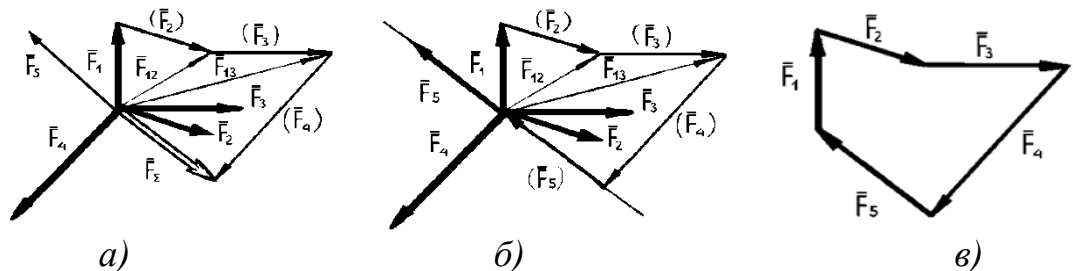


Рисунок 1.32 – Замкнутый силовой многоугольник

3) аналитический метод определения равнодействующей (метод проекций) более точный и менее трудоемкий (см. ниже).

Проекция силы на ось.

Проекцией силы на ось называется длина направленного отрезка оси, заключенного между проекциями на эту ось начала и конца вектора силы (рисунок 1.33, а). Проекцию обычно обозначают той же буквой, что и силу, но с индексом, например, F_x - проекция силы \vec{F} на ось x .

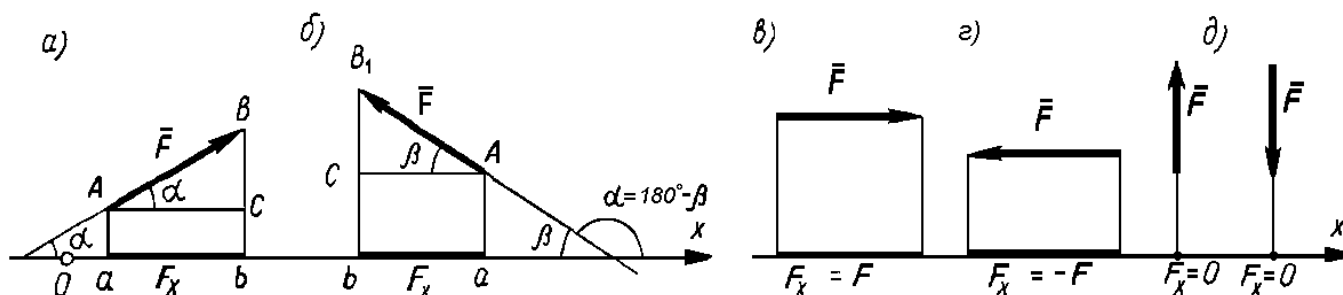


Рисунок 1.33 – Проекция сил на ось

Проекция силы на ось величина скалярная, равная произведению модуля силы на косинус угла между направлением силы и положительным направлением оси. Обозначим угол между направлением силы и положительным направлением оси через α , тогда $F_x = F \cos \alpha$.

Если угол α острый, то проекция положительна, а если тупой – отрицательна (см. рисунок 1.33, б)

$$F_x = F \cos \alpha = F \cos(180^\circ - \beta) = -F \cos \beta, \text{ т.к. } \cos(180 - \beta) = -\cos \beta.$$

Следовательно, **если сила образует тупой угол с положительным направлением оси, то проекция силы на ось отрицательна и равна произведению модуля силы на косинус острого дополнительного до 180° угла.**

Частные случаи:

1) если $\alpha = 0$ (рисунок 1.33, в), проекция силы на ось равна модулю силы: $F_x = F$;

2) если $\alpha = 180^\circ$ (рисунок 1.33, з), проекция силы на ось равна модулю силы, взятому с противоположным знаком: $F_x = -F$;

3) если $\alpha = 90^\circ$ или 270° (рисунок 1.33, д), проекция силы на ось равна нулю: $F_x = 0$.

Проекция силы на две взаимно перпендикулярные оси.

При решении задач, как правило, необходимо определять проекции сил на две взаимно перпендикулярные оси x и y . Все сказанное о проекциях сил на ось x справедливо и для проекций сил на ось y .

Пусть сила \vec{F} образует с положительным направлением осей x и y соответственно углы α и β (см. рисунок 1.34), тогда $F_x = F \cos \alpha = F \sin \beta$ и $F_y = F \cos \beta = F \sin \alpha$.

Проекции силы на две взаимно перпендикулярные оси являются катетами прямоугольного треугольника, гипотенузой которого является сама сила, т.е. модуль силы: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$; направление силы:

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{F_x}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}; \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F} = \frac{F_y}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}.$$

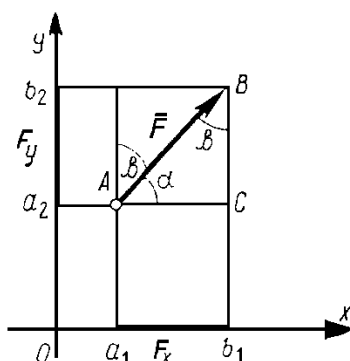


Рисунок 1.34 – Проекция силы на две взаимно перпендикулярные оси

Метод проекций

Теорема: проекции равнодействующей плоской системы сходящихся сил на каждую из осей координат равны алгебраической сумме проекций ее составляющих на те же оси.

Доказательство приведено на рисунке 1.35. Аналогично можно доказать для оси y . Математически это можно записать:

$$F_{\Sigma x} = \Sigma F_{ix} = \Sigma X;$$

$$F_{\Sigma y} = \Sigma F_{iy} = \Sigma Y \text{ — эти два уравнения выражают метод проекций.}$$

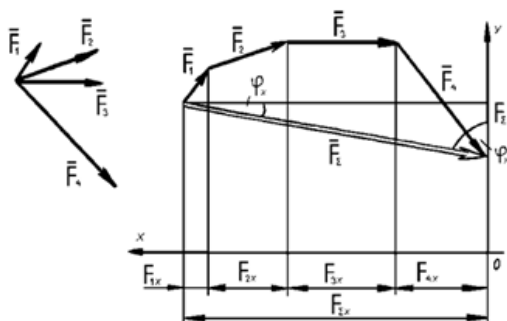


Рисунок 1.35– Метод проекций

Зная силы, всегда можно найти их проекции и определить:

1) модуль равнодействующей:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2} \text{ или } F_{\Sigma} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2};$$

2) направление равнодействующей:

$$\cos \varphi_x = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}} = \frac{\Sigma F_{ix}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2}}; \quad \cos \varphi_y = \frac{F_{\Sigma y}}{F_{\Sigma}} = \frac{\Sigma F_{iy}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2}}$$

где $\varphi_x; \varphi_y$ - углы между направлением силы и положительным направлением осей x и y соответственно.

$F_{\Sigma x}; F_{\Sigma y}$ - проекции равнодействующей на оси x и y соответственно;

$F_{ix}; F_{iy}$ - проекции сил, входящих в систему, на оси x и y соответственно.

Геометрическое и аналитическое условия равновесия ПлССС.

Уравнения равновесия.

Если построить силовой многоугольник уравновешенной системы сил, то он получится замкнутым, т.е. замыкающий вектор $\vec{F}_{\Sigma} = 0$, так как конец последнего слагаемого вектора совпадает с началом первого (см. рисунок 1.35, в).

Следовательно: замкнутый силовой многоугольник выражает в геометрической форме необходимое и достаточное условие равновесия ПлССС.

Геометрическое условие равновесия: плоская система сходящихся сил уравновешена тогда и только тогда, когда силовой многоугольник, построенный на силах, входящих в систему, как на сторонах, замкнут.

Если система сходящихся сил находится в равновесии, то ее равнодействующая равна нулю, т.е. $F_{\Sigma} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2} = 0$. Очевидно, что данное выражение будет обращаться в нуль, если каждое из слагаемых под корнем будет равно нулю, т.е.: $\Sigma F_{ix} = 0; \Sigma F_{iy} = 0$ данные уравнения называются **уравнениями равновесия ПлССС** и выражают **аналитические условия равновесия ПлССС: для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из двух осей координат были равны нулю.**

Любое из уравнений равновесия ПлССС, взятое отдельно от другого, является лишь необходимым условием, но не достаточным, так как равнодействующая может быть перпендикулярна одной из осей координат, и в этом случае проекция равнодействующей на эту ось будет равна нулю, зато на другую ось она не будет равна нулю. Поэтому только два уравнения равновесия вместе являются достаточным условием того, что $\vec{F}_{\Sigma} = 0$ и система уравновешена.

В задачах обычно заранее известно, что данная система сходящихся сил уравновешена, так как тело под действием этой системы сохраняет состояние покоя, но среди сил есть неизвестные, это чаще всего реакции связей. Чтобы решить задачу с помощью уравнений равновесия ПлССС, число неизвестных не должно превышать двух, т.е. числа уравнений.

Алгоритм решения задач на равновесие:

- 1) выделить тело (точку), равновесие которого рассматривается;
- 2) выявить все действующие на тело силы (активные) и изобразить их в виде векторов на расчетной схеме;
- 3) освободить тело от связей, заменив их реакциями и изобразить их в виде векторов на расчетной схеме;
- 4) выбрать оси координат (рационально: а) за начало координат принимают точку пересечения линий действия сил; б) одну из осей направляют вдоль неизвестной силы, тогда вторая ось будет перпендикулярна силе и ее проекция на эту ось будет равна нулю).
- 5) определить положение сил относительно осей координат (углы по правилам геометрии).
- 6) составить уравнения равновесия и решить их относительно неизвестных.
- 7) проверка (выбрать новое направление осей, например, одну из осей координат направляют вдоль другой неизвестной). При этом составляют одно уравнение и, решив его, сравнивают результаты с полученными при решении задачи значениями неизвестных сил, или подставив полученные при решении значения неизвестных сил, получают в проверке нуль.

Пример решения задачи на равновесие

Задача: Шар, весом $G = 160$ кН, лежит на наклонной поверхности и удерживается нитью AB в равновесии. Определить реакции связей, если $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$; остальное см. на рисунке 10, а.

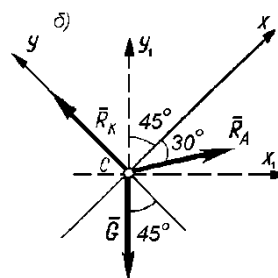
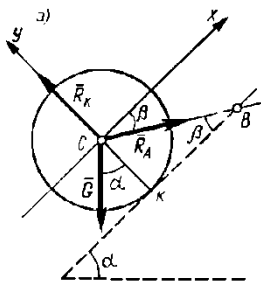


Рисунок 1.36– Шар на наклонной поверхности

Решение:

1. На шар действуют силы:

- заданная сила тяжести \bar{G} , направленная вертикально вниз и приложенная в центре шара;

- неизвестные реакции связей: \bar{R}_A , направленная вдоль нити от тела к связи, так как нить растянута, и приложенная в т. A – точке соединения шара с нитью; \bar{R}_K , направленная перпендикулярно наклонной поверхности и приложенная в т. K .

Линии действия сил пересекаются в центре шара C , следовательно, эти силы, приложенные к различным точкам, можно заменить эквивалентной системой сил приложенных к точке C , равновесие которой и будем рассматривать (рисунок 10, a).

2. Выбираем оси координат, ось y направляем вдоль неизвестной \bar{R}_K . Определяем положение сил относительно осей координат и составляем расчетную схему (рисунок 10, b).

3 Составляем уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{ix} = 0; R_A \cos 30^\circ - G \cos 45^\circ = 0; (1)$$

$$\Sigma F_{iy} = 0; R_K - R_A \cos 60^\circ - G \cos 45^\circ = 0; (2)$$

$$\text{из (1)} \quad R_A = \frac{G \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{160 \cdot 0,7071}{0,866} = 130,64 \text{ кН};$$

$$\text{из (2)} \quad R_K = R_A \cos 60^\circ + G \cos 45^\circ = 130,64 \cdot 0,5 + 160 \cdot 0,7071 = 178,46 \text{ кН}.$$

Проверка: $\Sigma F_{iy_1} = 0; R_K \cos 45^\circ + R_A \cos 75^\circ - G = 0;$

$$178,46 \cdot 0,7071 + 130,64 \cdot 0,2588 = 126,19 + 33,81 - 160 = 0.$$

Ответ: $R_A = 130,64 \text{ кН}; R_K = 178,81 \text{ кН}.$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.1.3. Системы произвольно расположенных и параллельных сил

1.1.3.1. Момент силы относительно точки. Пара сил. Момент пары сил

1. Момент силы относительно точки

Если к телу, закрепленному при помощи шарнира, (рисунок 1.37) приложить силу \vec{F} , то эта сила будет стремиться вращать тело относительно центра шарнира O (вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа).

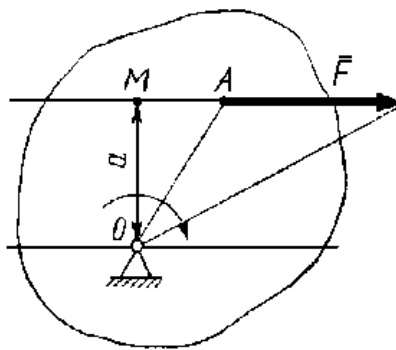


Рисунок 1.37 – Тело, закрепленное на шарнире

Вращательное действие силы измеряют величиной, называемой **моментом силы** относительно данной точки, который равен произведению модуля силы на кратчайшее расстояние (**плечо**, которое обозначим через a) от данной точки O до линии действия силы.

Точку O называют **центром момента**. Чтобы найти плечо силы, нужно опустить перпендикуляр из центра момента на линию действия силы. Кратчайшее расстояние $OM = a$.

Будем считать момент силы **положительным**, если сила стремиться вращать тело вокруг центра момента (в плоскости чертежа) **по часовой стрелке**, и **отрицательным** – **против часовой стрелки**. Это правило знаков условно и в другой литературе может быть обратным, но на результаты при решении задач оно не влияет.

В общем виде момент силы \vec{F} относительно точки O равен: $M_O(\vec{F}) = \pm F \cdot a$. Так как сила измеряется в Н, а расстояние в м, то момент силы имеет размерность: Н·м.

Из определения момента следует:

- 1) модуль и знак момента не изменяется при переносе силы по линии действия или центра момента по прямой, параллельной линии действия силы;
- 2) модуль силы относительно точки равен нулю, если центр момента лежит на линии действия силы.

Пример решения задачи.

Задача 1. Найти моменты силы $\bar{F} = 1 \text{ кН}$ относительно точек A, B, C, D , если $AO = 4 \text{ м}$ (см. рисунок 1.38).

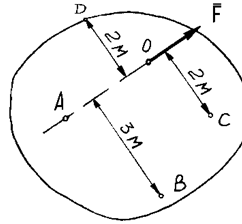


Рисунок 1.38 – Заданное тело

Решение: $M_A(\bar{F}) = 0$ (т.к. плечо равно 0); $M_B(\bar{F}) = F \cdot a = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН.м}$;

$M_C(\bar{F}) = F \cdot a = 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН.м}$; $M_D(\bar{F}) = -F \cdot a = -1 \cdot 2 = -2 \text{ кН.м}$.

Ответ: $M_A(\bar{F}) = 0$; $M_B(\bar{F}) = 3 \text{ кН.м}$; $M_C(\bar{F}) = 2 \text{ кН.м}$; $M_D(\bar{F}) = -2 \text{ кН.м}$.

2. Пара сил. Момент пары сил

Система из двух сил, равных по модулю, параллельных и направленных в разные стороны, называется **парой сил** (рисунок 1.39). Условимся обозначать пару сил символом $(\bar{F}; \bar{F}')$.

Плоскость, в которой действует пара сил, называется **плоскостью действия пары сил**. Силы, из которых состоит пара не лежат на одной прямой, следовательно, они не уравнивают друг друга.

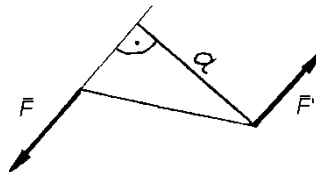


Рисунок 1.39 – Пара сил

Опыт показывает, что тело под действием пары стремится вращаться в плоскости ее действия. Это значит, что пару нельзя заменить одной силой (равнодействующей), потому, что под действием только одной силы тело должно было бы двигаться поступательно.

Пара сил, в отличие от любой другой неуравновешенной системы сил, не поддается дальнейшему упрощению и является простейшим элементом статики.

Кратчайшее расстояние между линиями действия сил пары называется **плечом пары**.

Мерой вращательного движения пары на тело является **момент пары, равный взятому со знаком плюс или минус произведению модуля одной из сил пары на плечо**: $M(\bar{F}; \bar{F}') = \pm F \cdot a$.

Знак «+» ставится перед числовым значением момента, если пара стремится повернуть тело по часовой стрелке и знак «-» - если пар стремится повернуть тело против часовой стрелки.

Вращательное действие пары сил на тело зависит от числового значения ее момента и от положения плоскости действия пары. Поэтому момент есть величина векторная.

Вектор момента пары перпендикулярен плоскости пары и если пара стремится повернуть плоскость:

- 1) по часовой стрелке, то вектор направлен к нам или вверх (рисунок 1.40, а);
- 2) против часовой стрелки – от нас или вниз (рисунок 1.40, б).

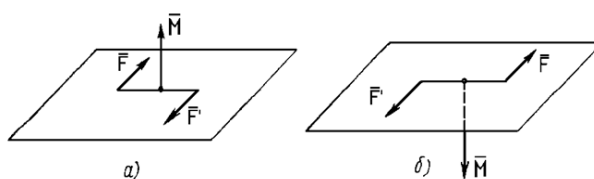


Рисунок 1.40 – Вектор момента пары

3. Свойства пар сил:

1) Так как пару сил нельзя заменить одной силой, то ее нельзя уравновесить одной силой. Пару можно уравновесить только парой, имеющей равный по модулю и противоположный по знаку момент.

2) Сумма моментов сил пары относительно любой точки, взятой на ее плоскости действия, есть величина постоянная, равная моменту данной пары.

Действительно, если сложить моменты обеих сил пар относительно произвольной точки A (см. рисунок 1.41), то принимая во внимание, что $F = F'$, имеем:

$$F' \cdot c - F \cdot b = F(c - b) = F \cdot a,$$

где a – плечо заданной пары.

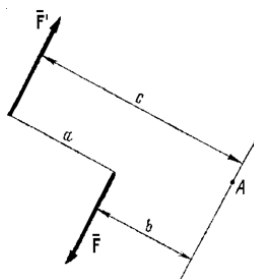


Рисунок 1.41 – Сложение моментов сил пары

3) Сумма проекций сил пары на любую ось равна нулю (рисунок 1.42). Так как $F = F'$, то проекция силы \vec{F} на ось y : $F_y = F \cos \alpha$, а силы \vec{F}' на ту же

ось: $F'_y = -F' \cos \alpha = -F \cos \alpha$, тогда алгебраическая сумма проекций: $F \cos \alpha - F \cos \alpha = 0$.

4) пару сил в плоскости ее действия можно переносить в любое новое положение, действие пары на твердое тело при этом не изменится.

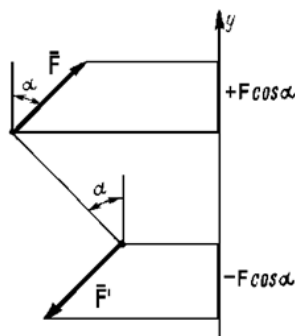


Рисунок 1.42 – Проекция сил пары

5) Две пары, расположенные в одной плоскости, производят на твердое тело одинаковое вращательное действие в том случае, если их моменты равны по модулю и совпадают по направлению. Такие пары сил называют **эквивалентными**.

Из свойств пары следует, что вращательное действие расположенной в данной плоскости пары, зависит только от ее момента, поэтому для задания пары сил достаточно указать числовое значение ее момента, а затем по заданному плечу можно определить силы пары, или по силам подобрать необходимое плечо. Исходя из этого, на рисунках и схемах пары сил изображают иногда круговой стрелкой, характеризующей направление вращения (рисунок 1.43).

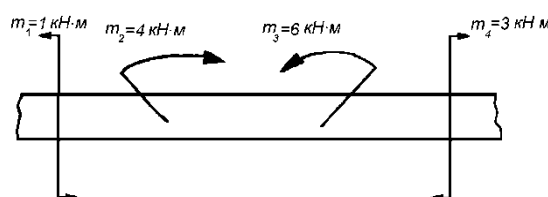
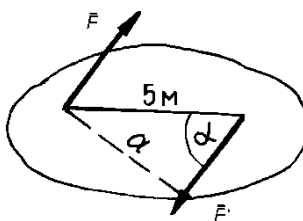


Рисунок 1.43 – Обозначение пары сил

Пример решения задачи.

Задача 2. Найти момент пары сил, если $\alpha = 30^\circ$; $F = 1 \text{ кН}$.



Решение: Момент пары сил: $M(\vec{F}; \vec{F}') = F \cdot a = F \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ = 1 \cdot 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ кН м}$.

Ответ: $M(\bar{F}; \bar{F}') = 2,5 \text{ кН м.}$

4. Сложение пар сил. Условие равновесия пар

Пары сил как и силы можно складывать, т.е. заменять действие двух или нескольких пар одной равнодействующей парой, обозначим ее M_{Σ} .

Теорема: Момент равнодействующей пары равен алгебраической сумме моментов составляющих пар (приводится без доказательства)

Например, для рисунка 1.43 найдем момент равнодействующей пары: $M_{\Sigma} = \Sigma m_i = -m_1 + m_2 - m_3 + m_4 = -1 + 4 - 6 + 3 = 0$. Если в результате сложения пар $M_{\Sigma} = 0$, то действующие на тело пары сил образуют уравновешенную систему пар сил. Следовательно, необходимое и достаточное условие **равновесия плоской системы пар сил выражается одним уравнением: $\Sigma m_i = 0$** . т.е. **для равновесия плоской системы пар сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма моментов пар сил была равна нулю.**

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

1.1.3.2. Приведение силы и системы сил к данному центру

Приведение силы к данной точке (центру)

Теорема: Всякую силу \vec{F} , приложенную к твердому телу в данной точке, можно перенести параллельно в любую другую точку тела, присоединяя при этом пару сил, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки ее приложения, называемой центром приведения.

Доказательство: Пусть дана сила \vec{F} , приложенная в точке A твердого тела, и ее требуется перенести в точку O (рисунок 1.44).

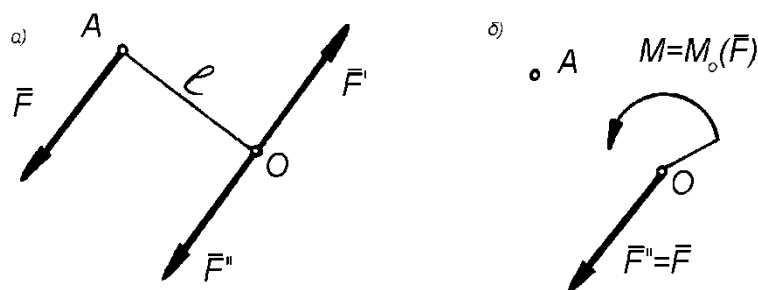


Рисунок 1.44 – Приведение силы к центру

Приложим к телу в точке O уравновешенную систему сил $(\vec{F}'; \vec{F}'')$, параллельных силе \vec{F} и равных ей по модулю: $F = F' = F''$ (рисунок 1.44, а). Теперь на тело кроме силы \vec{F}'' , приложенной в точке O , действует пара сил $(\vec{F}; \vec{F}')$ с моментом $M = F \cdot l$, но и момент данной силы \vec{F} относительно точки O равен: $M_O(\vec{F}) = F \cdot l$, т.е. $M = M_O(\vec{F})$. Таким образом, сила \vec{F} перенесена в точку O (рисунок 1.44, б) с присоединением пары сил с моментом $M = M_O(\vec{F})$.

Операция такого переноса силы называется **приведением силы к центру**, а появляющаяся при этом пара $(\vec{F}; \vec{F}')$ с моментом $M = M_O(\vec{F})$ называется **присоединенной парой**.

Данную теорему доказал в начале 19 века Леонард Пуансо, поэтому она называется **лемма Пуансо**. В частном случае, если центр приведения выбрать на линии действия силы \vec{F} , то момент присоединенной пары будет равен нулю. Значит, присоединять пару необходимо только при параллельном переносе силы.

Приведение плоской системы сил к данной точке

Рассмотрим (рисунок 1.45, а) систему сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \dots; \vec{F}_n)$. Перенесем все силы системы в произвольную точку O , используя лемму Пуансо. В результате приведения получим (рисунок 1.45, б): **пучок приложенных в точке O сил** $(\vec{F}_1'; \vec{F}_2'; \vec{F}_3'; \dots; \vec{F}_n')$ и **систему присоединенных пар сил**: $(\vec{F}_1; \vec{F}_1'')$; $(\vec{F}_2; \vec{F}_2'')$;

($\bar{F}_3; \bar{F}_3''$); ...($\bar{F}_n; \bar{F}_n''$); моменты этих пар сил равны: $M_1 = M_O(\bar{F}_1)$; $M_2 = M_O(\bar{F}_2)$; $M_3 = M_O(\bar{F}_3)$; $M_n = M_O(\bar{F}_n)$, т.е. моменты присоединенных пар равны моментам данных сил относительно центра приведения O (см. рисунок 1.45, в).

С помощью силового многоугольника находим равнодействующую пучка сил (на рисунке 1.44, б пучок сил выделен жирными линиями): $\bar{F}_\Sigma = \bar{F}_{\text{гл}} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \dots + \bar{F}_n$ или $\bar{F}_{\text{гл}} = \Sigma \bar{F}_i$, где сила $\bar{F}_{\text{гл}}$, равная геометрической сумме заданных сил, называется **главным вектором плоской системы сил**.

Сложив алгебраически моменты присоединенных пар, найдем момент одной эквивалентной им пары:

$$M_{\text{гл}} = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = M_O(\bar{F}_1) + M_O(\bar{F}_2) + M_O(\bar{F}_3) + \dots + M_O(\bar{F}_n)$$

$$\text{или } M_{\text{гл}} = \Sigma M_O(\bar{F}_i),$$

где момент $M_{\text{гл}}$, равный алгебраической сумме моментов присоединенных пар или алгебраической сумме моментов заданных сил относительно центра приведения, называется **главным моментом плоской системы сил**.

ПлСПРС – эквивалентна одной силе, которая равна главному вектору и одной паре сил с моментом, равным главному моменту.

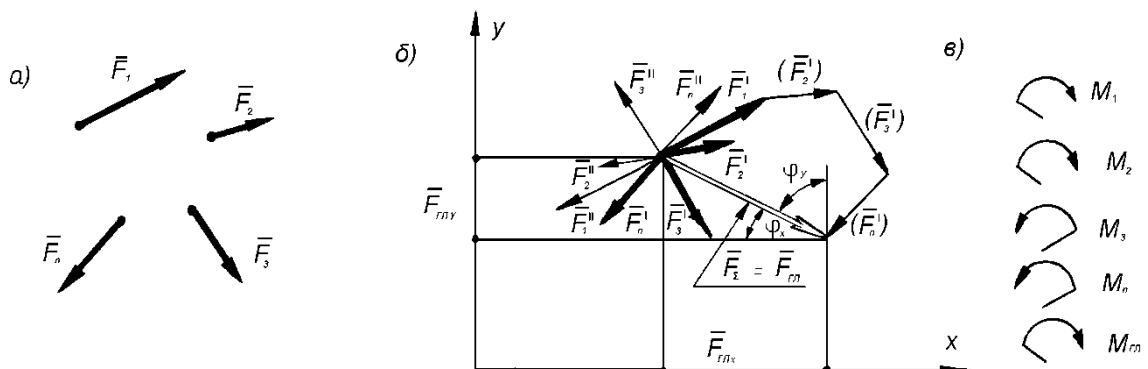


Рисунок 1.45 – Плоская система произвольно расположенных сил

Модуль главного вектора можно определить по его проекциям $\bar{F}_{\text{гл}x}$, $\bar{F}_{\text{гл}y}$ на оси координат (рисунок 1.45, б): $F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2}$.

Направление главного вектора:

$$\cos \varphi_x = \frac{F_{\text{гл}x}}{F_{\text{гл}}} = \frac{\Sigma F_{ix}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2}}; \quad \cos \varphi_y = \frac{F_{\text{гл}y}}{F_{\text{гл}}} = \frac{\Sigma F_{iy}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2}},$$

где $F_{\text{гл}x}$, $F_{\text{гл}y}$ – проекции главного вектора на оси x и y соответственно; $F_{\text{гл}}$ – модуль главного вектора;

F_{ix} , F_{iy} – проекции сил, входящих в систему, на оси x и y соответственно;

$\varphi_x; \varphi_y$ - углы между направлением главного вектора и положительным направлением осей x и y соответственно.

Модуль и направление главного вектора не зависит от выбора центра приведения. Где бы не была точка O и в каком бы порядке мы не строили силовой многоугольник, его замыкающая сторона не изменится.

Значение главного момента зависит от выбора центра приведения, так как меняется длина плеч при изменении положения точки O .

Обратите внимание, что главный вектор не является равнодействующей плоской системы сил, хотя по модулю они совпадают.

Рассмотренное нами приведение плоской системы сил к силе и паре сил – необходимый этап определения равнодействующей этой системы. Рассмотрим общий случай, когда $F_{\text{гл}} \neq 0$; $M_{\text{гл}} \neq 0$. Главный вектор и определяемую главным моментом пару сил заменим одной эквивалентной им силой, т.е. равнодействующей.

Приведя плоскую систему сил к центру мы получили плоскую систему сходящихся сил с главным вектором $\vec{F}_{\text{гл}}$ и плоскую систему пар сил с главным моментом $M_{\text{гл}}$ (см. рисунок 1.46, а).

Представим главный момент (см. рисунок 1.46, б) в виде пары сил $(\vec{F}'; \vec{F}_{\Sigma})$, равных по модулю главному вектору: $F_{\Sigma} = F' = F_{\text{гл}}$, а плечо $l = \frac{M_{\text{гл}}}{F_{\text{гл}}}$.

Расположим эту пару так, чтобы одна сила оказалась направленной вдоль линии действия главного вектора, но в противоположную сторону, тогда силы $\vec{F}_{\text{гл}}$ и \vec{F}' можно исключить, как взаимно уравновешенные, оставшаяся сила \vec{F}_{Σ} и есть равнодействующая заданной системы сил (рисунок 1.46, в). Расстояние от центра приведения до линии действия равнодействующей:

$$OC = l = \frac{M_{\text{гл}}}{F_{\Sigma}}.$$

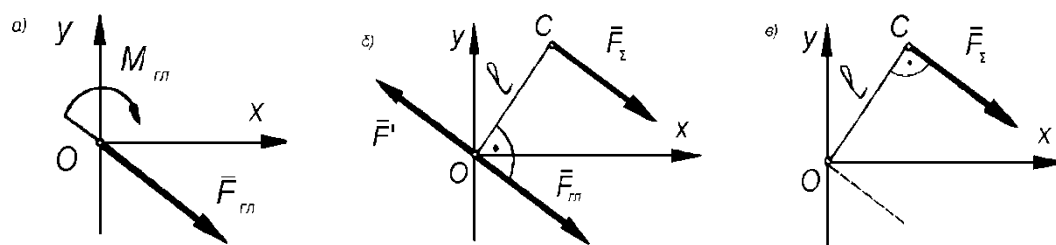


Рисунок 1.46 – Равнодействующая ПлСПРС

Равнодействующая ПлСПРС равна по модулю главного вектора, а расстояние от центра приведения до линии действия равнодействующей

равно частному от деления главного момента на модуль главного вектора или равнодействующей данной системы сил.

Частные случаи приведения системы сил к центру:

- 1) главный вектор равен нулю, а главный момент не равен нулю ($F_{ГЛ} = 0; M_{ГЛ} \neq 0$), т.е. система сил эквивалентна паре сил, тело вращается под действием данной системы сил;
- 2) главный вектор не равен нулю, а главный момент равен нулю ($F_{ГЛ} \neq 0; M_{ГЛ} = 0$), т.е. система сил сводится к одной силе, и главный вектор есть равнодействующая этой системы; тело перемещается поступательно под действием данной системы сил;
- 3) главный вектор и главный момент равны нулю ($F_{ГЛ} = 0; M_{ГЛ} = 0$) – тело под действием данной системы сил находится в равновесии.

<u>Содержание</u>		<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

1.1.3.3. Балки, классификация нагрузок

Объектом решения многих задач статики служат балки и балочные системы.

Балкой называется брус, концы которого расположены на опорах.

Брус – твердое тело, у которого длина значительно больше поперечного сечения.

Условия равновесия плоской произвольной системы сил выражаются тремя уравнениями, следовательно, с их помощью можно определить реакции опор в том случае, если число реакций связей не превышает трех. В этом случае задача будет статически определима.

Виды статически определимых балок (рисунок 1.47):

- а) опирается на три непараллельных шарнирно-прикрепленных стержня;
- б) имеет две опоры, из которых одна шарнирно-неподвижная, другая шарнирно-подвижная;
- в) опирается на две гладкие поверхности, из которых одна с упором;
- г) опирается в трех точках о гладкие опоры;
- д) жестко заделана в стену и защемлена специальным приспособлением.

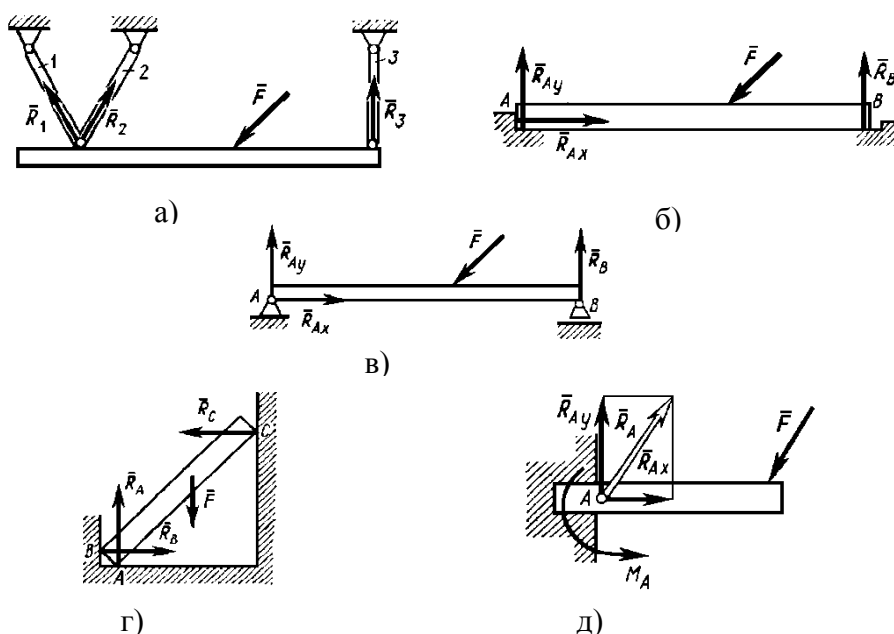


Рисунок 1.47 – Виды статически определимых балок

До сих пор мы рассматривали сосредоточенные силы, предполагая, что нагрузка сосредоточена в одной точке, что на практике сделать невозможно, но во многих случаях это можно допустить.

Сосредоточенная сила – сила, приложенная к площадке размерами которой можно пренебречь.

Например, если на балке лежит цилиндрическое тело 1 или опирается стенная панель 2 (рисунок 1.48, а), то при определении опорных реакций целесообразно считать, что балка нагружена сосредоточенными силами \bar{F}_1 и \bar{F}_2 , равными силам тяжести тел 1 и 2 (см рисунок 1.48, б).

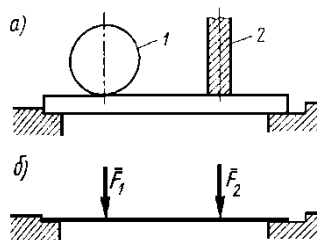


Рисунок 1.48 – Сосредоточенные силы

Часто невозможно пренебречь тем, что к телу приложена **сплошная (распределенная)** нагрузка. При этом различают нагрузку, **распределенную по линии, поверхности и объему**. Примерами могут служить: сила давления воды, сила давления песка на ленту транспортера и т.п.

Нагрузки могут быть распределены равномерно и неравномерно. Мы будем рассматривать **равномерно распределенные нагрузки по линии**. Такие нагрузки условно изображают в виде прямоугольника, в котором параллельные стрелки указывают, в какую сторону действует нагрузка (рисунок 1.49, а).

Равномерно распределенная нагрузка задается параметрами:

- 1) **интенсивностью**, q - величиной силы (Н; кН), приходящейся на единицу длины (м); размерность q , Н/м; кН/ м;
- 2) **длиной**, на которой она действует, l , м;
- 3) **направлением**.

В задачах статики, где рассматривается абсолютно твердые (недеформируемые) балки, равномерно распределенную нагрузку можно заменить равнодействующей силой: $F_q = q \cdot l$, равной произведению интенсивности q на длину l ее действия, приложенную посередине длины l и направленную в сторону действия q (см. рисунок 1.49, б).

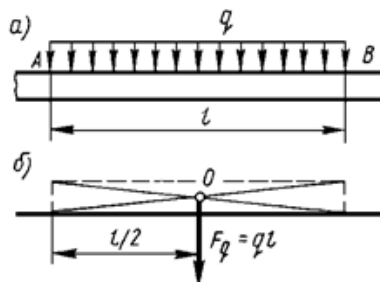


Рисунок 1.49 –Равномерно распределенная нагрузка

Классификация сил, действующих на балочные системы

- 1) сосредоточенные силы \bar{F} , Н; кН;
- 2) распределенные силы по линии q , н/м; кН/м;
- 3) пары сил с моментом $m = \pm Fa$, Н м; кН м (рисунок 1.50)

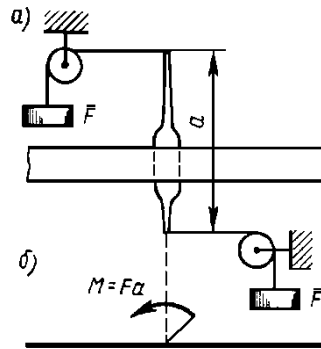


Рисунок 1.50 – Пара сил с моментом

При конструировании деталей машин и механизмов в расчетах на прочность, жесткость и устойчивость конструктивные элементы конструкций и сооружений представляют в виде расчетных схем – балок. Так, например, вал, вращающийся в подшипниках, можно рассматривать в виде:

- 1) *двухопорной балки*, одна опора которой должна быть шарнирно-подвижной, а вторая шарнирно-неподвижной (см. рисунок 1.47,в);
- 2) *двухопорной балки с консолью* (рисунок 1.51,а);
- 3) *двухопорной балки с двумя консолями* (рисунок 1.51,б).

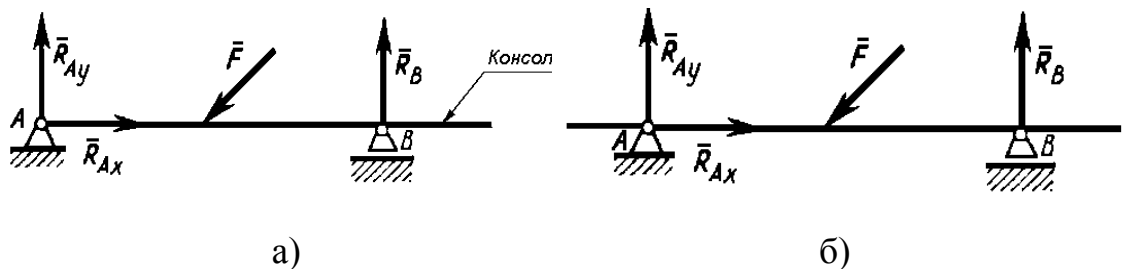


Рисунок 1.51 – Двухопорные балки

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

1.1.3.4. Условия и уравнения равновесия плоской системы произвольно расположенных сил

Необходимое и достаточное условие равновесия ПлСПРС состоит в том, чтобы главный вектор и главный момент системы сил были равны нулю, т.е. $F_{\text{гл}} = 0; M_{\text{гл}} = 0$.

Модуль главного вектора $F_{\text{гл}} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2}$; модуль главного момента: $M_{\text{гл}} = \Sigma M_O(\bar{F}_i)$, тогда **условия равновесия ПлСПРС** можно записать в следующем виде:

$F_{\text{гл}} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2} = 0; M_{\text{гл}} = \Sigma M_O(\bar{F}_i) = 0$, т.е. **для равновесия плоской системы произвольно расположенных сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на оси x и y , и алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно любой точки плоскости были равны нулю:**

$$\begin{aligned}\Sigma F_{ix} &= 0; \\ \Sigma F_{iy} &= 0; \\ \Sigma M_O(\bar{F}_i) &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Это основная (первая) форма равновесия ПлСПРС

Вторая форма уравнений равновесия получается, если составить два уравнения моментов: $\Sigma M_A(\bar{F}_i) = 0$ и $\Sigma M_B(\bar{F}_i) = 0$, и к ним добавить уравнение проекций на одну ось, не перпендикулярную к прямой, соединяющей центры моментов A и B . Если через центры моментов провести ось x (рисунок 1.52) то третье уравнение имеет вид: $\Sigma F_{ix} = 0$, тогда вторая форма уравнений:

$$\begin{aligned}\Sigma M_A(\bar{F}_i) &= 0; \\ \Sigma M_B(\bar{F}_i) &= 0; \\ \Sigma F_{ix} &= 0,\end{aligned}\tag{2}$$

т.е. для равновесия плоской системы произвольно расположенных сил необходимо и достаточно, чтобы равнялись нулю алгебраические суммы моментов всех сил относительно двух точек плоскости и алгебраическая сумма проекций всех сил на одну ось, но не перпендикулярную к прямой, соединяющей центры моментов A и B .



Рисунок 1.52 – Ось, проходящая через центры моментов

Третья форма уравнений равновесия имеет вид:

$$\begin{aligned}\Sigma M_A(\bar{F}_i) &= 0; \\ \Sigma M_B(\bar{F}_i) &= 0; \\ \Sigma M_C(\bar{F}_i) &= 0,\end{aligned}\tag{3}$$

т.е. **для равновесия плоской системы произвольно расположенных сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы моментов всех сил относительно трех точек плоскости, не лежащих на одной прямой, были равны нулю.**

Условия и уравнения равновесия плоской системы параллельных сил.

В частном случае к телу может быть приложена уравновешенная система параллельных сил, и тогда, рационально расположив оси координат (например, ось x перпендикулярно силам, а ось y – параллельно силам), получим из первой формы уравнений (1) два уравнения:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{iy} &= 0; \\ \Sigma M_O(\bar{F}_i) &= 0,\end{aligned}$$

т.е. **для равновесия плоской системы параллельных сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил на ось, параллельную силам, и алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно любой точки плоскости были равны нулю.**

Расположив центры моментов A и B на прямой, перпендикулярной направлениям сил, (см. рисунок 1.53) из второй формы уравнений (2), получим вторую форму уравнений плоской системы параллельных сил:

$$\begin{aligned}\Sigma M_A(\bar{F}_i) &= 0; \\ \Sigma M_B(\bar{F}_i) &= 0,\end{aligned}$$

т.е. **для равновесия плоской системы параллельных сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы моментов всех сил относительно любых двух точек, лежащих на прямой, непараллельной линиям действия сил, были равны нулю.**

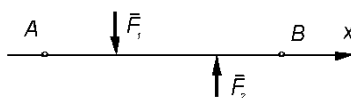


Рисунок 1.53 – Плоская система параллельных сил

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

1.1.3.5. Пространственная система сходящихся сил

Система сил, линии действия которых расположены как угодно в пространстве, называется **пространственной СС**.

Пространственная система сил называется **сходящейся**, если линии действия всех сил системы пересекаются в одной точке (рисунок 1).

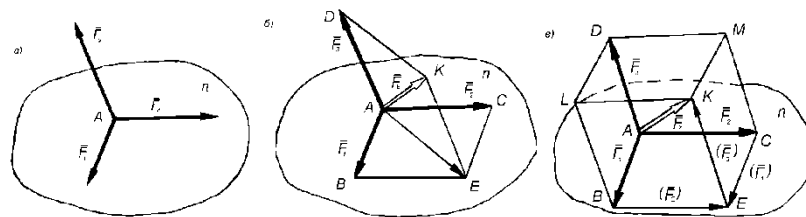


Рисунок 1.54- Пространственная система сходящихся сил

Если к приложенным в точке A силам \vec{F}_1 и \vec{F}_2 добавить силу \vec{F}_3 , не лежащую в плоскости действия двух первых сил, то получим простейшую в количественном отношении пространственную систему сходящихся сил (см. рисунок 1.54, а).

Определим равнодействующую этих сил. Сначала построим параллелограмм $ABEC$ на силах \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , его диагональ: $\vec{AE} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Затем (см. рисунок 1.54, б) сложим вектор \vec{AE} с силой \vec{F}_3 и построим параллелограмм $ADKE$, его диагональ: $\vec{AK} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_\Sigma$ - это векторное равенство выражает **правило параллелепипеда: равнодействующая пространственной системы трех сил, сходящихся в одной точке, приложена в той же точке и равна по модулю и направлению диагонали параллелепипеда, ребра которого равны и параллельны заданным силам** (см. рисунок 1.54, в).

Повторив операцию сложения сил $(n-1)$ раз, можно получить равнодействующую системы, в которую входит n сил; равнодействующая будет равна векторной сумме этих сил, а линия ее действия будет проходить через точку пересечения линий действий составляющих данную систему сил: $\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \Sigma \vec{F}_i$, т.е. **равнодействующая любого числа сходящихся сил, расположенных в пространстве, равна замыкающей стороне многоугольника, стороны которого равны и параллельны заданным силам (правило силового многоугольника)**.

Силовой многоугольник ПрССС не лежит в одной плоскости, поэтому графический и графоаналитический методы нахождения равнодействующей неприемлемы, а применяется **аналитический метод (метод проекций)**.

В отличие от ПлССС для ПрССС, силы проектируются на три взаимно перпендикулярные оси координат. Сложив алгебраически проекции сил на

каждую из осей, получим **проекции искомой равнодействующей**: $F_{\Sigma x} = \Sigma F_{ix}$; $F_{\Sigma y} = \Sigma F_{iy}$; $F_{\Sigma z} = \Sigma F_{iz}$, которые изображают ребра прямоугольного параллелепипеда с диагональю $O\bar{E} = \bar{F}_{\Sigma}$ (см. рисунок 1.55).

$$\text{Модуль равнодействующей: } F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2 + F_{\Sigma z}^2} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2 + (\Sigma F_{iz})^2} .$$

$$\text{Направление равнодействующей: } \cos \alpha_x = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}} = \frac{\Sigma F_{ix}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2 + (\Sigma F_{iz})^2}} ;$$

$$\cos \alpha_y = \frac{F_{\Sigma y}}{F_{\Sigma}} = \frac{\Sigma F_{iy}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2 + (\Sigma F_{iz})^2}} ; \quad \cos \alpha_z = \frac{F_{\Sigma z}}{F_{\Sigma}} = \frac{\Sigma F_{iz}}{\sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2 + (\Sigma F_{iz})^2}} ,$$

где $\alpha_x; \alpha_y; \alpha_z$ - углы между направлением равнодействующей и положительным направлением осей x, y и z соответственно; $F_{\Sigma x}; F_{\Sigma y}; F_{\Sigma z}$ - проекции равнодействующей на оси x, y и z соответственно; $F_{ix}; F_{iy}; F_{iz}$ - проекции сил, входящих в систему, на оси x, y и z соответственно.

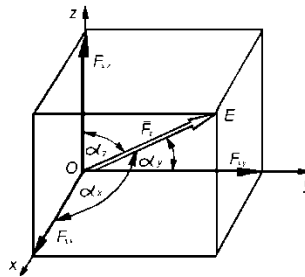


Рисунок 1.55- Равнодействующая пространственной системы сходящихся сил

Если равнодействующая ПрССС равна нулю $F_{\Sigma} = 0$, то система сил уравновешена и силовой многоугольник замкнут (**геометрическое условие равновесия**). При этом должна быть равна нулю каждая из трех проекций равнодействующей, следовательно, **аналитические условия равновесия ПрССС выражаются тремя уравнениями**:

$$\Sigma F_{ix} = 0 ;$$

$$\Sigma F_{iy} = 0 ;$$

$\Sigma F_{iz} = 0$, т.е. **для равновесия ПрССС необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из трех осей координат были равны нулю.**

Момент силы относительно оси

Если к телу, имеющему ось вращения, приложить силу \bar{F} , то она будет стремиться вращать тело вокруг этой оси (рисунок 3). В этом случае действие силы на тело измеряется величиной момента силы относительно оси z .

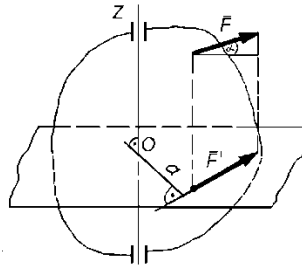


Рисунок 1.56- Момент силы относительно оси

Момент силы относительно оси равен взятому со знаком «+» или «-» произведению модуля проекции силы на плоскость, перпендикулярную оси вращения (\vec{F}') на кратчайшее расстояние от этой проекции до точки пересечения оси с плоскостью (a – плечо): $M_z(\vec{F}) = \pm F'a$.

Следует помнить, что проекция силы на плоскость – вектор, а проекция силы на ось скалярная величина.

Модуль проекции силы на плоскость $F' = F \cos \alpha$, где α - угол наклона линии действия силы к плоскости.

Знак момента определяется: если смотреть на плоскость со стороны положительного направления оси, а сила стремится вращать плоскость проекций по часовой стрелке, то момент считают положительным, если против часовой стрелки – отрицательным.

Момент силы относительно оси равен нулю, если сила и ось лежат в одной плоскости (рисунок 1.57), и при этом:

- 1) сила пересекает ось (см. рисунок 1.57, а), в этом случае: $a=0$;
- 2) сила параллельна оси (см. рисунок 1.57, б), в этом случае: $F'=0$;
- 3) сила действует вдоль оси (см. рисунок 1.57, в), в этом случае: $a=0$;
 $F'=0$

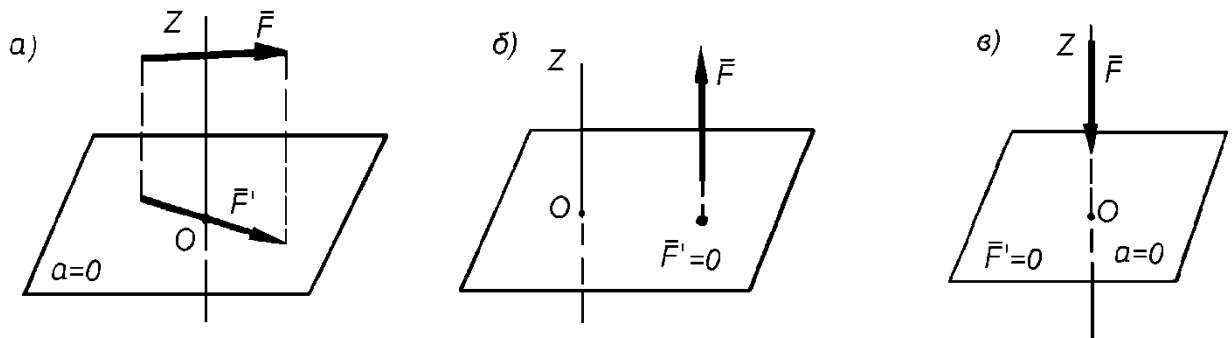


Рисунок 1.57- Момент силы относительно оси

1.1.3.6. Условия и уравнения равновесия ПрСПРС и параллельных сил.

1. Условия и уравнений равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил (6 уравнений)

Пространственная система сил в общем случае нагружения приводится к одной силе $\bar{F}_{ГЛ}$ (главный вектор) и одной паре сил с главным моментом $M_{ГЛ} = M_O$. Здесь точка O – центр приведения, расположенный в начале системы координат.

Необходимое и достаточное условие равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил состоит в том, чтобы главный вектор и главный момент системы сил были равны нулю, т.е. $F_{ГЛ} = 0$; $M_O = 0$.

Модуль главного вектора $F_{ГЛ} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2 + (\Sigma F_{iz})^2}$; модуль главного момента пространственной системы сил относительно т. O - выбранного центра приведения (приводится без доказательства):

$$M_O = \sqrt{(\Sigma M_x(F_i))^2 + (\Sigma M_y(F_i))^2 + (\Sigma M_z(F_i))^2} ,$$

где $\Sigma M_x(F_i)$; $\Sigma M_y(F_i)$; $\Sigma M_z(F_i)$ - алгебраические суммы моментов всех сил системы относительно трех любых взаимно перпендикулярных осей с началом координат в центре приведения.

Тогда ***условия равновесия пространственной системы*** можно записать в следующем виде:

$$F_{ГЛ} = \sqrt{(\Sigma F_{ix})^2 + (\Sigma F_{iy})^2 + (\Sigma F_{iz})^2} = 0 ;$$

$$M_O = \sqrt{(\Sigma M_x(F_i))^2 + (\Sigma M_y(F_i))^2 + (\Sigma M_z(F_i))^2} = 0 ,$$

т.е. для равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из трех произвольно выбранных, но не лежащих в одной плоскости координатных осей, и алгебраические суммы моментов всех сил системы относительно каждой из трех таких осей были равны нулю:

$$\begin{array}{ll} \Sigma F_{ix} = 0 ; & \Sigma M_x(F_i) = 0 ; \\ \Sigma F_{iy} = 0 ; & \Sigma M_y(F_i) = 0 ; \\ \Sigma F_{iz} = 0 ; & \Sigma M_z(F_i) = 0 . \end{array}$$

Таким образом, шести степеням свободы тела соответствуют шесть уравнений равновесия.

2. Условия и уравнений равновесия пространственной системы параллельных сил (3 уравнения)

Если на свободное тело действует пространственная система параллельных сил (например, параллельных оси z , см. рисунок 1.58), то условия равновесия принимают вид:

$$\Sigma F_{iz} = 0; \quad \Sigma M_x(F_i) = 0; \quad \Sigma M_y(F_i) = 0.$$

Остальные три условия равновесия будут представлять тождества, так как проекции всех сил такой системы на оси x и y равны нулю и моменты всех сил относительно оси z равны нулю.

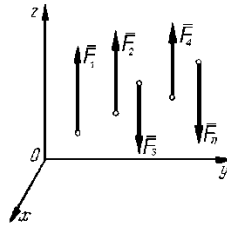


Рисунок 1.58-Пространственная система параллельных сил

Статически неопределимые задачи

Задачи, в которых число неизвестных величин не превышает числа независимых уравнений равновесия, предлагаемых статикой твердого тела для данного случая расположения сил, называются **статически определенными**, в противном случае **статически неопределимыми**.

К числу статически неопределимых балок относятся не только балки, лежащие на трех и более опорах, но и, например, балка, лежащая на двух шарнирно-неподвижных опорах и нагруженная силами, не перпендикулярными к оси балки (рисунок 1.59). Число неизвестных реакций - четыре, а уравнений статики для сил, произвольно расположенных на плоскости, - три.

Другой пример, груз подвешен на трех нитях, расположенных в одной плоскости (рисунок 1.60). Неизвестных по модулю сил – три, а независимых уравнений для плоской системы сходящихся сил – два.

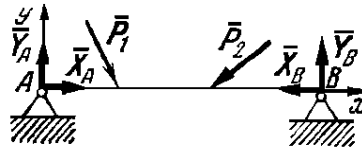


Рисунок 1.59 – Статически неопределимая задача

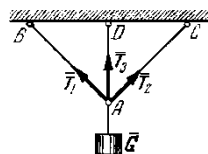


Рисунок 1.60- Статически неопределимая задача

1.1.3.7. Применение уравнений равновесия для определения опорных реакций статически определимых плоско нагруженных балок.

Задачи на равновесие произвольной плоской системы сил должны содержать не более трех неизвестных (по числу уравнений), а для плоской системы параллельных сил – не более двух неизвестных.

Алгоритм решения задач на определения реакций опор:

1) выполняем расчетную схему балки с указанием величин нагрузок и длин участков;

2) распределенную нагрузку заменяем равнодействующей силой $Q = q \cdot l$;

3) мысленно выбираем координатные оси: ось x вдоль оси балки, ось y перпендикулярно к ней (на схеме не указываем);

4) опоры заменяем их реакциями;

5) составляем и решаем уравнения равновесия для балки:

а) консольной первая форма уравнений:

$$\Sigma F_{ix} = 0,$$

$$\Sigma F_{iy} = 0,$$

$$\Sigma M_A = 0.$$

Проверка: $\Sigma M_B = 0.$

б) двухопорной вторая форма уравнений:

$$\Sigma M_A = 0,$$

$$\Sigma M_B = 0,$$

$$\Sigma F_{ix} = 0.$$

Проверка: $\Sigma F_{iy} = 0.;$

6) проверка: составляем уравнение из числа неиспользованных в ходе решения задачи.

Пример решения задач

Задача 1. Для балки, изображенной на рисунке 1.61, а, определить реакции опор.

Решение:

1. Заменяем равномерно распределенную нагрузку равнодействующей:

$$Q = q \cdot l = 0,5 \cdot 4 = 2 \text{ кН.}$$

2. Освобождаем балку от связей, заменив их реакциями \bar{R}_{Ax} ; \bar{R}_{Ay} и \bar{R}_B , и получаем действующую на балку уравновешенную систему сил (см. рисунок 1.62, б).

3. Направляем ось x вдоль оси балки и составляем уравнения равновесия:

$$\Sigma M_A(\bar{F}_i) = 0; \quad -R_B \cdot 5 + Q \cdot 4 + F \cdot \cos 30^\circ \cdot 1,5 + m = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma M_B(\bar{F}_i) = 0; \quad R_{Ay} \cdot 5 - Q \cdot 1 - F \cdot \cos 30^\circ \cdot 3,5 + m = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma F_{ix} = 0; \quad R_{Ax} - F \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\text{из (1) } R_B = \frac{Q \cdot 4 + F \cdot \cos 30^\circ \cdot 1,5 + m}{5} = \frac{2 \cdot 4 + 2 \cdot 0,866 \cdot 1,5 + 1,5}{5} = 2,42 \text{ кН};$$

$$\text{из (2) } R_{AY} = \frac{Q \cdot 1 + F \cdot \cos 30^\circ \cdot 3,5 - m}{5} = \frac{2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,866 \cdot 3,5 - 1,5}{5} = 1,31 \text{ кН};$$

$$\text{из (3) } R_{AX} = F \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ кН}.$$

Проверка: $\Sigma F_{iy} = 0$; $R_{AY} - F \cdot \cos 30^\circ - Q + R_B = 0$ или

$$1,31 - 2 \cdot 0,866 - 2 + 2,42 = 1,31 - 1,73 - 2 + 2,42 = 0.$$

Определяем модуль R_A :

$$R_A = \sqrt{R_{AX}^2 + R_{AY}^2} = \sqrt{1^2 + 1,31^2} = 1,65 \text{ кН}$$

Ответ: $R_A = 1,65 \text{ кН}$; $R_B = 2,42 \text{ кН}$.

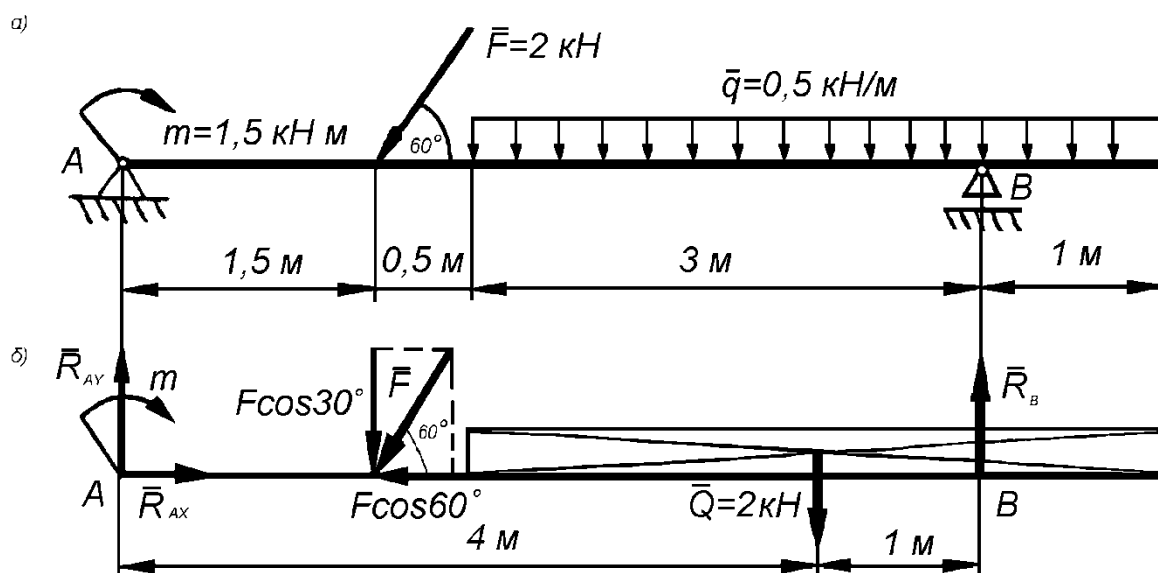


Рисунок 1.62 – Двухопорная балка

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.1.4. Связи с трением. Трением скольжения и качения

1.1.4.1. Трение скольжения и качения

При решении многих задач механики возникает необходимость в учете реальных связей. Ранее мы рассматривали идеальные связи. Реальные связи, в отличие от идеальных, имеют силы трения, которые препятствуют взаимному перемещению тел, контактирующих между собой. Реакция идеальной связи всегда направлена по нормали к поверхности или к кривой, ограничивающей свободу движения тела, а реакция реальной связи отклоняется от нормали на некоторый угол под действием возникающей силы трения.

Рассмотрим некоторые виды трения.

Трение скольжения.

Пусть тело весом \vec{G} покоится на поверхности. Сила веса уравновешивается реакцией связи \vec{N} . Эту силу еще называют силой нормального давления. Приложим к телу незначительную по модулю силу \vec{P} , которая стремится сдвинуть тело в направлении касательной к поверхности связи, и начнем ее плавно увеличивать (рисунок 1.63). Движение тела начнется, когда сила \vec{P} достигнет некоторого значения, а дальнейшее движение будет продолжаться уже при меньшем значении силы. И в первом случае (до момента начала движения) и во втором (когда движение началось при условии движения с постоянной скоростью) сила \vec{P} будет уравновешиваться силой трения $\vec{P}_{тр.}$: в первом случае — это сила трения покоя, во втором — сила трения движения.

Отметим, что сила трения покоя больше силы трения движения:

$$P_{тр.пок.} > P_{тр.движ.}.$$

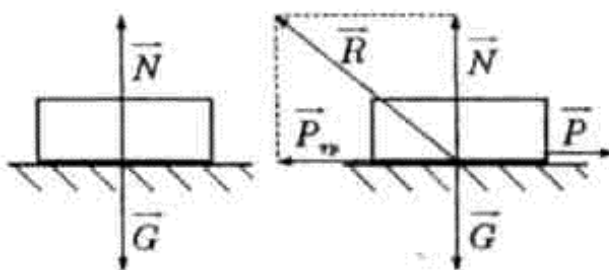


Рисунок 1.63- Трение скольжения

Остановимся на силе трения покоя, которая появляется при действии активных сил, стремящихся сдвинуть тело. Эту силу будем называть силой трения скольжения. Сила трения скольжения является компонентой реакции связи в направлении касательной к поверхности и направлена в сторону, противоположную возможному движению. Величина силы трения может изменяться от нуля до некоторого предела в зависимости от величины и направ-

ления активных сил.

Явление трения в теоретическом плане изучено недостаточно и для определения максимальной силы трения скольжения, соответствующей переходу от покоя к движению, пользуются эмпирической формулой Амонтона—Кулона $P_{mp} = f \cdot N$,

где f — коэффициент трения скольжения.

Коэффициент трения скольжения безразмерен и находится экспериментально. Для трения скольжения можно сформулировать некоторые закономерности, установленные в разное время Амонтоном, Кулоном, Мореном:

1. Сила трения скольжения действует в касательной плоскости к контактирующим поверхностям соприкасающихся тел и направлена в сторону, обратную их взаимному скольжению.

2. Сила трения покоя пропорциональна силе нормального давления (компоненте реакции в направлении нормали к контактирующим поверхностям);

3. Сила трения покоя не зависит от размеров соприкасающихся поверхностей (трущихся поверхностей).

4. Коэффициент трения покоя зависит от материала соприкасающихся тел, физического состояния (температуры, влажности, степени загрязнения и т. п.) и качества обработки поверхности.

Законы трения не относятся к числу точных. В некоторых случаях можно наблюдать значительное отличие действительной силы трения от величины, найденной по соотношению.

Как отмечено выше, формулой Амонтона—Кулона пользуются для определения силы трения в критическом случае (переход от состояния покоя к состоянию движения). Во всех остальных случаях для определения силы трения используют уравнение равновесия.

Рассмотрим тело, находящееся на шероховатой поверхности. Будем считать, что в результате действия активных сил и сил реакции тело находится в предельном равновесии. На рисунке 1.64 показана предельная реакция \bar{R} и ее составляющие: \bar{N} — сила нормального давления; \bar{P}_{mp} — сила трения. При изменении направления активных сил будет изменяться направление силы трения и реакция \bar{R} будет поворачиваться, описывая конус.

Угол φ между реакцией и нормалью к поверхности называется *углом трения*, а конус, образованный вращением \bar{R} , — *конусом трения*. Определим

угол φ : $tg \varphi = \frac{P_{mp}}{N}$ или $P_{mp} = N tg \varphi$.

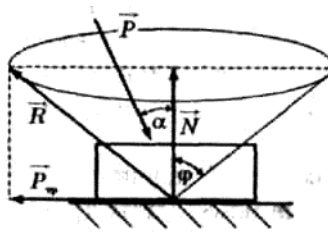


Рисунок 1.64- Конус трения

Отсюда видно, что вместо коэффициента трения можно задавать угол трения.

Рассмотрим случай, когда на тело действуют активные силы, которые могут быть приведены к равнодействующей \bar{P} , образующей с нормалью к поверхности угол α .

Нормальная составляющая силы \bar{P} определяет силу нормального давления $N = P \cos \alpha$, от которой зависит максимальная сила трения $P_{mp} = fN = tg \varphi P \cos \alpha$.

Касательная составляющая силы $P_k = P \sin \alpha$ стремится сдвинуть тело и сдвинет его, если будет больше силы трения. Равновесие же тела будет выполнено в случае, когда $P_k \leq P_{mp}$, $P \sin \alpha \leq tg \varphi P \cos \alpha$.

Отсюда следует, что если $tg \alpha \leq tg \varphi$, или $\alpha \leq \varphi$, то состояние покоя обеспечено при любом значении силы P .

Если равнодействующая активных сил находится внутри конуса трения, то тело находится в покое при любом значении силы. Для того чтобы сдвинуть тело, нужно приложить такую систему активных сил, равнодействующая которой находится вне конуса трения.

Трение качения

Рассмотрим цилиндрический каток на поверхности (рисунок 1.65), на который действует сила \bar{P} , нормальная к поверхности.

Поскольку рассматриваемая поверхность реальная, то в результате действия силы она будет деформироваться.

Реакция поверхности представляет собой симметрично распределенное давление в зоне контакта. Линия действия равнодействующей \bar{R} совпадает с линией действия силы \bar{P} .

Приложим к катку дополнительную силу \bar{Q} , которая параллельна касательной к плоскости в зоне контакта (рисунок 1.65, б). В результате этого дополнительного воздействия зона и распределение давления контакта станут несимметричными. Возникающая реакция должна проходить через точку пересечения линий действия сил \bar{P} и \bar{Q} (равновесие тела при действии трех сил). Разложим реакцию \bar{R} на нормальную \bar{N} и касательную \bar{T} компо-

ненты. Составим уравнения равновесия катка: $Q - T = 0$, $N - P = 0$, $-Qr + Nh = 0$, где r — радиус катка; h — величина, характеризующая смещение точки приложения реакции от плоскости симметрии.

Определяем $T = Q$, $N = P$. Из третьего уравнения находим $h = \frac{Qr}{P}$. Как видим, с увеличением модуля силы Q величина h растет, но величина h связана с величиной зоны контакта и, следовательно, не может неограниченно увеличиваться. Обозначим величину наибольшего смещения точки приложения силы реакции буквой δ .

Условие равновесия будет выполняться, если $h \leq \delta$.

Моментом трения качения называется наибольшее значение момента Nh , который препятствует перекачиванию катка, при $h = \delta$: $M_T = \delta N$, где δ — коэффициент трения качения, который имеет размерность длины и определяет наибольшую величину смещения силы нормального давления.

Таким образом, каток будет находиться в состоянии покоя, если момент пары (\bar{Q}, \bar{T}) меньше момента трения качения M_T , а если момент пары (\bar{Q}, \bar{T}) станет, больше M_T , то состояние покоя нарушится. При равенстве моментов имеем предельный случай равновесия.

Для того чтобы имело место чистое качение (без скольжения), необходимо выполнить условие $Q \leq F_{mp} = fN$.

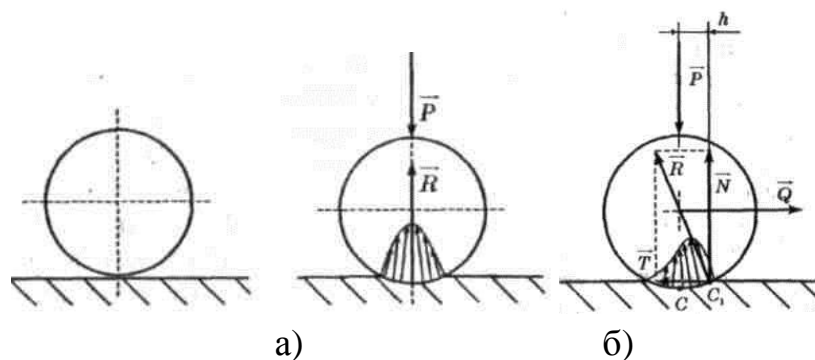


Рисунок 1.65- Трение качения

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.1.5 Центр параллельных сил и центр тяжести. Устойчивость равновесия.

1.1.5.1. Центр параллельных сил и центр тяжести

Центром параллельных сил называется такая точка на линии действия равнодействующей системы параллельных сил, через которую проходит равнодействующая и в том случае, если все силы системы повернуть вокруг их точек приложения на один и тот же угол, сохраняя параллельность сил.

Покажем существование центра параллельных сил на системе двух сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , так как при повороте их на один и тот же угол α отношение плеч BC и CA не изменится и равнодействующая пройдет через точку C (рисунок 1.66).

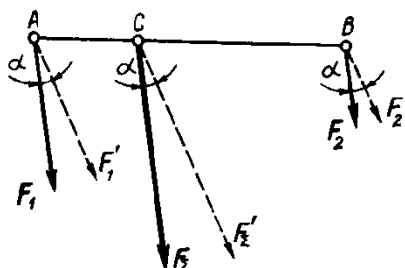


Рисунок 1.66 – Центр параллельных сил

Если дана система n параллельных сил, то равнодействующую этой системы можно найти, последовательно попарно складывая все силы. На линии действия равнодействующей системы параллельных сил также будет существовать точка, обладающая свойством параллельных сил. Формулы для определения координат центра параллельных сил имеют следующий вид:

$$x_c = \frac{\sum(F_i x_i)}{\sum F_i}; \quad y_c = \frac{\sum(F_i y_i)}{\sum F_i}; \quad z_c = \frac{\sum(F_i z_i)}{\sum F_i}. \quad (1)$$

Определение положения центра тяжести тела, плоской фигуры

Силой тяжести называется сила, с которой тело притягивается к Земле.

Элементарной частицей тела называется такая малая частица, положение которой в пространстве определяется координатами одной точки. Рассмотрим тело, состоящее из большого количества элементарных частиц. Силы тяжести каждой частицы, направленные к центру Земли, образуют систему сходящихся сил, но для тел размеры, которых малы по сравнению с размерами Земли, с достаточной степенью точности можно считать эти силы системой параллельных сил.

Центром тяжести тела называется центр параллельных сил тяжести всех элементарных частиц тела.

Центр тяжести есть **геометрическая точка**, которая может лежать вне тела (например, кольцо, цилиндр с отверстием).

Координаты центра тяжести тела находят по тем же формулам, что и координаты центра параллельных сил:

$$x_c = \frac{\Sigma(G_i x_i)}{\Sigma G_i}; \quad y_c = \frac{\Sigma(G_i y_i)}{\Sigma G_i}; \quad z_c = \frac{\Sigma(G_i z_i)}{\Sigma G_i}, \quad (2)$$

где G_i – сила тяжести каждой элементарной частицы тела; x_i, y_i, z_i – координаты частицы; ΣG_i – сила тяжести всего тела.

Если тело представляет собой однородную пластину толщиной h , то сила тяжести элементарной частицы, выраженная через площадь A_i равна: $G_i = \gamma h A_i$, где γ – удельная сила тяжести (для однородного тела величина постоянная), тогда координаты центра тяжести плоской фигуры определяют по формулам:

$$x_c = \frac{\Sigma(A_i x_i)}{\Sigma A_i}; \quad y_c = \frac{\Sigma(A_i y_i)}{\Sigma A_i}, \quad (3)$$

где A_i – площадь частей, на которые разбита плоская фигура, x_i, y_i – координаты центра тяжести этих частей.

Методы нахождения центра тяжести.

1. Метод симметрии. Представим себе однородное тело, которое имеет плоскость симметрии. Выберем такую систему координат, чтобы оси x и z лежали в плоскости симметрии (рисунок 1.67), в этом случае каждой элементарной частице силой тяжести G_i с абсциссой $y_i = +a$ соответствует такая же частица с абсциссой $y_i = -a$, тогда $y_c = \frac{\Sigma(G_i y_i)}{\Sigma G_i} = 0$.

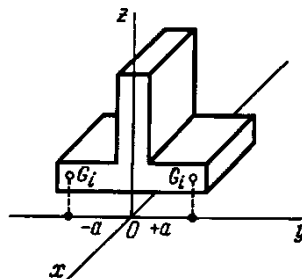


Рисунок 1.67 – Метод симметрии

Следовательно, если однородное тело имеет плоскость симметрии, то центр тяжести лежит в этой плоскости. Кроме того, аналогично можно доказать:

1) Если однородное тело имеет ось симметрии, то центр тяжести лежит

на этой оси.

2) Если однородное тело имеет две оси симметрии, то центр тяжести находится в точке их пересечения.

3) Центр тяжести однородного тела вращения лежит на оси вращения.

2. Метод разбиения. Этот метод заключается в том, что тело разбивают на наименьшее число частей, силы тяжести и положение центров тяжести которых известны, после чего применяют формулы (2), в которые можно подставить не силы тяжести элементарных частиц G_i , а силы тяжести составных частей; под координатами понимают x_i, y_i, z_i - координаты центров тяжести частей, на которые тело разбито. Для плоской фигуры применяют формулы (3).

3. Метод отрицательных масс (площадей). Этот метод заключается в том, что тело (плоскую фигуру), имеющее свободные полости, полагают сплошным, а массу (площади) свободных полостей считают отрицательными. Вид формул при этом не меняется. Для плоских фигур используют формулы (3), в которых площади свободных полостей подставляются со знаком минус. То есть при определении центра тяжести тела, имеющего свободные полости, следует применять метод разбиения, но считать массу (площади) свободных полостей отрицательными.

4. Метод подвешивания основан на второй аксиоме статике (рисунок 1.68,а). Если тело в виде пластинки любой формы подвесить на нити, например в точке A , то при равновесии центр тяжести тела обязательно займет положение на вертикали, проходящей через точку подвеса A , так как только в этом положении центра тяжести сила тяжести и реакция нити AO уравновешивают друг друга. С помощью отвеса OD отметим на теле линию AA_1 , на которой расположен искомый центр тяжести. Подвесив затем тело на нити в другой точке, например B (рисунок 1.68,б), получим линию BB_1 , которая пересечением с линией AA_1 фиксирует положение центра тяжести C .

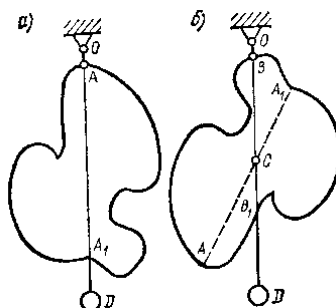


Рисунок 1.68 – Метод подвешивания

Положение центра тяжести некоторых плоских фигур.

1) **Прямоугольник.** Так как прямоугольник имеет две оси симметрии,

то центр тяжести его площади находится в точке пересечения этих осей или в точке пересечения диагоналей (рисунок 1.69, а).

2) **Треугольник.** Центр тяжести площади треугольника лежит на расстоянии одной трети высоты от каждого основания (рисунок 1.69, б).

Для прямоугольного треугольника центр тяжести лежит на расстоянии одной трети от вершины прямого угла (рисунок 1.69, в).

3) **Круг.** Центр тяжести площади круга лежит в точке пересечения осей симметрии (рисунок 1.69, г).

4) **Дуга окружности** $x_c = \frac{2R}{\pi}$, $y_c = 0$ (рисунок 1.69, д).

5) **Круговой сектор** $x_c = \frac{2R}{3} \cdot \frac{\sin \varphi}{\varphi, \text{ рад}}$, $y_c = 0$ (рисунок 1.69, е).

6) **Полукруг.** Для полукруга $\varphi = \frac{\pi}{2}$, тогда $\sin \varphi = 1$, $x_c = \frac{4R}{3\pi} = \frac{2d}{3\pi}$, $y_c = 0$.

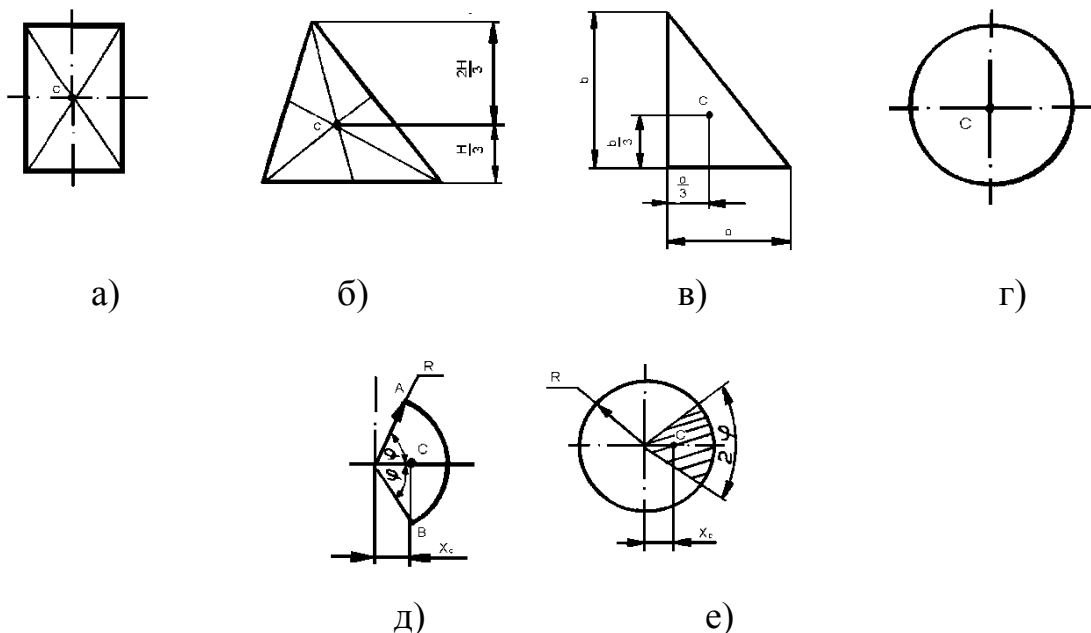


Рисунок 1.69 – Положение центра тяжести некоторых плоских фигур

Пример решения задач.

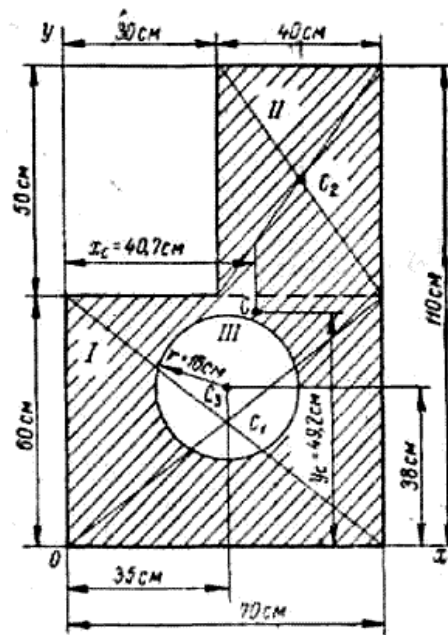
Задача.

Определить координаты центра тяжести плоской фигуры с круглым отверстием. Размеры указаны на чертеже (рисунок 1.70)

Решение.

Разбиваем фигуру на элементарные Простые части, которых здесь будет три: два прямоугольника I и II и круглое отверстие III. Определяем координаты центров тяжести и вычисляем площади этих элементарных частей

(см. рисунок 4). При этом площадь отверстия будем считать величиной отрицательной.



Рисунк 1.70- Плоская фигура

$$x_1 = 35 \text{ см}, y_1 = 30 \text{ см}, F_1 = 60 \cdot 70 = 4200 \text{ см}^2,$$

$$x_2 = 50 \text{ см}, y_2 = 85 \text{ см}, F_2 = 40 \cdot 50 = 2000 \text{ см}^2,$$

$$x_3 = 35 \text{ см}, y_3 = 38 \text{ см}, F_3 = -3,14 \cdot 16^2 = -804 \text{ см}^2.$$

Вычисляем координаты центра тяжести всей фигуры

$$x_c = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{4200 \cdot 35 + 2000 \cdot 50 - 804 \cdot 35}{4200 + 2000 - 804} = 40,7 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + F_3 y_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{4200 \cdot 30 + 2000 \cdot 85 - 804 \cdot 38}{4200 + 2000 - 804} = 49,2 \text{ см}.$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.2. Кинематика

1.2.1. Основные понятия кинематики

1.2.1.1 Кинематика как наука о механическом движении

Кинематика – эта часть теоретической механики, в которой изучается механическое движение материальных точек и твердых тел без учета действующих сил.

Рассматривая движение твердого тела, нетрудно установить, что в общем случае различные его точки совершают разные движения. Поэтому и возникает необходимость в первую очередь изучить движение отдельных точек тела. Чтобы определить положение точки в пространстве, нужно иметь какое-то неподвижное тело или связанную с ним систему координатных осей, которую называют *системой отсчета*.

Под *системой отсчета* нужно понимать абсолютно жесткое тело или неизменно связанную с ним систему координат, относительно которых рассматривается данное движение.

Движение заданного тела обнаруживается только путем сравнения с системой отсчета.

В ряде случаев в кинематике рассматривается подвижная система отсчета, которая совершает какое-либо движение относительно основной системы отсчета.

В природе вообще не существует неподвижных тел и, следовательно, не может быть абсолютно неподвижных систем отсчета. Обычно условно неподвижной системой отсчета считают систему координатных осей, связанную с Землей. Рассмотрим для примера движение точки в какой-то условно неподвижной системе координат *хуз*. Положение точки в пространстве определяется, тремя координатами. Эти координаты изменяются при переходе точки в другое положение.

Кривая, которую описывает точки при своём движении в пространстве относительно выбранной системы отсчета, называется ее *траекторией*.

Траектории делятся на прямолинейные (например, движение точек поршня двигателя) и криволинейные (круговые - движение точек шкива, круглой пилы; параболические — движение жидкости при истечении из отверстия в боковой стенке сосуда и др.). Траектории движения одной и той же точки в зависимости от принятой системы отсчета (системы координат) будут различными. Например, траектория движений крюка мостового крана относительно его фермы - вертикальная прямая линия. Если же при этом кран перемещается, то траектория движения крюка относительно неподвижной системы отсчета, т. е. относительно неподвижного наблюдателя, будет

выглядеть иначе.

В случае прямолинейного равномерного движения мостового крана крюк относительно неподвижной системы отсчета будет перемещаться по наклонной прямой линий. Движение точки в пространстве прежде всего определяется ее *скоростью*. *Скоростью* называется величина характеризующая быстроту и направление движения точки в данный момент времени. В зависимости от скорости движение тела может быть равномерным и неравномерным.

При равномерном движений скорость постоянна по величине; при неравномерном — переменна. Изменение, скорости во времени характеризуется величиной ускорения.

При изучении движения точки необходимо различать два важных понятия—*пройденный путь* и *расстояние*.

Расстояние определяет положение точки на ее траектории и отсчитывается от некоторого начала отсчета. Расстояние является алгебраической величиной, так как в зависимости от положения точки относительно начала отсчета и принятого направления отсчета расстояний оно может быть и положительным и отрицательным. В отличие от расстояния *путь*, пройденный точкой, всегда положителен. Путь совпадает с абсолютным значением расстояния только в том случае, когда движение точки начинается из начала отсчета и совершается по траектории в одном направлений.

В общем случае движение точки может начинаться из некоторого произвольного ее положения на траектории, не совпадающего с началом отсчета расстояний. Тогда для определения этого исходного положения точки вводится понятие *начального расстояния*. Если точка, выйдя из данного начального положения, не совпадающего с началом отсчета; движется по траектории в одном направлении, то пройденный ею путь равен абсолютному значению разности расстояний в начальном и конечном положениях. Встречаются случаи, когда точка совершает по траектории колебательное движение: например, движение поршня двигателя внутреннего сгорания, движение маятника часов. Здесь при определении взаимосвязи между путем и расстоянием следует учитывать количество колебаний, совершенных до рассматриваемого момента. Для обозначения расстояний мы будем пользоваться буквой S , для пути не будем вводить особых обозначений, учитывая изложенное выше. Путь и расстояние могут различаться между собой только на какую-то постоянную величину, зависящую от положения начала отсчета.

Это можно записать так: $S_p = S_n + S_o$,

где S_p —расстояние точки от начала отсчета, S_n —пройденный путь, S_o —

расстояние от начала отсчета до начального положения точки (величина постоянная).

В дальнейшем нам придется вычислять производные от пути по времени и от расстояния по времени. Дифференцируя по времени формулу, получаем

$$\frac{dS_p}{dt} = \frac{dS_n}{dt} + \frac{dS_o}{dt}.$$

Так как S_o — постоянная величина, то производная от нее равна нулю и в результате получаем $\frac{dS_p}{dt} = \frac{dS_n}{dt}$. Итак, производные по времени от расстояния и пути тождественно равны.

<u>Содержание</u>		<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

1.2.2. Кинематика точки

1.2.2.1. Способы задания движения точки

Самым общим случаем движения точки является движение по криволинейной траектории.

Для изучения криволинейного движения точки необходимо уметь определить положение точки в назначенной системе отсчета (системе координат) в любой момент времени.

Уравнения, определяющие положение движущейся точки в зависимости от времени, называются *уравнениями движения*. Движение точки может быть задано двумя способами.

1. *Естественный*, или *геометрический*, способ. При этом задается траектория точки (графически или аналитически) и закон движения точки по траектории. Пусть произвольная точка А перемещается по заданной траектории (рисунок 1.71, а). Принимая точку О за начало отсчета пути, пройденного точкой А по своей траектории, уравнение движения можно записать в виде $S = f(t)$, где S — путь, пройденный точкой А от начала отсчета; t — время.

В каждый данный момент это уравнение определяет положение точки А.

2. *Координатный*, или *аналитический* способ. Положение движущейся в плоскости точки (рисунок 1.71, б) можно определить, если известны ее координаты x и y относительно системы двух взаимно перпендикулярных координатных осей Ox и Oy . При движении точки ее координаты изменяются с течением времени, следовательно, x и y являются некоторыми функциями времени:

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(t); \\ y &= f_2(t) \end{aligned} \right\}$$

Этими уравнениями движение точки в плоскости вполне определяется, так как для каждого данного момента времени t можно вычислить координаты точки и, следовательно, указать ее положение.

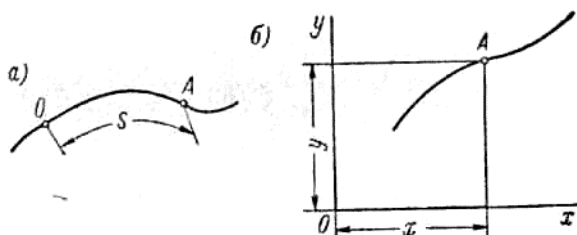


Рисунок 1.71- Способы задания движения точки

Уравнения называются уравнениями движения точки в прямоугольных координатах. С их помощью можно найти уравнение траектории движения точки. Для этого из уравнений нужно исключить параметр — время t и найти зависимость между координатами точки: $y = f(t)$.

Решение задач.

Задача.

По заданным уравнениям движения точки найти уравнение ее траектории.

$$\begin{cases} x = at^2, \\ y = bt. \end{cases}$$

Решение.

Из уравнения нужно исключить параметр t . Из второго уравнения $t = \frac{y}{b}$ тогда $x = a \frac{y^2}{b^2}$, откуда $ay^2 - b^2x = 0$.

Это уравнение параболы.

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

1.2.2.2. Уравнения движения. Виды движения точки. Средняя скорость, ускорение

Если точка за равные промежутки времени проходит равные отрезки пути, то ее движение называется *равномерным*.

Скорость равномерного движения измеряется отношением пути, пройденного точкой за некоторый промежуток времени, к величине этого промежутка времени $v = \frac{S}{t}$, где v — скорость; S — путь; t — время.

Приведенная формула позволяет установить, в каких единицах скорость измеряется. Очевидно, скорость измеряется в единицах длины, отнесенных к единицам времени, — м/сек, см/сек, км/ч и т. д.

Если же точка за равные промежутки времени проходит неравные пути, то ее движение называется *неравномерным*.

Из этого определения ясно, что скорость неравномерного движения есть величина переменная и является функцией времени $v = f(t)$.

Часто бывает необходимо определить среднюю скорость неравномерного движения за некоторый промежуток времени, т. е. скорость такого воображаемого равномерного движения, при котором точка проходит за определенный промежуток времени такой же путь, как и при неравномерном движении.

Пусть S — путь, проходимый точкой при неравномерном движении, и t — время, за которое точка проходит этот путь. Средняя скорость определится по формуле $v_{cp} = \frac{S}{t}$.

Рассмотрим теперь, как определяется скорость при **естественном задании движения точки**.

Пусть точка A перемещается по заданной траектории по некоторому закону $S = f(t)$ (рисунок 1.72, а). За промежуток времени Δt точка A переместится в положение A_1 по дуге AA_1 , длину которой обозначим ΔS .

Если заменить дугу AA_1 ее хордой, то можно найти в первом приближении некоторую среднюю скорость движения точки по формуле

$$v_{cp} = \frac{AA_1}{\Delta t} = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Эта скорость направлена по хорде от точки A к точке A_1 . Истинную скорость найдем путем перехода к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ учитывая, что хорда AA_1 стремится к дуге, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AA_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}$.

Когда $\Delta t \rightarrow 0$, направление хорды в пределе совпадает с направлением

касательной к траектории в точке А.

Скорость является вектором, ее величина определяется как первая производная, от расстояния по времени, а направление совпадает с касательной к траектории в данной точке.

Когда движение точки задано координатным способом, ее скорость можно определить через проекции на координатные оси.

Следовательно, проекции скорости точки на прямоугольные координатные оси при координатном способе задания движения определяются как первые производные от соответствующих координат точки по времени.

В общем случае при движении по криволинейной траектории скорость точки изменяется и по направлению и по величине. Изменение скорости в единицу времени определяется *ускорением*.

Первое слагаемое полного ускорения характеризует изменение величины скорости и направлено по касательной к траектории, его называют *касательным* ускорением $a_t = \frac{dv}{dt}$.

Второе слагаемое полного ускорения определяет изменение направления скорости и называется *нормальным* ускорением $a_n = \frac{v^2}{\rho}$.

Полное ускорение точки является векторной величиной и определяется как геометрическая сумма касательной и нормальной составляющих: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$.

Если движение точки задано координатным способом, то ее полное ускорение можно определить через проекции на координатные оси. Проекции ускорения точки на координатные оси равны вторым производным по времени от соответствующих координат: $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$; $a_y = \frac{d^2y}{dt^2}$.

По заданным проекциям ускорения можно найти его полную величину

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

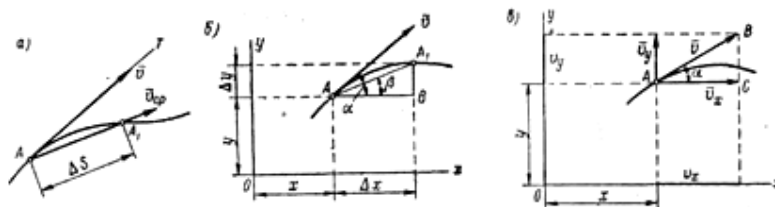


Рисунок 1.72- Скорость точки при естественном задании движения точки.

Характер движения точки и форма ее траектории в конечном итоге определяются ее ускорением. Рассмотрим все возможные случаи движения точки и проанализируем выведенные выше формулы для касательного и нормального ускорений.

1. *Равномерное и прямолинейное движение* характеризуется тем, что скорость движения точки А постоянна, а радиус кривизны траектории движения точки А равен бесконечности (рисунок 2, а).

В этом случае касательное ускорение $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ ($v = \text{const}$); нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{r} = 0$ ($r = \infty$).

Значит, и полное ускорение движения точки равно нулю $\bar{a} = 0$.

2. *Равномерное криволинейное движение* характеризуется тем, что величина скорости движения точки А постоянна, скорость меняется лишь по направлению, а величины радиусов кривизны траектории точки имеют конечные значения.

Скорость точки А в каждый данный момент будет направлена по касательной к траектории (рисунок 2, б). В этом случае касательное ускорение $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ ($v = \text{const}$); нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{r} \neq 0$ (r - конечная величина).

Итак, полное ускорение при равномерном криволинейном движении состоит только из нормального ускорения, т. е. $\bar{a} = \bar{a}_n$.

Неравномерное прямолинейное движение характеризуется тем, что скорость движения точки есть функция времени (рисунок 2, в), а радиус кривизны траектории движения точки А равен бесконечности. Поэтому касательное ускорение $a_t = \frac{dv}{dt} \neq 0$; нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{r} = 0$ ($r = \infty$).

Итак, полное ускорение точки при неравномерном прямолинейном движении состоит только из касательного ускорения, т. е. $\bar{a} = \bar{a}_t$.

Неравномерное криволинейное движение (рисунок 2 г) характеризуется тем, что скорость движения точки А есть функция времени, а радиус кривизны траектории ее движения — конечная величина. В этом случае касательное ускорение $a_t = \frac{dv}{dt} \neq 0$; нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{r} \neq 0$.

Полное ускорение при неравномерном криволинейном движении складывается геометрически из касательного и нормального ускорений, т. е. $\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_t$.

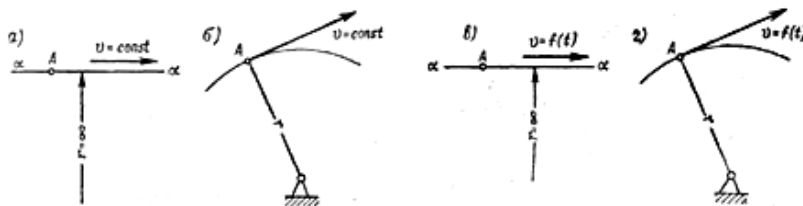


Рисунок 1.72-Способы движения точки

1.2.3. Простейшие движения твердого тела

1.2.3.1. Поступательное движение его свойства. Вращательное движение: угловая скорость и угловое ускорение

1. Поступательное движение

К простейшим движениям тела относятся поступательное движение и вращение вокруг неподвижной оси.

Поступательным называется такое движение жесткого тела, при котором всякая прямая проведенная в этом теле, остается параллельной своему начальному положению.

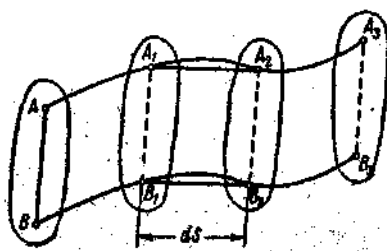


Рисунок 1.73- Поступательное движение тела

Рассмотрим тело (рисунок 1.73), которое совершает поступательное движение. Проведенная в теле прямая АВ во время движения перемещается параллельно своему начальному положению. Рассмотрим перемещение тела за малый промежуток времени dt . При этом можно считать, что точки А и В перемещаются по прямолинейным и параллельным прямым. За время dt они пройдут одинаковые пути dS . Следовательно, скорости этих точек будут одинаковы по величине: $v_A = v_B = \frac{dS}{dt} = \dots = v$

и направлены в одну сторону, т. е. $\vec{v}_A = \vec{v}_B = \dots = \vec{v}$.

Аналогично доказывается равенство ускорений точек тела при поступательном движении $\vec{a}_A = \vec{a}_B = \dots = \vec{a}$.

Поэтому поступательное движение тела вполне характеризуется движением одной точки его, которое может быть задано естественным или координатным способом. Однако поступательное движение может совершать только твердое тело, а не отдельная точка. Поступательное движение совершают, например, поршень паровой машины, вагон на прямолинейном участке пути и т. п.

Поступательное движение может быть прямолинейным и криволинейным: При прямолинейном поступательном движении все точки тела описывают равные и параллельные прямые линий. При криволинейном поступательном движении все точки тела описывают одинаковые кривые.

Тождественность траекторий всех точек тела при поступательном движении следует непосредственно из определения этого движения.

2. Вращательное движение

Вращательным движением (или вращением) тела вокруг неподвижной оси называется, такое движение, когда все точки тела описывают вокруг неподвижной оси окружности в плоскостях, перпендикулярных к оси, с центром на этой оси.

Вращательное движение тела имеет важное практическое значение. Его соотношения и законы определяют движения шкивов, маховиков, зубчатых колес, круглых пил и др.

Рассмотрим тело, которое вращается вокруг оси Oz . Предположим, что тело за время t повернулось на угол φ и заняло положение A_1B_1 .

При этом некоторая плоскость вращающегося тела, проходящая через ось Oz и совпадающая в начальный момент времени с неподвижной плоскостью A_0B_0 (от которой отсчитываются углы поворота), составит с ней через время t угол φ . Угол φ называется углом поворота тела, в зависимости от направления вращения он может быть положительным или отрицательным. Угол поворота φ измеряется в радианах или в оборотах.

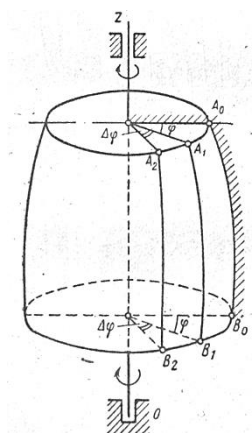


Рисунок 1.74- Вращательное движение тела

Данному углу поворота φ соответствует определенное положение тела. Поэтому уравнением, определяющим возложение вращающегося тела в каждый данный момент, будет уравнение, выражающее угол поворота как функцию от времени $\varphi = f(t)$.

Это уравнение показывает, что для любого момента времени можно определить значение угла поворота тела φ , а следовательно, и установить соответствующее положение вращающегося тела.

Как указано выше, моменту времени t соответствует положение тела A_1B_1 . По прошествии времени $[t + \Delta t]$ тело повернется на угол $[\varphi + \Delta\varphi]$ считая

от первоначального положения A_0B_0 и займет положение A_2B_2 . Это значит, что приращение угла поворота тела $\Delta\varphi$ произошло за период времени Δt .

Средней угловой скоростью вращающегося тела за время Δt называется отношение приращения угла поворота $\Delta\varphi$ ко времени Δt , в течение которого это приращение произошло: $\omega_{\text{ср}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.

Угловая скорость измеряется в радианах в секунду $[\omega] = \text{рад/сек}$.

Угловая скорость вращательного движения тела равна первой производной от угла поворота по времени.

В технических приложениях угловую скорость часто задают в оборотах в минуту, эту величину (частоту вращения) обозначают буквой n . Установим зависимость между угловой скоростью, выраженной в рад/сек , и частотой вращения, выраженной в об/мин .

За один оборот вращающегося тела угол поворота будет $\varphi_1 = 2\pi$.

Если тело вращается, совершая n оборотов в 1 мин, то угол поворота в минуту $\varphi_2 = 2\pi n$.

Угловая же скорость, выраженная, через угол поворота за единицу времени, определится по формуле $\omega_{\text{ср}} = \frac{\varphi_2}{60} = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$.

Когда угловая скорость тела постоянна $\omega = \text{const}$, имеем равномерное вращение. Отсюда следует $\varphi = \omega t + \varphi_0$,

где φ_0 — постоянная, определяющая начальное положение тела.

Когда угловая скорость тела переменная величина $\omega = f(t)$, имеем неравномерное вращение. Изменение угловой скорости в единицу времени определяется угловым ускорением. Пусть моменту времени соответствует угловая скорость ω . По прошествии времени $[t + \Delta t]$ произошло изменение угловой скорости, она получила приращение $\Delta\omega$ и ее величина достигла значения $[\omega + \Delta\omega]$.

Средним угловым ускорением вращающегося тела за время Δt называется отношение приращения угловой скорости $\Delta\omega$ ко времени Δt , в течение

которого это приращение произошло: $\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

Измеряется угловое ускорение радианами, деленными на секунду в квадрате $[\varepsilon] = \text{рад/сек}^2$.

Итак, угловое ускорение равно первой производной от угловой скорости по времени или второй производной от угла поворота по времени.

Если тело вращается вокруг оси с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = \text{const}$, происходит равнопеременное вращение.

Уравнения равнопеременного вращения аналогичны сравнениям рав-

нопеременного движения точки, только вместо линейных величин в них входят величины угловые.

Угол поворота φ определяется по формуле $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0$, а угловая скорость в произвольный момент времени $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$,

где φ_0 и ω_0 — постоянные интегрирования, характеризующие угол поворота и угловую скорость в начальный момент времени (при $t = 0$). Обычно полагают $\varphi_0 = 0$, иными словами, считают, что тело начинает вращение из своего начального положения.

Угловое ускорение ε является величиной алгебраической. При равномерно-ускоренном вращении оно совпадает по направлению с начальной угловой скоростью ω_0 . Поэтому абсолютное значение угловой скорости будет все время возрастать. При равномерно-замедленном движении угловое ускорение направлено противоположно угловой скорости, в связи, с чем абсолютное значение последней уменьшается.

Примеры решения задач

Задача 1.

Тело, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, делает 7200 оборотов в первые 2 минуты. Определить угловое ускорение.

Решение.

Воспользуемся уравнением равнопеременного вращения $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Так как тело начинает вращаться из состояния покоя, то $\omega_0 = 0$ и $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$, откуда $\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}$.

Угол поворота φ выразим в радианах (1 оборот = 2π рад), а время t в секундах, тогда

$$\varepsilon = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 7200}{120^2} = 2\pi \text{ 1/сек}^2$$

Задача 2.

Частота вращения маховика составляла $n_1 = 300 \text{ об/мин}$. Затем маховик был заторможен и через $t_1 = 3 \text{ сек}$ частота его вращения уменьшилась до $n_2 = 120 \text{ об/мин}$. Определить, через сколько времени маховик остановится, полагая его движение равнозамедленным. Найти также, сколько оборотов он совершит от начала торможения до полной остановки.

Решение.

Запишем уравнение угловой скорости равнопеременного замедленного вращения $\omega_2 = \omega_1 + \varepsilon t_1$, откуда $\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_1}$.

Угловые скорости в рад/сек

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 300}{30} = 10\pi \text{ рад/сек};$$

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 120}{30} = 4\pi \text{ рад/сек}.$$

Подставив значения угловых скоростей в выражение углового ускорения, получим $\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_1} = \frac{4\pi - 10\pi}{3} = -2\pi \text{ рад/сек}^2$.

Зная угловое ускорение (замедление) ε , можно вычислить время вращения маховика до полной остановки $\omega = 0$: $\omega = \omega_1 + \varepsilon t_2$ откуда $t_2 = \frac{\omega - \omega_1}{\varepsilon} = \frac{0 - 10\pi}{-2\pi} = 5 \text{ сек}.$

Угол поворота маховика до остановки определится по формуле $\varphi = \omega_1 t_2 + \frac{\varepsilon t_2^2}{2} = 10\pi \cdot 5 - \frac{2\pi \cdot 5^2}{2} = 25\pi \text{ рад}$, это соответствует $\frac{25\pi}{2\pi} = 12,5$ оборота маховика.

3. Линейные скорости и ускорения вращающегося тела

Точки тела, вращающегося вокруг оси, перемещаются, по окружностям (рисунок 1.75).

Рассмотрим точку А, которая за время t прошла путь AA_1 . Дуга AA_1 равна произведению угла, поворота на радиус окружности, т. е. дуга $AA_1 = S = \varphi R$.

Как было установлено выше, линейная скорость точки равна первой производной от перемещения по времени $v = \frac{dS}{dt} = \frac{d(\varphi R)}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} R$ где R — расстояние точки от оси вращения (величина постоянная).

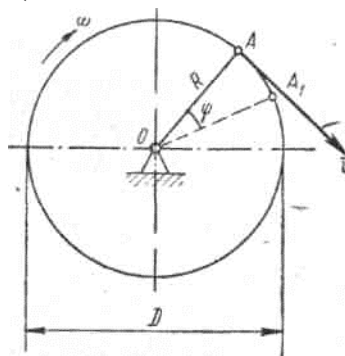


Рисунок 1.75-Определение скорости точки при вращательном движении

Известно, что $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, поэтому $v = \omega R$.

Итак, величина скорости точки вращающегося тела пропорциональна

расстоянию точки от оси вращения.

Подставив в формулу для линейной скорости точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, значение частоты вращения, выраженное в оборотах в минуту, получим

$$v = \frac{\pi n}{30} R$$

Учитывая, что в технических расчетах обычно пользуются диаметрами, а не радиусами, и подставляя в формулу $R = D/2$ (рисунок 1.75), получаем $v = \frac{\pi n D}{60}$.

Касательное ускорение точки А, движущейся по окружности, равно первой производной от скорости по времени

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R$$

Известно, что угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt},$$

следовательно, $a_t = \varepsilon R$.

Нормальное ускорение точки А, движущейся по окружности, равно отношению квадрата скорости к радиусу окружности

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Полное ускорение точки при неравномерном вращении вокруг оси (рисунок 1.76) складывается геометрически из касательного и нормального ускорений

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t.$$

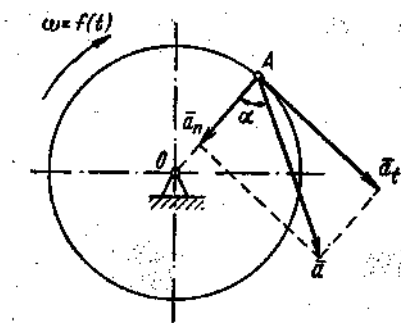


Рисунок 1.76- Ускорение точки при вращательном движении

Его величина вычисляется как диагональ прямоугольника $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

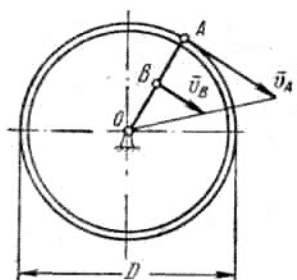
Подставляя значения касательного и нормального ускорений, получаем $a = \sqrt{(\omega^2 R)^2 + (\varepsilon R)^2}$, или $a = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$.

Направление вектора полного ускорения точки вращающегося тела можно определить по углу α , образованному этим вектором с радиусом.

Этот угол нетрудно найти по его тангенсу
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\varepsilon R}{\omega^2 R} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

Задача.

Точка А, лежащая на ободе шкива, движется со скоростью 50 см/сек, а точка В — со скоростью 10 см/сек; расстояние АВ=20 см. Определить угловую скорость ω и диаметр шкива.



Решение.

При вращении шкива угловая скорость ω остается постоянной для всех точек вращающегося тела, следовательно, окружные скорости \bar{v}_A и \bar{v}_B точек А и В соответственно равны

$$v_A = \omega \cdot OA = \omega(AB + OB) = \omega(20 + OB),$$

$$v_B = \omega \cdot OB,$$

тогда

$$\omega = \frac{v_A}{20 + OB} = \frac{v_B}{OB}.$$

Подставляя вместо v_A и v_B их численные значения, найдем ОВ:

$$\frac{50}{20 + OB} = \frac{10}{OB}; \quad OB = \frac{200}{40} = 5 \text{ см.}$$

Диаметр шкива

$$D = 2 \cdot AB + 2 \cdot OB = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 5 = 50 \text{ см.}$$

Угловая скорость определится из уравнения

$$\omega = \frac{v_B}{OB} = \frac{10}{5} = 2 \text{ рад/сек.}$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.2.4. Сложное движение точки

1.2.4.1. Переносное, относительное и абсолютное движение

Во многих случаях движение Точки приходится рассматривать относительно подвижной системы отсчета.

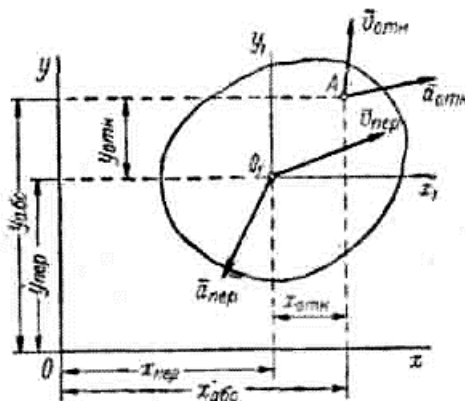


Рисунок 1.77- Тело движущееся поступательно

Представим себе тело, которое движется поступательно со скоростью $\vec{v}_{пер}$ (рисунок 1.77). Все точки этого тела обладают одинаковыми скоростями и ускорениями в каждый данный момент времени. Движение тела относительно неподвижной системы координат xOy называется *переносным движением*.

Рассмотрим какую-либо точку, которая перемещается относительно тела. Движение такой материальной точки A относительно тела или связанной с ним подвижной системы координат $x_1O_1y_1$ представляет собой *относительное движение*, т. е. движение по отношению к точке O_1 тела, выбранной за начало подвижной системы координат.

Абсолютное движение точки A — это движение ее относительно неподвижной системы координат xOy , которую обычно условно связывают с Землей.

Например, по вагону движущегося поезда перемещается человек. Движение человека по отношению к вагону будет относительным, движение вагона переносным, а движение человека по отношению к фиксированной точке на Земле — абсолютным.

Аналогично поршень автомобильного двигателя совершает относительное движение по отношению к автомобилю и абсолютное — по отношению к Земле. Движение автомобиля в этом случае является переносным.

Если движение точки складывается из двух или нескольких независимых движений, то его называют *сложным*, или *составным движением*. Слагаемые движения называют составляющими.

В сложном движении у точки различают относительную, переносную и абсолютную траектории. В зависимости от характера составляющих движений эти траектории могут быть самыми разнообразными.

Так, абсолютная траектория точки обода колеса прямолинейно движущегося автомобиля для неподвижного наблюдателя представляет собой циклоиду. Для наблюдателя, находящегося в автомобиле, относительная траектория точки М обода колеса представляется окружностью (рисунок 1.78).

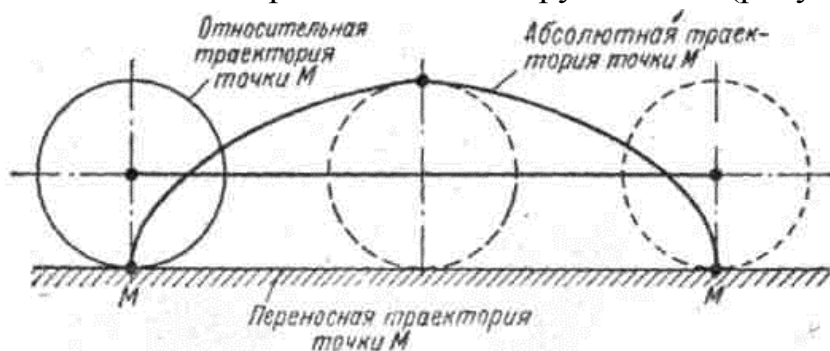


Рисунок 1.78- Траектория точки обода колеса.

Переносной называют траекторию точки М, которую она описывала бы, совершая переносное движение вместе с автомобилем и оставаясь неподвижной по отношению к нему. Переносная траектория точки М в рассматриваемом случае будет прямой линией.

По аналогии с траекториями различают абсолютные, относительные и переносные скорости и ускорения.

Встречаются случаи, когда приходится по заданным, относительному и переносному движениям точки определять ее абсолютное движение.

Абсолютное движение представляется как составное из переносного и относительного. Решение указанной задачи называют *сложением движений*.

Часто встречается сложение двух прямолинейных движений. Этот случай имеет важное значение, так как к нему по существу приводится и сложение криволинейных движений путем перехода к бесконечно малым перемещениям, которые при криволинейном движении можно условно считать направленными вдоль соответствующих скоростей.

Пусть точка А совершает сложное движение (рисунок 1.79) переносное вместе с телом и относительное по отношению к нему, причем пусть оба эти движения прямолинейны. За какой-то промежуток времени Δt точка А вместе с телом совершит переносное перемещение $\overline{\Delta S}_{пер}$ и относительно тела перемещение $\overline{\Delta S}_{отн}$. Эти перемещения на рисунке 3, а изображены в виде векторов, направленных в сторону соответствующих движений.

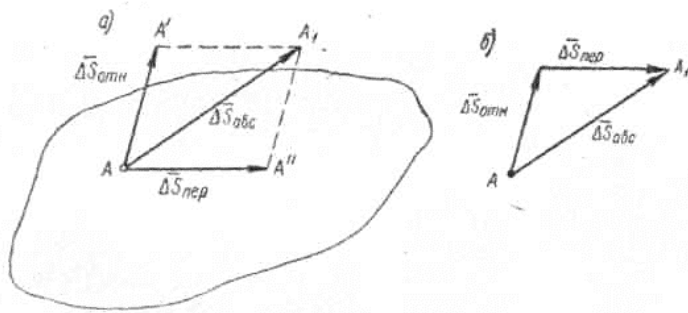


Рисунок 1.79- Точка, совершающая сложное движение

Чтобы найти абсолютное перемещение тела, представим, что относительное и переносное движения происходят не одновременно, а последовательно. Если предположить, что вначале осуществляется относительное перемещение, а затем переносное, то точка A переместится по ломаной линии $AA'A_1$ и попадет в точку A_1 .

Если же предположить, что вначале осуществляется переносное движение, а затем относительное, то точка A переместится по ломаной линии $AA''A_1$ и также попадет в точку A_1 . В обоих случаях абсолютное перемещение $\overline{\Delta S}_{abc}$ является диагональю параллелограмма, построенного на составляющих переносном и относительном перемещениях (рисунок 1.79, а). Абсолютное перемещение может быть также найдено по правилу треугольника (рисунок 1.79, б).

Итак, в случае сложения двух прямолинейных перемещений — переносного и относительного — абсолютное перемещение определяется как их геометрическая сумма, т.е. $\overline{\Delta S}_{abc} = \overline{\Delta S}_{пер} + \overline{\Delta S}_{отн}$.

В некоторых случаях приходится решать обратную задачу: по известному сложному движению точки и одному из слагаемых движений определять другое слагаемое движение.

При решении задач на сложение и разложение движений необходимо иметь зависимости между скоростями и ускорениями абсолютного, переносного и относительного движений.

$$\overline{v}_{abc} = \overline{v}_{пер} + \overline{v}_{отн}$$

Следовательно, скорость абсолютного движения точки в данный момент времени определится как геометрическая сумма относительной и переносной скоростей.

Для ускорений можно записать: $\overline{a}_{abc} = \overline{a}_{пер} + \overline{a}_{отн}$.

Уравнение справедливо только в том случае, когда переносное движение поступательное. Если переносное движение вращательное, появляется еще добавочное (поворотное), или кориолисово, ускорение.

Итак, ускорение абсолютного движения точки в данный момент времени в том случае, если переносное движение поступательное, определяется как геометрическая сумма относительного и переносного ускорений.

Для случаев, когда переносное движение вращательное справедлива теорема Кориолиса: абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме переносного, относительного и кориолисова ускорений.

Модуль кориолисова ускорения определяется как модуль векторного произведения: $a_{cor} = 2\omega v_{отн} \sin(\bar{\omega}, \bar{v}_{отн})$.

Направление кориолисова ускорения находим по правилу векторного произведения: вектор кориолисова ускорения направлен перпендикулярно плоскости, проведенной через векторы угловой скорости подвижной системы координат и относительной скорости, в сторону, откуда поворот вектора $\bar{\omega}$ к вектору $\bar{v}_{отн}$ виден против хода часовой стрелки. При определении направления кориолисова ускорения можно использовать **правило Н.Е.Жуковского**: для определения направления кориолисова ускорения проекцию относительной скорости на плоскость перпендикулярную вектору $\bar{\omega}$, необходимо повернуть на угол 90° по направлению вращения подвижной системы координат.

Содержание	Контрольные вопросы	Обратная связь
----------------------------	-------------------------------------	--------------------------------

1.2.5. Сложное движение твердого тела

1.2.5.1. Плоскопараллельное движение тела и его разложение на поступательное и вращательное

Плоскопараллельным называют такое движение твердого тела, при котором плоская фигура, получающаяся от пересечения тела некоторой неподвижной плоскостью, во все время движения остается в этой плоскости.

Следовательно, при плоскопараллельном движении каждая точка тела описывает плоскую траекторию, расположенную в плоскости, параллельной данной неподвижной плоскости. Все точки тела, расположенные на прямой, перпендикулярной к этой неподвижной плоскости, совершают одинаковое движение. Поэтому изучение плоскопараллельного движения твердого тела может быть сведено к изучению движения плоской фигуры, образованной сечением тела плоскостью II , параллельной данной неподвижной плоскости I при условии, что расстояние между плоскостями I и II постоянной $h = \text{const}$ (рисунок 1.80).

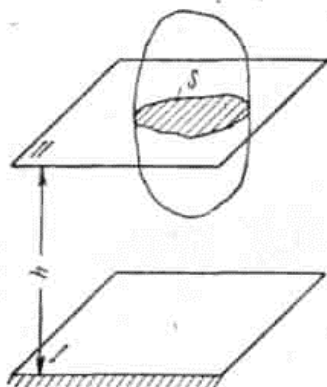


Рисунок 1.80- Плоскопараллельное движение тела

Положение плоской фигуры, в ее плоскости можно определить в любой момент времени, если будут заданы как функция от времени координаты какой-либо точки фигуры и угол поворота тела (рисунок 1.81)

$$x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t).$$

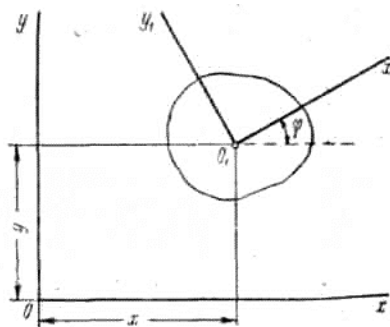


Рисунок 1.81- Определение положения плоской фигуры в плоскости

Эти уравнения называют уравнениями плоскопараллельного движения.

Примерами плоскопараллельного движения могут служить движение шатуна кривошипно-шатунного механизма, движение Колеса повозки на прямолинейном участке пути и др.

Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси, очевидно, является частным случаем, плоскопараллельного движения, когда $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$, а $\varphi = f(t)$. Поступательное движение также можно рассматривать как частный случай плоскопараллельного движения, когда $\varphi = \text{const}$.

Покажем, что любое перемещение плоской фигуры можно осуществить двумя простейшими движениями: одним поступательным и одним вращательным.

Рассмотрим пример. Положение плоской фигуры на рисунке 1.82, а вполне определяется отрезком A_1B_1 . Этот отрезок можно переместить из положения I в положение II следующим образом: перенести его параллельно самому себе в положение $A_2B'_2$ (при этом фигура совершит поступательное перемещение), а затем повернуть отрезок вокруг точки A_2 против хода часовой стрелки на угол φ (фигура при этом совершит вращательное движение и займет положение II).

Можно поступить иначе: вначале дать фигуре поступательное перемещение до положения отрезка $B_2A'_2$, а затем повернуть вокруг точки B_2 против хода часовой стрелки опять на угол φ .

Точку, вокруг которой фигура совершает поворот, называют **полюсом**. В первом случае полюсом была точка A_2 во втором — B_2 . Очевидно, за полюс может быть принята произвольная точка фигуры. Отсюда вытекает важное свойство плоскопараллельного движения: угол поворота не зависит от выбора полюса, иными словами, при изменении полюса изменяется поступательное движение, а вращательное остается неизменным.

Так как плоскопараллельное движение фигуры может быть представлено как сумма двух движений — поступательного и вращательного, то скорость любой точки тела B (рисунок 1.82, б) можно представить как геометрическую сумму двух скоростей: скорости движения полюса A — \vec{v}_A и скорости вращательного движения вокруг полюса A — \vec{v}_{BA}

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Величина скорости вращательного движения определится от формуле

$$v_{AB} = \omega \cdot AB$$

Скорость вращательного движения \vec{v}_{BA} направлена перпендикулярно к радиусу вращения АВ.

Так как вращательная часть движения не зависит от выбора полюса, то общая для всех полюсов угловая скорость ω называется *угловой скоростью плоской фигуры*.

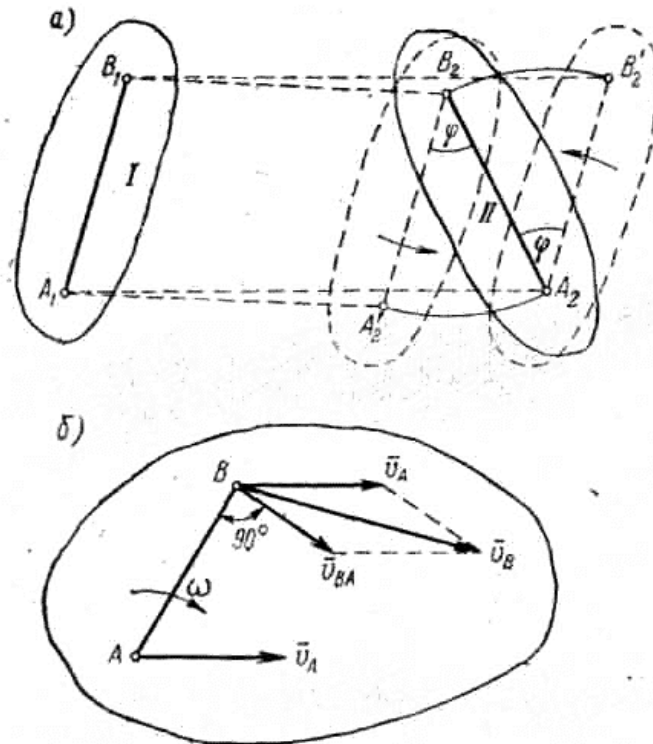


Рисунок 1.82-Определение положения плоской фигуры

Мгновенный центр скоростей и способы его определения

Можно показать, что на плоской фигуре в данный момент времени всегда имеется точка, скорость которой равна нулю. Действительно (рисунок 1.83, а), приняв произвольную точку О за полюс, восстановим из нее перпендикуляр к вектору поступательной скорости \vec{v}_0 , так чтобы вектор скорости совмещался с этим перпендикуляром при повороте на 90° по направлению вращения. Отложим на этом перпендикуляре отрезок $OC = v_0/\omega$, тогда абсолютная скорость точки С определится как геометрическая сумма двух равных противоположно направленных векторов: скорости поступательного движения \vec{v}_0 и скорости вращательного движения $v_{CO} = OC \cdot \omega = \frac{v_0}{\omega} \omega = v_0$, т. е. скорость точки С равна нулю, $v_C = 0$.

Если точку С принять за полюс (рисунок 1.83, а), то скорость произвольной точки М определится по формуле $\vec{v}_M = \vec{v}_C + \vec{v}_{MC}$, но $v_C = 0$, тогда $\vec{v}_M = \vec{v}_{MC}$ или $v_M = \omega \cdot CM$ т. е. скорость любой точки в данный момент времени

равна скорости вращательного движения вокруг некоторой точки C , которая называется *мгновенным центром скоростей*.

Положение мгновенного центра скоростей с течением времени меняется. Следовательно, плоскопараллельное движение можно представить в виде ряда последовательных вращений вокруг центров, занимающих различные положения. Такое представление плоского движения значительно облегчает его изучение.

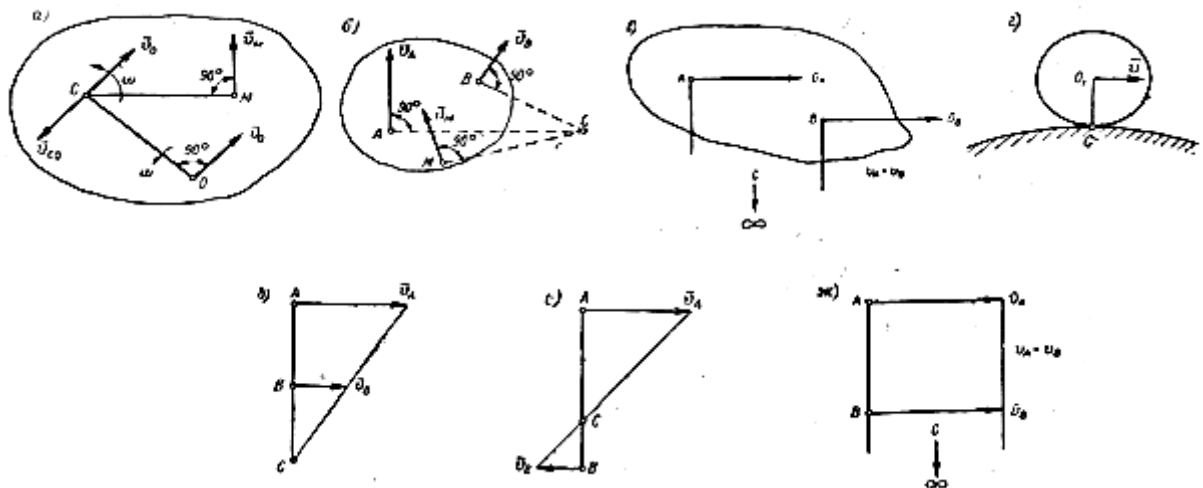


Рисунок 1.83- Определение мгновенного центра скоростей

Мгновенный центр скоростей не обязательно должен находиться в пределах рассматриваемой плоской фигуры. Естественно, что он может располагаться и вне пределов фигуры, но всегда лежит в ее плоскости.

Положение мгновенного центра скоростей легко найти в следующих случаях:

Случай 1. Если известны направления скоростей двух точек A и B фигуры, то мгновенный центр скоростей находится на пересечении перпендикуляров к векторам скоростей \vec{v}_A и \vec{v}_B восстановленных в точках A и B (рисунок 1.83, б).

Чтобы определить величину скорости любой точки фигуры в этом случае, необходимо, кроме направлений скоростей двух точек, располагать еще величиной скорости одной из этих точек. Так, если известна величина скорости точки A , то, определив положение мгновенного центра скоростей, можно найти угловую скорость плоской фигуры относительно мгновенного центра скоростей $v_A = \omega \cdot AC$, откуда $\omega = \frac{v_A}{AC}$.

Зная угловую скорость плоской фигуры и положение мгновенного центра скоростей, нетрудно найти величину скорости любой точки фигуры.

Следует подчеркнуть, что вектор скорости любой точки плоской фи-

гуры всегда направлен перпендикулярно к линии, соединяющей эту точку с мгновенным центром скоростей (рисунок 1.83, б). Кроме того, как следует из формулы, скорость; любой точки пропорциональна ее расстоянию до мгновенного центра.

Следовательно, скорость точки плоской фигуры будет тем больше, чем дальше от мгновенного центра скоростей эта точка находится.

Если известные исправления скоростей двух точек; тела А и В параллельны (рисунок 1.83, в), то перпендикуляры к векторам скоростей также будут параллельны. Они не пересекутся. Следовательно, мгновенного центра скоростей не будет или, иными словами, он находится в бесконечности (рисунок 1.83, в). Здесь имеет место в данный момент времени поступательное движение, и скорости обеих точек будут равны.

Случай 2. Если по неподвижной поверхности катится без скольжения плоская фигура, то мгновенный центр скоростей находится в точке С касания катящейся фигуры с поверхностью (рисунок 1.83, г).

Скорость этой точки в данный момент времени равна нулю. Тело как бы вращается в данное мгновение вокруг точки касания с неподвижной поверхностью. В частности, мгновенный центр скоростей колеса, катящегося без скольжения по прямолинейному пути, находится в точке касания колеса и опорной поверхности.

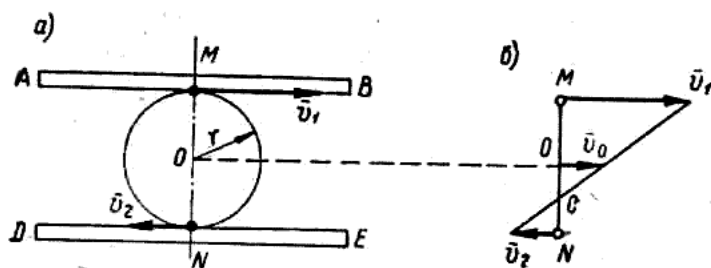
Случай 3. Если скорости двух точек А и В плоской фигуры параллельны между собой и одновременно перпендикулярны к линии, соединяющей эти точки, то для определения мгновенного центра скоростей нужно соединить концы скоростей и найти точку пересечения этой линии с прямой АВ.

Здесь возможны два варианта: когда скорости точек А и В направлены в одну сторону (рисунок 1, д) и когда скорости точек А и В направлены в разные стороны (рисунок 1.83, е).

В первом варианте, когда скорости точек А и В направлены в одну сторону, все сказанное выше справедливо, если скорости не равны по величине, т. е. если $v_A \neq v_B$. В случае равенства скоростей $v_A = v_B$ (рисунок 1, ж) мгновенного центра скоростей не будет (мгновенный центр находится в бесконечности). При этом тело движется поступательно.

Задача.

Две параллельные рейки АВ и DE движутся в противоположные стороны со скоростями $v_1 = 60$ см/сек и $v_2 = 20$ см/сек соответственно. Между рейками зажат диск радиуса $r = 12$ см. Точки диска, соприкасающиеся с рейками, движутся с теми же скоростями, что и рейки. Определить скорость центра диска О и его угловую скорость.



Решение.

Диск совершает плоскопараллельное движение. При определении мгновенного центра скоростей имеем случай 3. Мгновенный центр скоростей С лежит на пересечении линии, соединяющей точки диска М и N, и линии, соединяющей концы скоростей этих точек. Точка С — мгновенный центр скоростей — делит диаметр диска MN пропорционально скоростям, т. е.

$$\frac{MC}{CN} = \frac{MN - CN}{CN} = \frac{v_1}{v_2}, \text{ откуда } CN = \frac{MN}{1 + \frac{v_1}{v_2}} = \frac{2r}{1 + \frac{v_1}{v_2}} = \frac{2 \cdot 12}{1 + \frac{60}{20}} = 6 \text{ см} \text{ и соответственно}$$

$$CO = r - CN = 12 - 6 = 6 \text{ см. Угловая скорость диска } \omega = \frac{v_2}{CN} = \frac{20}{6} = 3,33 \text{ рад/сек.}$$

Скорость центра диска, точки О, $v_O = OC \cdot \omega = 6 \cdot 3,33 = 20 \text{ см/сек.}$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1. 3. Динамика

1.3.1. Основные понятия и аксиомы динамики

1.3.1.1. Аксиомы и задачи динамики

Динамика — это часть теоретической механики, в которой рассматривается движение материальной точки или тела под действием приложенных сил; устанавливается связь между приложенными силами и движением точек и тел.

В динамике изучаются такие системы сил, которые не находятся в состоянии равновесия этим динамика существенно отличается от статики. Динамика также коренным образом отличается от кинематики, где движение оценивается только с геометрической точки зрения, независимо от вызывающих его причин. Динамика является наиболее общим разделом теоретической механики, она использует выводы и статики, и кинематики, в ней устанавливаются общие законы движения материальных точек и тел в зависимости от действующих сил.

В основе динамики лежат некоторые положения (аксиомы), вытекающие из опыта. В разделе статики были приведены шесть аксиом, общих для разделов статики и динамики.

Ниже приведены те аксиомы, на которых базируются законы динамики.

Остановимся на первой аксиоме.

Аксиома I (закон или принцип инерции). Система сил, приложенная к материальной точке, является уравновешенной, если под ее воздействием точка находится в состоянии относительного покоя или движется равномерно и прямолинейно.

В случае относительного покоя или равномерного и прямолинейного движения ускорение материальной точки равно нулю. Поэтому под действием уравновешенной системы сил или при отсутствии силовых воздействий материальная точка не испытывает ускорений и движется равномерно и прямолинейно.

Материальная точка, которая не испытывает силовых воздействий со стороны других точек и тел, называется в механике *изолированной точкой*. Следовательно, ускорение изолированной материальной точки всегда равно нулю. Материальная точка не может самопроизвольно изменить свою скорость. Для изменения скорости точки совершенно необходимо какое-то внешнее силовое воздействие со стороны другого тела.

Первая аксиома динамики выражает основное свойство материального тела — неспособность сообщать самому себе ускорение.

Когда на точку действует неуравновешенная система сил, точка будет двигаться или прямолинейно, или неравномерно, т. е. будет иметь некоторое ускорение. Связь между действующей на точку силой и вызываемой этой силой ускорением устанавливается второй аксиомой динамики.

Аксиома II. Ускорение, сообщаемое материальной' точке приложенной к ней силой, имеет направление силы и по величине пропорционально ей

$$\bar{P} = m\bar{a}$$

где \bar{P} — сила действия на точку, в результате чего появляется ускорение движения точки; \bar{a} — ускорение, сообщаемое материальной точке; m — коэффициент пропорциональности, связывающий силу с ускорением, появившимся в результате приложения силы.

Коэффициент m , входящий в основное уравнение динамики, имеет очень важное физическое значение, он представляет собой *массу материальной точки*.

Важной аксиомой динамики является аксиома независимости действия сил.

Аксиома III. Если на материальную точку действует несколько сил, то ускорение, получаемое точкой, будет такое же, как и при действии одной силы, равной геометрической сумме этих сил.

Сила, которая сообщает материальной точке такое же ускорение, как и заданная система сил $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \dots, \bar{P}_n$, называется в динамике *равнодействующей силой*. Поскольку силы, приложенные к материальной точке, являются сходящимися, то их равнодействующая всегда приложена к той же материальной точке и определяется по правилу многоугольника.

Ускорение, получаемое материальной точкой под действием нескольких сил, может быть определено как геометрическая сумма ускорений, вызванных каждой из сил в отдельности.

Рассмотрим последнюю аксиому динамики.

Аксиома IV. Всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие. Иными словами, силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю и направлены по прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны.

Важное значение этой аксиомы заключается в том, что она является основой для объяснения сущности так называемого реактивного движения.

Ускорения, возникающие при взаимодействии двух тел, обратно пропорциональны их массам.

В динамике устанавливается связь между приложенными силами и

вызываемым ими движением. Различают две основные задачи, которые решаются на основании аксиом динамики.

Первая задача динамики заключается в том, чтобы, по заданному движению материальной точки определить силы, действующие на нее. Это так называемая *прямая задача динамики*. Для ее решения, прежде всего, необходимо определить ускорение точки. Методы определения ускорения точки зависят от способа задания ее движения. Определив ускорение точки, нужно затем воспользоваться основным законом динамики (аксиома II) и найти действующую силу. Если на точку действует несколько сил и неизвестны лишь некоторые из них, то для их определения приходится использовать аксиому независимости действия сил (аксиома III).

Вторая задача динамики заключается в том, чтобы по заданным силам определить движение точки. Это — *обратная задача динамики*, и ее решение в общем случае значительно труднее по сравнению с решением прямой задачи.

Здесь также приходится использовать основной закон динамики (аксиома II). Из этого закона определяется ускорение через действующую силу и заданную массу точки.

При известном ускорении точки еще нельзя полностью определять ее движение, а также в случае необходимости вычислять путь, пройденный точкой, или время ее движения и т. д. Для решения обратной задачи следует располагать некоторыми добавочными данными, которые называют начальными условиями. Эти начальные условия Должны определять скорость и положение точки для какого-то момента времени. Тогда, зная ускорение, можно найти скорость, пройденный путь и другие кинематические Характеристики для любого момента времени.

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

1.3.2. Движение материальной точки Метод кинетостатики

1.3.2.1. Свободная и несвободная точка. Силы инерции. Принцип Д'Аламбера

В статике уже отмечалось, что связи ограничивают свободу движения материальной точки или тела. Если на точку не наложено никаких связей, то она может двигаться в пространстве свободно. В задачах теоретической механики обычно изучаются тела и точки, на которые наложены определенные связи. Такие точки называются *несвободными*. При решении задач о движении несвободной материальной точки к силам, действующим на точку, нужно присоединить реакцию связей и рассматривать точку как движущуюся свободно под действием совокупности всех сил.

Связи в динамике классифицируют по нескольким признакам. Если связь препятствует перемещению тела в двух взаимно противоположных направлениях, то она называется *удерживающей*, или двусторонней, например, связь, осуществляемая жестким стержнем (рисунок 1.84, а). Здесь точка В не может перемещаться вдоль стержня, как вверх так и вниз. Если же связь препятствует перемещению в одном направлении, но допускает перемещение в противоположном направлении, то ее называют *неудерживающей* или односторонней, связью. Примером такой связи может служить гибкая нить, опорная плоскость и т. п. (рисунок 1.84, б, в).

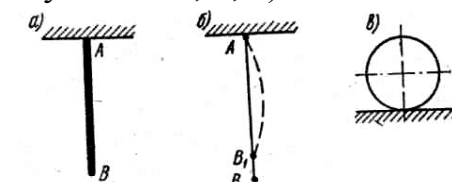


Рисунок 1.84- Связи

Часто при определении реакций связей предполагают, что в них нет трения, реакции при этом всегда направлены перпендикулярно к опорной поверхности (рисунок 1.85, а). Такие связи носят название *идеальных*. В реальных связях обязательно возникает трение и реакция \bar{R} всегда отклоняется от нормали (рисунок 1.85, б). Однако нередко это трение незначительно и им можно пренебречь; в таких случаях связи также рассматриваются как идеальные.

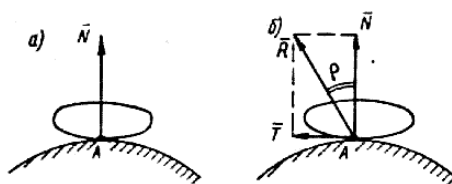


Рисунок 1.85- Идеальные (а) и реальные связи (б)

Рассмотрим материальную точку А, на которую действует произвольное число сил $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \dots, \bar{P}_n$ (рисунок 1.86). Среди действующих сил могут быть заданные активные силы, а также реакции связей.

На основании аксиомы III динамики точка А под действием этих сил получит такое же ускорение, как если бы на эту точку действовала лишь одна сила, равная геометрической сумме заданных сил

$$m\bar{a} = \bar{R} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \dots + \bar{P}_n,$$

где \bar{a} — ускорение точки А;

m — масса точки А;

\bar{R} — равнодействующая системы сил $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \dots, \bar{P}_n$.

Предположим, что кроме сил $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3, \dots, \bar{P}_n$ на точку действует еще одна сила \bar{P}_u , по величине равная равнодействующей силе \bar{R} и направленная в сторону, противоположную равнодействующей силе

$$\bar{P}_u = -\bar{R} = -m\bar{a} = -[\bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \dots + \bar{P}_n]$$

Уравнение можно представить в виде $\bar{P}_u + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \dots + \bar{P}_n = 0$.

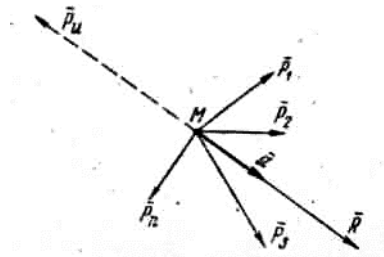


Рисунок 1.86- Материальная точка, на которую действуют силы

Из уравнения видно, что все силы, включая и силу \bar{P}_u должны уравновешиваться, так как силы \bar{P}_u и \bar{R} равны между собой и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Силой инерции движущейся материальной точки называют произведение массы точки на ее ускорение, взятое с обратным знаком.

Приведенный вывод называется началом или **принципом Германа — Эйлера — д'Аламбера** (обычно говорят принцип д'Аламбера) и может быть сформулирован следующим образом: в каждый данный момент силы, приложенные к материальной точке, уравновешиваются силами инерции.

Начало д'Аламбера может быть применено не только к материальной точке, но и к твердому телу. Таким образом, динамические задачи, относящиеся к материальной точке, твердому телу и системе тел, можно свести к задачам статики.

Сущность метода, основанного на начале д'Аламбера, можно сфор-

мулировать так; если ко всем реально действующим на точки движущегося тела силам условно приложить силы инерции, то под действием всех этих сил тело можно рассматривать как бы находящимся в равновесии. Этот метод обычно называют *методом кинетостатики*.

Следует подчеркнуть, что силы инерции действительно существуют, но приложены не к движущемуся телу, а к тем телам, которые ограничивают движение, т. е. к связям. Поэтому мы и говорили об их условном приложении.

Начало д'Аламбера очень удобно применять для решения задач. При рассмотрении фиктивного равновесия точки или тела под действием приложенных сил и сил инерции можно использовать хорошо известные приемы и методы статики. Такой прием решения задач динамики, как уже говорилось, называют методом кинетостатики. При использовании этого метода следует помнить, что силы инерции в действительности приложены не к движущемуся телу, а к связям, определяющим его движение. Рассмотрим это на частном случае.

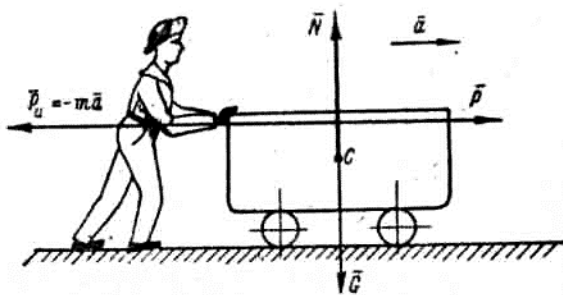


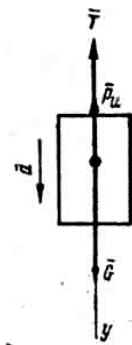
Рисунок 1.87- Сущность метода кинетостатики

Человек толкает вагонетку силой \bar{P} сообщая ей ускорение a (рисунок 1.87). Если приложить силу инерции $\bar{P}_u = -m\bar{a}$ к вагонетке, то ее можно рассматривать как находящуюся в состоянии равновесия, действительности же сила инерции приложена не к вагонетке, а к рукам человека, который ее разгоняет. Сила инерции в данном случае представляет собой противодействие, соответствующее действию человека на вагонетку — силе \bar{P} .

Метод кинетостатики - формальный прием решения задач динамики, так как в действительности действующая на тело система сил не уравновешена.

Задача.

В шахту опускается бадья с постоянным ускорением $a = 4 \text{ м/сек}^2$, вес бадьи $G = 2,00 \text{ кН}$; определить силу натяжения T каната, поддерживающего бадью. Ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$.



Решение.

Приложим к бадье все заданные силы и силу инерции и составим уравнение равновесия.

Проектируя все силы на ось y , получаем

$$\sum P_{iy} = 0; \quad -T - P_u + G = 0.$$

Величина силы инерции определяется по формуле

$$P_u = ma = \frac{G}{g} a = \frac{2}{9,81} \cdot 4 = 0,815 \text{ кН}$$

Из уравнения равновесия получаем

$$T = G - P_u = 2 - 0,815 = 1,185 \text{ кН}.$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

1.3.3. Работа и мощность

1.3.3.1. Работа и мощность при поступательном и вращательном движении тела

1. Работа и мощность при поступательном движении тела

Для решения многих задач динамики необходимо вычислять работу различных сил. Первоначально остановимся на понятии работы для Частного случая, когда действующая сила постоянна по, величине и направлению, а точка ее приложения перемещается по прямолинейной траектории.

Рассмотрим материальную точку C , к которой приложена постоянная по величине и по направлению сила \vec{P} (рисунок 1.87).

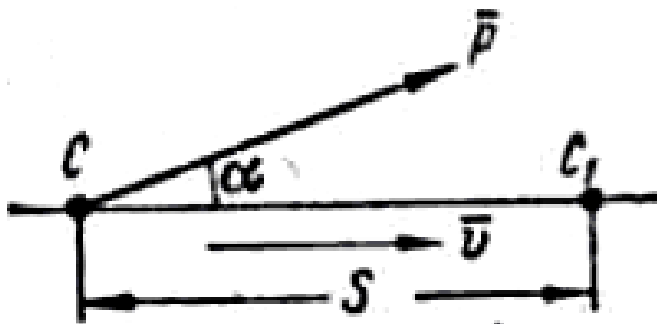


Рисунок 1.87- Работа при поступательном движении тела.

За некоторый промежуток времени t точка C , двигаясь по прямолинейной траектории, переместилась на расстояние S и совпала с точкой C_1 траектории.

Работой силы \vec{P} при прямолинейном перемещении точки ее приложения называется произведение величины силы \vec{P} на величину перемещения S и на косинус угла между направлением силы и направлением перемещения, т. е. $A = PS \cos(\vec{P}, S)$,

где $\cos(\vec{P}, S) = \cos \alpha$ — косинус угла между направлением силы и направлением перемещения.

Направление прямолинейного перемещения S и направление скорости \vec{v} всегда совпадают, поэтому $A = PS \cos(\vec{P}, \vec{v}) = PS \cos \alpha$

Угол α может меняться в пределах от 0 до 180° .

При $\alpha < 90^\circ$ работа положительна, при $\alpha > 90^\circ$ — отрицательна, если $\alpha = 90^\circ$, $A = 0$.

Когда сила с направлением перемещения составляет острый угол, она называется *движущей силой*, ее работа всегда положительна. Если между направлениями силы и перемещения тупой угол, сила оказывает *сопротивление* движению, совершает отрицательную работу и носит название *силы со-*

противления. Примерами сил сопротивления могут служить силы резания, силы трения, силы сопротивления воздуха и другие, которые всегда направлены в сторону, противоположную движению.

При $\alpha=0^\circ$, т. е. когда направление силы совпадает с направлением скорости, $A=PS$, так как $\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$. Очевидно, произведение $P \cos \alpha$ есть проекция силы \vec{P} на направление перемещения материальной точки. Следовательно, работу силы можно определить как произведение пути S и проекции силы \vec{P} на направление перемещения.

За единицу работы в Международной системе единиц (СИ) принят джоуль (Дж), представляющий собой работу силы в один ньютон (Н) на совпадающем с ней по направлению перемещении длиной в один метр (м):

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{сек}^2.$$

Мощностью называется работа, совершаемая силой в течение единицы времени, т.е. мощность есть первая производная от работы по времени

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{PdS \cos \alpha}{dt}.$$

Как и работа силы, мощность — скалярная величина.

Как было указано, $P \cos \alpha$ — проекция силы \vec{P} на направление движения материальной точки; обозначив $P \cos \alpha$ через P_v получим

$$N = P_v \frac{dS}{dt}.$$

Если сила \vec{P} совпадает с направлением движения материальной точки, то $\cos \alpha = 1$ и $N = P \frac{dS}{dt}$.

Из кинематики известно, что $\frac{dS}{dt}$ представляет собой скорость, т. е.

$$\frac{dS}{dt} = v, \text{ тогда } N = P v.$$

Мощность измеряется в единицах работы, отнесенных к единице времени. В Международной системе единиц (СИ) за единицу мощности принят ватт ($Вт$) и кратная ему единица киловатт ($кВт$). Ватт — это мощность, соответствующая работе в один джоуль в секунду,

$$1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж} / \text{сек} = 1 (\text{Н} \cdot \text{м}) / \text{сек} = 1 (\text{кг} \cdot \text{м}^2) / \text{сек}^3$$

$$1 \text{ кВт} = 1000 \text{ Вт} = 1,36 \text{ л.с.}$$

2. Работа и мощность при вращательном движении тела

В машинах очень часто встречаются вращающиеся тела, например, валы, шкивы, маховики. Причиной вращательного движения является вращающий момент, приложенный к телу (рисунок 1.88).

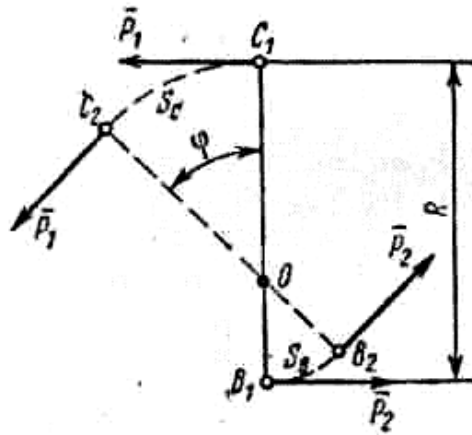


Рисунок 1.88- Работа при вращательно движении

Этот вращающий момент может создаваться каким-то окружным усилием \bar{P} , приложенным на расстоянии радиуса R от оси вращения.

Тогда величина вращающего момента определится по формуле

$$M = PR.$$

Зная величину вращающего момента и радиус R , нетрудно вычислить окружное усилие

$$P = \frac{M}{R}.$$

Вычислим работу пары сил с постоянным моментом $M = PR$. Тело, к которому приложена рассматриваемая пара сил, будет под ее действием вращаться вокруг некоторой оси O (рисунок 1.88).

Если тело повернется на угол φ , то точка C переместится из положения C_1 в положение C_2 и пройдет путь, равный $S_C = OC \cdot \varphi$, а точка B пройдет путь $S_B = OB \cdot \varphi$. Силы T_x и P_a при вращении тела направлены по касательной к траектории движения, т. е. угол между силами \bar{P}_1 и \bar{P}_2 и перемещениями S_C и S_B , на которых они совершают работу, равен нулю.

Отсюда следует, что работа силы \bar{P}_1 равна $A_1 = P_1 S_C = P_1 \cdot OC \cdot \varphi$, а работа силы \bar{P}_2 — $A_2 = P_2 S_B = P_2 \cdot OB \cdot \varphi$.

Полная работа пары равна сумме работ сил \bar{P}_1 и \bar{P}_2

$$A = A_1 + A_2 = P_1 S_C = P_1 \cdot OC \cdot \varphi + P_2 \cdot OB \cdot \varphi.$$

Учитывая, что $P_1 = P_2 = P$; $OC + OB = R$ и вынося общие сомножители, получаем

$$A = P\varphi(OC + OB) = PR\varphi = M\varphi.$$

Работа пары сил равна произведению момента пары на угол поворота выраженный в радианах.

Выведем формулу для определения мощности вращающего момента.

Для этого продифференцируем по времени выражение его работы

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{d(M\varphi)}{dt}.$$

Вынося из-под знака дифференциала постоянное значение вращающего момента и учитывая, что $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, окончательно получаем

$$N = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega.$$

Итак, мощность при вращательном движении тела равна произведению вращающего момента на угловую скорость.

Если частота вращения задана в оборотах в минуту, то, как известно,

$$\omega = \frac{\pi n}{30}.$$

Подставив это выражение в формулу, получим $N = M\omega = M \frac{\pi n}{30}$

отсюда
$$M = \frac{N}{\omega} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{N}{n} = 9,56 \frac{N}{n}$$

Итак, вращающий момент прямо пропорционален мощности и обратно пропорционален частоте вращения.

Значит, при фиксированной мощности двигателя максимальный вращающий момент, который он способен преодолеть, можно изменять за счет варьирования частоты вращения. Уменьшая частоту вращения, увеличивают вращающий момент и, наоборот, при увеличении частоты вращения вращающий момент уменьшается. Изменение частоты вращения осуществляется с помощью передаточных механизмов.

Задача

Вал передает мощность $N=75$ кВт. Определить необходимую частоту вращения, чтобы вращающий момент на валу составлял не менее $M=180$ Н·м

Решение.

Получаем

$$n = 9,56 \frac{N}{M} = 9,56 \frac{75 \cdot 1000}{180} = 3980 \text{ об / мин.}$$

Следовательно, чтобы обеспечить необходимый вращающий момент, вал должен иметь частоту вращения не более $n = 3980 \text{ об / мин.}$

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

1.3.4. Общие теоремы динамики

1.3.4.1. Импульс силы, количество движения, теорема об изменении количества движения

В предыдущем изложении рассматривалось движение материальной точки и лишь те случаи движения тела, когда его можно принять за материальную точку. В прикладных задачах механики часто приходится рассматривать не отдельную материальную точку, а их систему.

Системой материальных точек, или материальной системой, называют такую совокупность точек и тел, в которой движение каждой точки зависит от движения всех остальных точек.

При изучении системы материальных точек необходимо различать две категории сил — *внешние и внутренние*.

Внешними называют силы, с которыми действуют на точки данной системы другие тела и материальные точки, не входящие в эту систему.

Внутренними называют силы взаимодействия материальных точек, входящих в одну систему. Внутренние силы в пределах каждой системы взаимно уравниваются, т. е. их главный вектор и главный момент равны нулю. Для примера рассмотрим систему, состоящую из вала, вращающегося в подшипниках (опорах). Внешними по отношению в этой системе будут силы взаимодействия с Землёй - силы веса, а также силы взаимодействия с двигателем - движущие силы и т. п.

Внутренними будут силы давления вала на опоры и опор на вал. Согласно аксиоме равенства действия и противодействия эти силы равны и направлены по одной прямой в противоположные стороны; внутри рассматриваемой системы они уравниваются.

Часто силы, действующие на точки системы, подразделяют на заданные силы и реакции связей. Заданные силы, как следует из самого наименования, известны до исследования движения системы. Реакции связей могут быть определены только в процессе рассмотрения движения системы. Как известно из статики, направления реакций во многих случаях могут быть установлены по характеру наложенных на систему связей.

Закон количества движения для материальной точки.

Количеством движения материальной точки называют векторную величину, равную произведению массы точки на ее скорость, $\bar{q} = m\bar{v}$

Введем еще одно новое понятие — *импульс силы*. Импульсом штатной силы называют вектор, равный произведению силы на время её действия и имеющий направление силы, $\bar{S} = \bar{P}(t_2 - t_1)$.

Итак, приходим к выводам:

1. Изменение проекции количества движения материальной точки на какую-либо ось равно проекции импульса действующей силы на ту же ось за одинаковый промежуток времени.

2. Изменение вектора количества движения равно вектору импульса действующей силы за тот же промежуток времени.

Закон количества движения для системы

Количеством движения системы материальных точек называется геометрическая сумма количества движения всех точек, входящих в систему,

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \bar{q}_i = \sum_{i=1}^n m_i \bar{v}_i.$$

Итак, приходим к выводам:

1. Проекция на некоторую ось изменения количества движения системы равно проекции импульса внешних сил за тот же промежуток времени на ту же ось.

2. Изменение вектора количества движения системы равно вектору импульса внешних сил за тот же промежуток времени.

Потенциальная и кинетическая энергия

Существуют две основные формы механической энергии: потенциальная энергия, или энергия положения, и кинетическая энергия, или энергия движения. Чаще всего приходится иметь дело с потенциальной энергией сил тяжести.

Потенциальной энергией силы тяжести точки или тела в механике называют способность этого тела или точки совершать работу при опускании с некоторой высоты до уровня моря (до нулевого уровня). Численно потенциальная энергия равна работе силы тяжести, произведенной при перемещении от нулевого уровня в данное положение. Обозначив потенциальную энергию буквой Π , получим $\Pi = GH$, где G — вес точки (или тела); H — высота ее центра тяжести над уровнем моря.

Потенциальная энергия измеряется в единицах работы, т. е. в джоулях Дж.

Кинетическая энергия определяется способностью движущегося тела (или точки) совершать работу. Для материальной точки кинетическая энергия равна половине произведения ее массы на квадрат скорости, т.е. $\frac{mv^2}{2}$.

Закон кинетической энергии для материальной точки

Установим закон кинетической энергии для материальной точки массой m при действии на нее постоянной силы \bar{P} . В этом случае точка имеет постоянное ускорение $a = P/m = \text{const}$ и движение ее будет равноускоренным.

Направление движения совпадает с направлением силы \bar{P} , т. е. точка движется прямолинейно.

$$\text{Тогда } PS = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Это уравнение показывает, что изменение кинетической энергии материальной точки на некотором пути равно работе силы, действующей на точку на этом же пути.

Следовательно, изменение кинетической энергии материальной точки за некоторый промежуток времени равно работе равнодействующей всех сил, приложенных к точке на соответствующем перемещении.

Пусть тело вращается вокруг неподвижной оси Oy (рисунок 1.89) с угловым ускорением ε .

К телу приложены силы $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$. Определим зависимость между приложенными к телу силами и сообщаемым ему угловым ускорением ε . Воспользуемся началом д'Аламбера.

Рассмотрим элементарную частицу тела, например, частицу i , приложим к ней нормальную и касательную составляющие силы инерции. Аналогично, приложив силы инерции ко всем частицам тела, получим, согласно началу д'Аламбера, уравновешенную систему сил. Применим к этой системе уравнения равновесия. Составим сумму моментов всех сил относительно оси вращения Oy . Алгебраическую сумму моментов внешних сил $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$ относительно оси вращения Oy обозначим $\sum M_y$ и назовем *вращающим моментом*.

Центробежные силы инерции пересекают ось вращения и не дают относительно нее момента, касательные силы инерции войдут в уравнение.

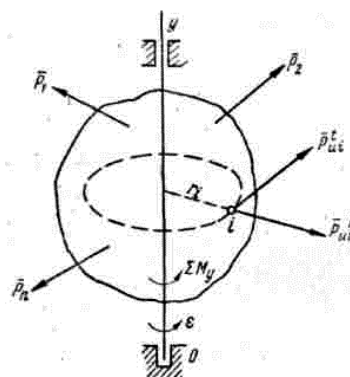


Рисунок 1.89- Силы инерции

Уравнение моментов имеет вид

$$\sum P_{ui}^t r_i = \sum M_y$$

Раскроем левую часть уравнения

$$P_{ui}^t = m_i r_i \varepsilon .$$

Подставив это значение в уравнение, получим $\sum m_i r_i^2 \varepsilon = \sum M_y$

Вынесем значение углового ускорения за знак суммы как величину, одинаковую для всех точек тела, $\varepsilon \sum m_i r_i^2 = \sum M_y$

Множитель при ε — знакомая нам величина — *момент инерции тела относительно оси Oy* $\sum m_i r_i^2 = J_y$.

Окончательно получим $J_y \varepsilon = \sum M_y$

Это *основное уравнение динамики* для вращательного движения твердого тела. Оно устанавливает, что произведение момента инерции тела относительно оси вращения на его угловое ускорение равно сумме моментов всех сил относительно этой оси (вращающему моменту).

Это уравнение аналогично основному уравнению динамики для точки: $ma = P$.

Характеристикой инертности вращающегося тела является момент инерции, а причина, вызывающая вращение тела — *вращающий момент внешних сил*.

Из уравнения следует

$$J_y = \frac{\sum M_y}{\varepsilon};$$

$$\varepsilon = \frac{\sum M_y}{J_y}.$$

Последняя формула позволяет уяснить физический смысл момента инерции тела. Эта величина характеризует инертность тела при вращении. Чем больше момент инерции, тем больший вращающий момент следует приложить для сообщения телу определенного углового ускорения ε .

Следовательно, момент инерции можно рассматривать как меру инертности твердого тела во вращательном движении вокруг неподвижной оси, аналогично тому, как масса является мерой инертности материальной точки или тела при поступательном движении.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

Раздел 2. Сопротивление материалов

2.1. Основные положения

2.1.1. Основные задачи науки о сопротивлении материалов. Основные гипотезы и допущения. Метод сечений

В отличие от теоретической механики, где рассматривались равновесие и виды движения абстрактных абсолютно твердых тел, предметом изучения раздела «Основы сопротивления материалов» являются реальные тела, которые под действием приложенных сил деформируются.

Изменение формы и размеров тел под действием внешних сил называется *деформацией тела*.

При деформации тела под действием внешних сил внутри его возникают *силы упругости*, которые препятствуют деформации и стремятся вернуть частицы тела в первоначальное положение. Силы упругости возникают в результате существования в теле внутренних сил молекулярного взаимодействия.

Таким образом, в разделе «Основы сопротивление материалов» изучают *деформации тел* и возникающие при этих деформациях *внутренние силы*.

Деформация, исчезающая после прекращения действия внешних сил, называются *упругой*.

Деформация, не исчезающая после прекращения действия внешних сил, называется *остаточной или пластичной*.

Способность материала иметь значительные остаточные деформации, не разрушаясь, называется *пластичностью*, а сами материалы называются пластичными (низкоуглеродистая сталь, алюминий, медь, латунь). *Пластичность – способность материала изменять свои формы и размеры без разрушения и сохранять новую форму после прекращения действия сил*.

Материалы, обладающие весьма малой пластичностью, называются *хрупкими*. В отличие от пластичных хрупкие материалы разрушаются без заметных остаточных деформаций (чугун, твердые сплавы, стекло, камень).

При проектировании и изготовлении механических конструкций необходимо рассчитать конструкцию отдельных деталей так, чтобы деформации не превосходили *определенных предельных величин*, при которых возможно нарушение нормальных условий работы конструкции (машины или прибора).

Способность конструкции (или отдельного ее элемента) сопротивляться нагрузкам без возникновения поломок и пластических деформаций называется *прочностью*.

Задачи сопротивления материалов:

Первая задача сопротивления материалов – расчет элементов конструкции на прочность.

Расчет на прочность дает возможность определить размеры и форму деталей, выдерживающих заданную нагрузку, при наименьшей затрате материала.

Вторая задача сопромата – расчет элементов на жесткость.

Жесткостью называется способность конструкции (или отдельного элемента) сопротивляться упругим деформациям.

Величину упругой деформации определяют **стрелой прогиба** f .

Расчет на жесткость гарантирует, что изменение формы и размеров конструкций и их элементов не превзойдут допустимых норм. Так при расчетах принимают (см. рисунок 2.1): $f = \frac{1}{1000} l = 1 \text{ мм}$.

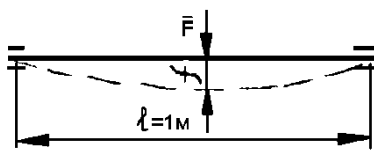


Рисунок 2.1 – Стрела прогиба

Третья задача сопромата – расчет элементов на конструкции на устойчивость.

Представим себе достаточно длинную линейку, которая должна под действием сжимающей силы \bar{F} , действующей вдоль ее оси, сохранять прямолинейную форму, т.е. только сжиматься, а не изгибаться (рисунок 2.2).

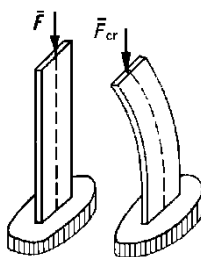


Рисунок 2.2 – Линейка под действием сжимающей силы

Если при действии некоторой критической нагрузки \bar{F}_{cr} линейка изогнулась, то это означает, что она потеряла устойчивость прямолинейной формы.

Суть расчета на устойчивость и состоит в том, чтобы определить условия, гарантирующие сохранение прямолинейной формы сжатых элементов конструкции.

Сопротивление материалов опирается на законы теоретической механики. Так, пользуясь принципом отвердения (6 аксиома статики), в сопротивлении материалов мы будем применять к деформируемым телам условия равновесия статики для определения реакций связей и действующих в сече-

нии детали внутренних сил.

Однако, при расчетах на прочность и жесткость оказываются не применимы следующие положения теоретической механики:

- 1) действующие на тело внешние силы нельзя заменять их равнодействующей;
- 2) силу нельзя переносить вдоль линии ее действия;
- 3) пару сил нельзя перемещать в плоскости ее действия.

В сопромате вводится ряд допущений относительно свойств материалов, позволяющих построить достаточно простую и удобную для инженерной практики теорию расчетов. Эти допущения достаточно точно совпадают с результатами экспериментальных исследований.

Основные допущения и гипотезы:

а) допущения о свойствах материалов:

1) гипотеза об отсутствии первоначальных внутренних усилий.

Предполагается, что если нет причин, вызывающих деформацию тела (нагружение, изменение температуры), то во всех его точках внутренние усилия равны нулю, т.е. не принимаются во внимание силы взаимодействия между частицами ненагруженного тела.

2) **допущение об однородности материала.** Физико-механические свойства тела могут быть неодинаковыми в разных точках. В сопромате этими различиями пренебрегают, полагая, что материал во всех точках тела обладает одинаковыми свойствами.

3) **допущение о непрерывности материала**, т.е. материал любого тела имеет непрерывное строение и представляет собой сплошную среду.

4) **допущение об изотропности материала**, т.е. материал тела обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами. Допущение об изотропности хорошо подтверждается практикой для многих материалов и лишь приближенно для таких материалов, как камень, пластмассы и железобетон.

Материалы, имеющие неодинаковые свойства в разных направлениях, называют **анизотропными**, например, древесина.

5) **допущение об идеальной упругости**, т.е. В известных пределах нагружения материал обладает идеальной упругостью (после снятия нагрузки деформации полностью исчезают).

б) допущения о характере деформаций элементов конструкции:

1) **допущения о малости перемещений** или **принцип начальных размеров**, т.е. деформации тела и связанные с ними перемещения точек сечений весьма малы по сравнению с размерами тела (рисунок 2.3). На основании этого мы будем пренебрегать изменениями в расположении внешних сил,

вызванными деформацией. Так, например, не будем принимать во внимание смещение ΔZ линии действия силы \bar{F} ;

2) **допущение о линейной деформируемости** тел, т.е. перемещения точек и сечений упругого тела в известных пределах нагружения прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения (рисунок 2.4);

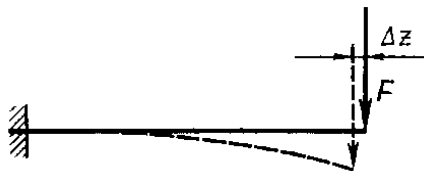


Рисунок 2.3 – Принцип начальных размеров

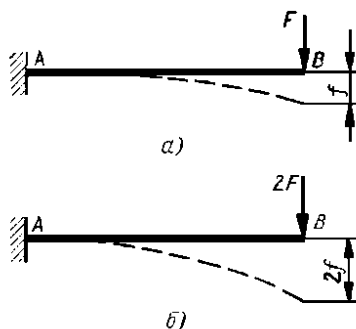


Рисунок 2.4 – Перемещения точек и сечений упругого тела

3) **гипотеза плоских сечений**, или **гипотеза Бернули**, согласно которой плоские сечения, проведенные в теле до деформации, остаются и после деформации плоскими и нормальными;

4) **принцип независимости действия**. При действии на тело нескольких нагрузок внутренние силы, напряжения, перемещения и деформации в любом месте могут быть определены как суммы этих величин, найденных от каждой нагрузки в отдельности.

Метод сечений. ВСФ.

Чтобы правильно произвести расчет на прочность, необходимо уметь определять величину внутренних сил по заданным нагрузкам и найденным реакциям связи. Для решения этой задачи применяют **метод сечений**.

Метод сечений сокращенно можно назвать методом РОЗУ по начальным буквам выполняемых действий

Р 1) **рассекаем** брус мысленно на две части (рисунок 2.5,а);

О 2) **отбрасываем** (см. рисунок 2.5,б) одну из частей (целесообразно отбросить ту часть, на которой действует большее число внешних сил);

З 3) **заменяем** действие отброшенной части на оставленную системой внутренних сил (рисунок 2.5.в);

У 4) *уравновешиваем* внешние силы оставленной части **внутренними силовыми факторами (ВСФ)**, составляем уравнения равновесия и определяем ВСФ.

Таким образом, оставленная часть рассматривается как самостоятельное тело, находящееся в равновесии под действием внешних сил и приложенных к сечению ВСФ.

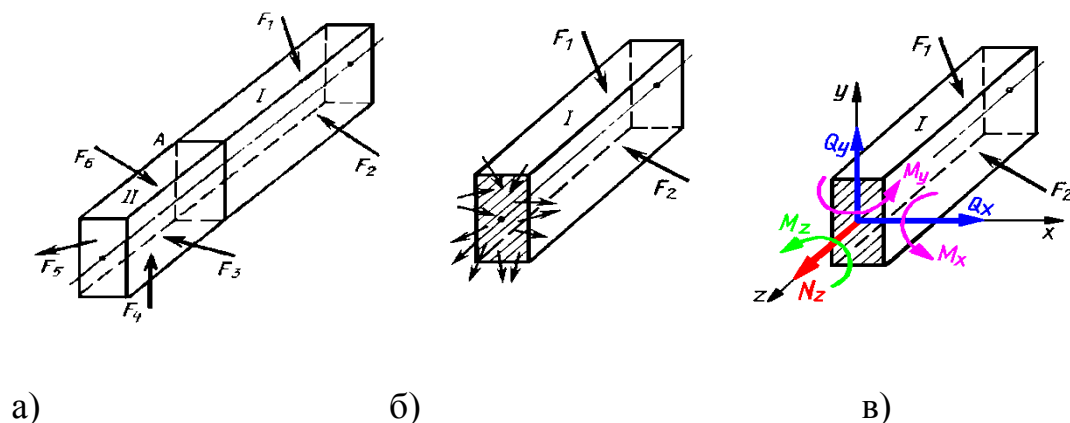


Рисунок 2.5 – Метод сечений

Рассмотрим брус (см. рисунок 2.5), нагруженный уравновешенной системой сил. Определим внутренние силы в сечении А, которое делит брус на две части I и II, пользуясь методом сечений.

Рассекаем мысленно брус по поперечному сечению и отбрасываем одну часть, например II. Чтобы сохранить равновесие оставшейся части бруса, заменяем действие на нее отброшенной части системой внутренних сил. Из курса «Статики» известно, что произвольная пространственная система сил может быть приведена к главному вектору и главному моменту.

Главный вектор можно заменить тремя составляющими: N_z, Q_x, Q_y , направленными вдоль выбранных осей координат, а главный момент – соответственно тремя моментами: M_z, M_x, M_y , возникающими в плоскостях, перпендикулярных этим осям.

Системы трех сил N_z, Q_x, Q_y и трех моментов M_z, M_x, M_y , эквивалентные внутренним силам, возникшим в рассматриваемом сечении называются **внутренними силовыми факторами (ВСФ)**.

Шесть ВСФ вместе с известными внешними силами оставшейся части I образуют уравновешенную систему сил, для которой можно составить:

шесть уравнений равновесия:

и найти ВСФ:

$$\sum Z = 0; \quad N_z + \sum F_{ez} = 0 \quad (1)$$

N_z - продольная сила

$$\sum X = 0; \quad Q_x + \sum F_{ex} = 0 \quad (2)$$

Q_x, Q_y - поперечные силы

$$\Sigma Y = 0; Q_y + \Sigma F_{ey} = 0 \quad (3)$$

$$\Sigma M_z = 0; M_z + \Sigma M_z(F_{ei}) = 0 \quad (4)$$

$$\Sigma M_x = 0; M_x + \Sigma M_x(F_{ei}) = 0 \quad (5)$$

$$\Sigma M_y = 0; M_y + \Sigma M_y(F_{ei}) = 0 \quad (6),$$

$M_z(T)$ - крутящий момент

M_x, M_y - изгибающие

моменты

где $\Sigma F_{ez}, \Sigma F_{ex}, \Sigma F_{ey}$ - алгебраические суммы проекций всех внешних сил на координатные оси; $\Sigma M_z(F_{ei}), \Sigma M_x(F_{ei}), \Sigma M_y(F_{ei})$ - алгебраические суммы моментов всех внешних сил относительно координатных осей. **ВСФ:**

1) Продольная сила – составляющая N_z главного вектора внутренних сил, направленную перпендикулярно плоскости поперечного сечения бруса. Если в поперечных сечениях бруса возникает только продольная сила, то брус **растянут**, если N_z направлена от сечения, или **сжат**, если – к сечению (рисунок 2.6).

$$\Sigma F_{iz} = 0; N - F = 0; N = F$$

$$\Sigma F_{iz} = 0; F - N = 0; N = F$$

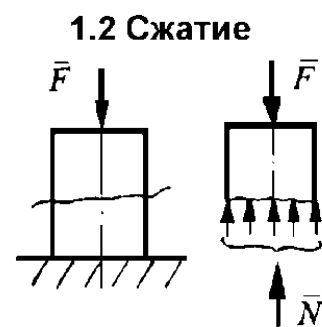
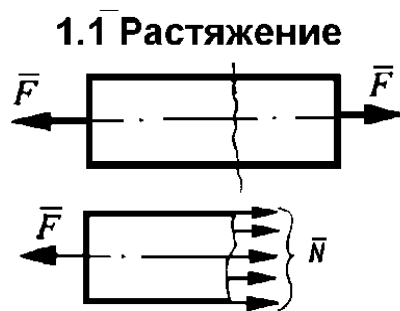


Рисунок 2.6 – Виды деформаций: растяжение и сжатие

2) Поперечные силы – составляющие Q_x, Q_y главного вектора внутренних сил, лежащие в плоскости поперечного сечения бруса. Если в поперечном сечении возникают только поперечные силы, в этом случае имеет **деформации сдвига (или среза)** (рисунок 2.7).

$$Q = \frac{F}{n};$$

n - число площадок среза.

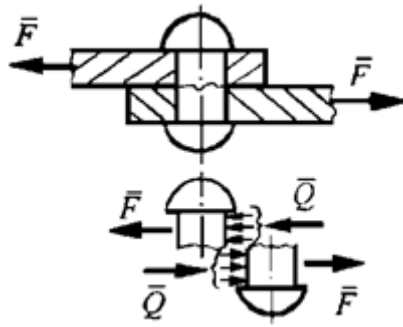


Рисунок 2.7 – Деформация сдвига (среза)

3) Крутящий момент $M_z(T)$ - составляющая главного момента внутренних сил, действующего в поперечном сечении бруса. Если в поперечном сечении возникает только крутящий момент, в этом случае имеет **деформации кручения** (рисунок 2.8).

$$\Sigma T_{ei} = 0; T + T_{e1} - T_{e2} = 0; \quad T = T_{e2} - T_{e1}$$

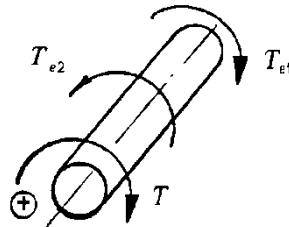


Рисунок 2.8 – Деформация кручения

4) Изгибающие моменты – составляющие главного момента внутренних сил, действующие в плоскостях, перпендикулярных поперечному сечению.

Если в сечении бруса возникает только изгибающий момент, в это **деформация чистого изгиба**. Если в сечении бруса возникает изгибающий момент и поперечная сила, то изгиб называется **поперечным**.

$$\Sigma F_{iy} = 0; R_B + Q = 0; \quad Q = -R_B \quad \Sigma M_K = 0: M - R_B z = 0; \quad M = R_B z$$

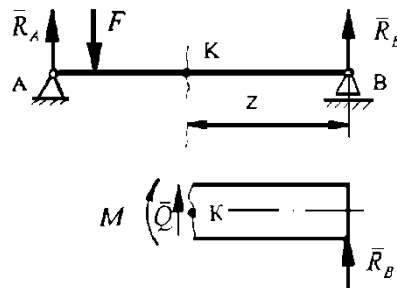


Рисунок 2.9 – Плоский изгиб

5) Если в сечении одновременно возникает несколько ВСФ (например, изгибающий и крутящий момент; растяжение и крутящий момент и др.), то в

этом случае имеет место **сочетание основных деформаций (сложное сопротивление)**.

Напряжение полное, нормальное и касательное.

Определив в поперечном сечении бруса ВСФ, мы еще не знаем, как внутренние силы распределены по сечению. Чтобы определить закон их распределения, необходимо уметь находить **напряжение в любой точке сечения**.

Напряжение характеризует интенсивность внутренних сил в данной точке.

Рассмотрим напряжение внутренних сил в некоторой точке сечения (рисунок 2.10). Выделим около интересующей точки малую площадку dA и допустим, что там действует внутренняя сила dF . Разделив dF на площадь элементарной площадки, определим интенсивность внутренних сил, т.е. напряжение \bar{p} , в точках элементарной площадки: $\bar{p} = \frac{d\bar{F}}{dA}$.

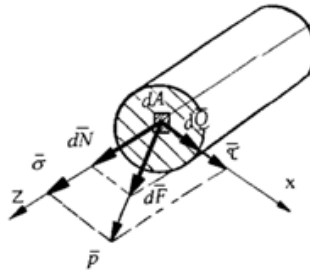


Рисунок 2.10 – Напряжения внутренних сил

Таким образом, **напряжение** есть внутренняя сила, отнесенная к единице площади. Напряжение – величина векторная, направление вектора напряжения совпадает с направлением вектора силы, вызвавшей это напряжение.

Единица измерения напряжения: $1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}$ (Паскаль). Так как 1 Па очень малая единица, будем применять: $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ Н/мм}^2$

Вектор полного напряжения в точке сечения можно разложить на две составляющие:

1) **вектор σ , перпендикулярный плоскости сечения** называется **нормальным напряжением**. Характеризует величину внутренней продольной силы на единицу площади сечения: $\sigma = \frac{dN}{dA}$;

2) **вектор τ , лежащий в плоскости поперечного сечения**, называется **касательным напряжением**. Характеризует интенсивность поперечных внутренних сил: $\tau = \frac{dQ}{dA}$.

Модуль полного напряжения: $p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$. Мы рассмотрели случай, когда касательное напряжение совпало с осью координат. Если оно расположено произвольно в плоскости поперечного сечения, то: $p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2}$.

Между ВСФ и напряжением существуют определенные зависимости:

1) **нормальное напряжение** в любой точке поперечного сечения есть результат возникающей в этом сечении **продольной силы** N_z , направленной перпендикулярно сечению, или **изгибающих моментов** M_x и M_y , возникающих в плоскостях, перпендикулярных к сечению;

2) **касательное напряжение** τ - результат внутренних силовых факторов, возникающих в плоскости поперечного сечения, т.е. **поперечных сил** Q_x и Q_y , а также **крутящего момента** $M_z(T)$.

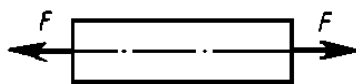
Таким образом, в поперечном сечении бруса при растяжении или сжатии (N_z) и чистом изгибе (M_x и M_y) действует только нормальное напряжение, а при сдвиге (Q_x и Q_y) и кручении (T) – только касательное напряжение.

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

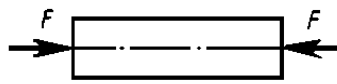
2.2. Растяжение и сжатие

2.2.1. Продольные силы и нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса

Растяжением-сжатием называют такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении бруса возникает только продольная сила.



Растянут – от сечения



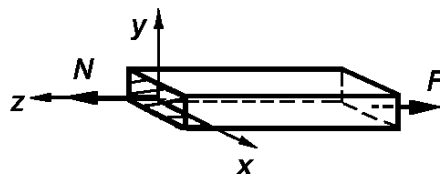
Сжат – к сечению

Рисунок 2.11 – Растяжение-сжатие

Воспользуемся методом сечений и определим продольную силу в произвольном поперечном сечении.

Р

О; З



$$Y: \Sigma Z = 0; \quad N - F = 0; \quad N = F.$$

Рисунок 2.12 – Определение продольной силы

Аналогично для сжатия только N направлена к сечению: $N = -F$.

Если брус нагружен не двумя, а большим числом осевых сил, то продольная сила в поперечном сечении N равна алгебраической сумме проекций внешних сил на ось Z , расположенных по одну сторону (любую) от сечения:

$$N = \Sigma F_{ez}.$$

Ось Z всегда направлена от сечения, тогда проекции внешних сил, направленные:

- 1) от сечения – положительны;
- 2) к сечению – отрицательны.

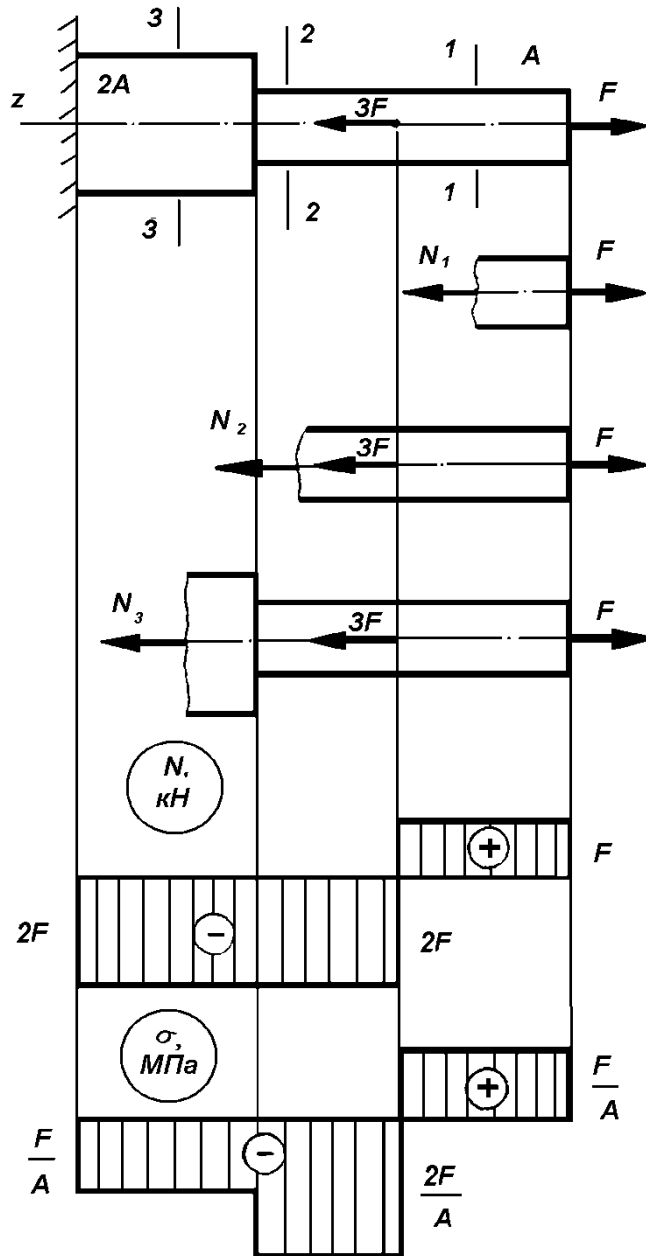
Согласно гипотезе Бернулли (плоских сечений) внутренние силы распределены по сечению равномерно, а продольная сила является равнодействующей внутренних сил, тогда нормальное напряжение в любой точке:

,

где A - площадь поперечного сечения.

Если $N > 0$, то $\sigma > 0$; если $N < 0$, то $\sigma < 0$.

Пример построения эпюр продольных сил и нормальных напряжений



1. Разобьем брус на участки, границами которых являются точки приложения внешних сил и места изменения размеров поперечного сечения.

Строить эпюру рационально со свободного конца, в противном случае надо сначала определить реакцию заделки.

2. Построение эпюры N . Используем метод сечений:

$$1-1: \quad \sum Z = 0; \quad N_1 - F = 0; \\ N_1 = F.$$

$$2-2: \quad \sum Z = 0; \quad N_2 + 3F - F = 0; \\ N_2 = -3F + F = -2F$$

$$3-3: \quad \sum Z = 0; \quad N_3 + 3F - F = 0; \\ N_3 = -3F + F = -2F.$$

3 Построение эпюры σ :

$$1-1: \quad \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F}{A}.$$

$$2-2: \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{2F}{A}.$$

$$3-3: \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{2F}{2A} - \frac{F}{A}.$$

Для построения эпюры проводят ось абсцисс графика, параллельно оси бруса. В пределах каждого участка продольная сила или нормальное напряжение постоянны, т.е. параллельны оси абсцисс. Значения N или σ откладывают в выбранном масштабе от оси эпюры: положительные вверх (вправо), отрицательные вниз (влево). Ось – тонкая линия, эпюра – основная (толстая). Эпюру штрихуют тонкими линиями, перпендикулярными к оси. Линия штриховки в выбранном масштабе (ордината графика) дает значение N или σ в данном сечении. В местах приложения сосредоточенных сил на эпюре получаются скачкообразные изменения ординат; величина «скачка» равна модулю приложенной силы в данном сечении бруса.

Для расчетов на прочность особый интерес представляют те сечения, где нормальные напряжения максимальны, эти сечения являются опасными, а напряжения в них называют расчетными.

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

2.2.2. Закон Гука. Продольная и поперечная деформация

При растяжении бруса его первоначальная длина l_0 увеличивается на величину: Δl – абсолютное продольное удлинение бруса (абсолютное удлинение); а первоначальный диаметр d_0 уменьшается на величину: Δd – абсолютное поперечное укорочение. При сжатии, наоборот, длина укорачивается на Δl , а поперечный размер увеличивается на Δd , т.е. при:

- 1) растяжении $\Delta l > 0$, $\Delta d < 0$; 2) сжатии $\Delta l < 0$, $\Delta d > 0$.

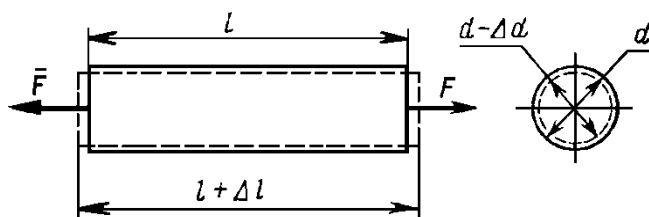


Рисунок 2.13 – Продольная и поперечная деформация

Относительное удлинение (продольная деформация): $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} (100\%)$;

Относительная поперечная деформация для:

1) круглого сечения: $\varepsilon_t = \frac{\Delta d}{d_0} (100\%)$;

2) прямоугольного сечения $a \times b$: $\varepsilon_t = \frac{\Delta a}{a_0} (100\%)$; $\varepsilon_t = \frac{\Delta b}{b_0} (100\%)$.

Экспериментально установлено, что тел для с однородной структурой отношение: $\nu(\mu) = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$

μ - величина постоянная и называется коэффициентом поперечной деформации, или коэффициентом Пуассона; величина безразмерная и в зависимости от материала меняется от 0 (пробковое дерево) до 0,5 (резина), для стали $\nu = 0,3$.

В пределах упругих деформаций между нормальным напряжением и продольной деформацией существует прямо пропорциональная зависимость, которая выражает закон Гука: $\sigma = E\varepsilon$, где E – модуль продольной упругости или модуль Юнга или модуль упругости первого рода; так как ε величина безразмерная, то E имеет размерность:

$$1 \frac{H}{m^2} = 1 \text{ Па}; 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}; 1 \text{ МПа} = 1 \frac{H}{mm^2}$$

Для стали $E = (1,9...2,16) \cdot 10^5$ МПа; чугуна $E = (1,5...1,6) \cdot 10^5$ МПа; меди $E = (1,0...1,3) \cdot 10^5$ МПа.

Учитывая, что $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$, закон Гука для участка бруса длиной l_0 можно за-

писать: $\sigma = E \frac{\Delta l}{l_0}$, тогда абсолютное удлинение бруса: $\Delta l = \sigma \frac{l_0}{E}$, учитывая, что

$\sigma = \frac{N}{A}$, имеем: $\Delta l = \frac{N \cdot l_0}{E \cdot A}$ – **формула Гука:**

абсолютная продольная деформация прямо пропорциональна продольной силе и длине бруса и обратно пропорциональна жесткости поперечного сечения ($E \cdot A$).

$E \cdot A$ – **жесткость материала** при растяжении;

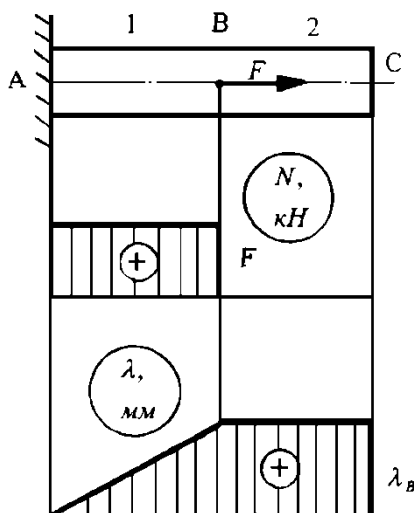
$\frac{E \cdot A}{l_0}$ – **жесткость бруса** длиной l_0 .

Для ступенчатых стержней общее удлинение равно алгебраической сумме удлинений отдельных участков: $\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot A_i}$.

Знак деформации определяется знаком продольной силы. Следствием деформации растяжения-сжатия являются **перемещения поперечных сечений** λ , т.е. изменения их положений в направлении оси.

Перемещение произвольного сечения бруса равно изменению длины той части бруса, которая находится между сечением и закреплением. Поэтому строить эпюру перемещений λ следует со стороны заделки.

Пример построения эпюры перемещений



1 Разобьем на участки.

2 Строим эпюру N :

1-1: $N_1 = 0$;

2-2: $\sum Z = 0$; $N_2 - F = 0$; $N_2 = F$.

3 Строим эпюру λ :

$\lambda_A = 0$;

$\lambda_B = \Delta l_{AB} = \frac{N_1 \cdot AB}{E \cdot A}$;

$\lambda_C = \lambda_B + \Delta l_{BC} = \lambda_B + \frac{N_1 \cdot BC}{E \cdot A} = \lambda_B$

Условие жесткости при растяжении-сжатии: $\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \leq \Delta l_{adm}$.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.2.3. Испытания материалов. Диаграмма растяжения и сжатия низкоуглеродистой стали, ее параметры

Выбирая материал для проектируемой детали, а затем рассчитывая ее на прочность (жесткость, устойчивость), необходимо располагать данными о механических свойствах материала, т. е. его прочности, пластичности и т. п., а также знать значения упругих постоянных — модуля продольной упругости E и коэффициента Пуассона μ .

Основные механические характеристики, определяемые при испытаниях материалов:

1. **Прочность** — способность материалу не разрушаясь, воспринимать внешние механические воздействия.

2. **Пластичность** — способность материала давать значительные остаточные деформации, не разрушаясь.

3. **Упругость** — способность материала восстанавливать после снятия нагрузок свои первоначальные формы и размеры.

4. **Твердость** — способность материала сопротивляться проникновению в него другого тела, практически не получающего остаточных деформаций.

Характер нагружения (статическое, динамическое, повторно-переменное) и условия работы деталей машин и инженерных сооружений весьма разнообразны. Располагая сведениями о свойствах материала при определенном виде деформации (например, растяжении) и характере нагружения (например, статическом), судить о его свойствах при других условиях можно лишь весьма приближенно, что в ряде случаев недопустимо. Поэтому механические испытания материалов отличаются большим разнообразием.

По характеру нагружения различают испытания статические, динамические и испытания на усталость (при переменных напряжениях).

По виду деформации различают испытания на растяжение, сжатие, срез, кручение, изгиб. Реже проводят испытания при сложном нагружении, например на совместное действие изгиба и кручения.

Большинство испытаний проводится при нормальной (комнатной) температуре, но для деталей паровых котлов, турбин, реактивных двигателей и т. п. необходимо знать их свойства при высоких температурах.

В некоторых случаях возникает необходимость в испытаниях конструкционных материалов при низких температурах.

Механические испытания проводят на образцах, формы и размеры которых установлены ГОСТами или техническими условиями.

Механические испытания имеют большое значение не только для расчета на прочность, но и для контроля качества материала или выпускаемых изделий. При этом испытаниям могут, подвергаться как специально изготовленные образцы, так и сами изделия (детали или узлы).

Широко применяют механические испытания и в процессе создания новых конструкционных материалов, которые должны, обладать определенными механическими свойствами.

Диаграмма растяжения низкоуглеродистой стали.

При выборе материала для какого-либо элемента конструкции и в последующих расчетах учитывают механические свойства материала, определяющие его прочность, упругость, пластичность, твердость и ударную вязкость.

Необходимые сведения о различных механических свойствах получают экспериментально в процессе механических испытаний

Наиболее широко применяют статические испытания материалов на растяжение и сжатие, так как механические характеристики, получаемые при этих испытаниях, позволяют достаточно точно определить поведение материала при других видах нагружения: сдвиге, изгибе и кручении.

Для проведения испытаний на растяжение из испытуемого материала изготавливаются стандартные образцы (рисунок 2.14). Они могут быть круглого или прямоугольного поперечного сечения. На концах образца имеются головки для закрепления его в захватах разрывной машины. Особенностью стандартных образцов является наличие усиленных мест для захвата и плавного перехода к рабочей части образца (на рисунке переход не показан). Образцы бывают следующих размеров: длинные $l_0 = 10d_0$ и короткие $l_0 = 5d_0$.

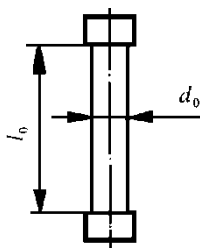


Рисунок 2.14 – Образец

Образцы при испытании помещают в разрывные машины, при этом создают необходимые осевые нагрузки, с помощью которых, растягивая образец, доводят его до разрыва. Поведение образца по мере роста нагрузки фиксируют с помощью записывающего устройства.

По оси абсцисс в определенном масштабе фиксируется рост удлинения образца Δl , а по оси ординат – возникающая в его поперечном сечении нормальная сила N , численно равная осевой нагрузке F , прилагаемой к образцу.

Чтобы получить механические характеристики материала, диаграмму, снятую при испытании образца, нужно перестроить в условную диаграмму растяжения, в координатах, независимых от размеров образца (рисунок 2.15).

Итак, диаграмма растяжения (сжатия) в координатах ε, σ лучше отражает механические свойства материалов, так как она **не зависит** от геометрических размеров испытываемого образца: l_0, A_0 .

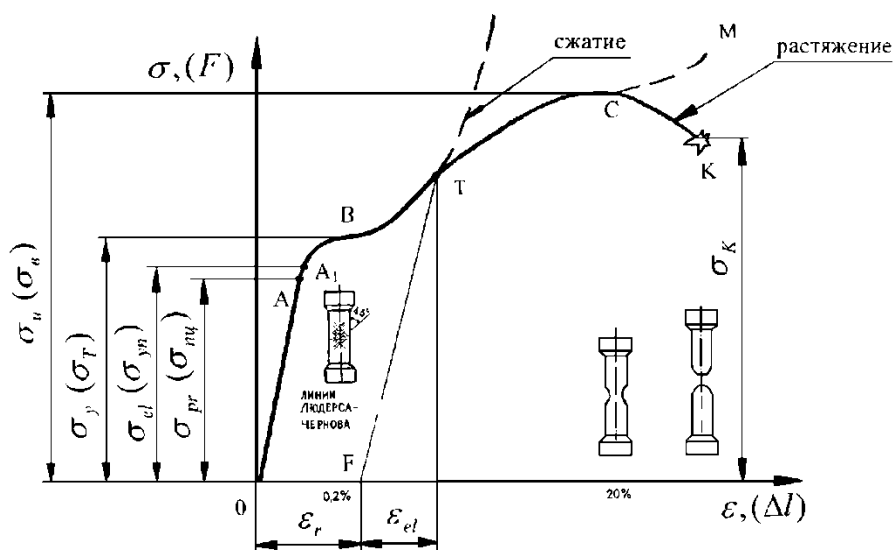


Рисунок 2.15 – Диаграмма растяжения (сжатия) низкоуглеродистой стали

Рассмотрим диаграмму, полученную при испытании образца из низкоуглеродистой стали – Ст3 (см. рисунок 2.15).

Прямолинейный участок ОА диаграммы растяжения подтверждает закон Гука. Точка А соответствует пределу:

σ_{pr} или σ_{nc} – **предел пропорциональности** – наибольшее напряжение, для которого справедлив закон Гука (для стали Ст3 $\sigma_{pr} 200 \text{ МПа}$).

Точка А практически совпадает с точкой А1, которая соответствует пределу:

σ_{el} или σ_{yn} – **предел упругости** – наибольшее напряжение, при котором в образце не возникает остаточных деформаций или они настолько малы, что ими можно пренебречь.

Далее продольная деформация возрастает непропорционально напряжению, в образце возникает пластическая деформация. Точка В на диаграмме

соответствует началу явления текучести, т.е. росту деформации без увеличения нагрузки.

На этой стадии деформации полированная поверхность образца становится матовой и на ней можно обнаружить сетку линий, наклоненных к оси образца под углом примерно 45° . Это линии Людерса-Чернова, представляющие собой следы сдвигов частиц материала относительно друг друга. Направление указанных линий соответствует площадкам, на которых при растяжении образца возникают наибольшие касательные напряжения.

σ_y или σ_T – **предел текучести** – напряжение, при котором происходит рост пластичной деформации образца при неизменной нагрузке (для стали Ст3 $\sigma_y = 240$ МПа).

Когда явление текучести закончилось, материал опять начинает сопротивляться нагрузке, причем деформация растет значительно быстрее напряжений. Точка С на диаграмме соответствует:

σ_u или σ_σ – **временное сопротивление** – условное напряжение, равное отношению максимальной силы, которую выдерживает образец к первоначальной площади его поперечного сечения (для стали Ст3 $\sigma_u = 400$ МПа).

С этого момента на образце появляется местное утоньшение – **шейка** и далее, диаграмма фиксирует уже процесс растяжения не всего образца, а его материала в зоне образования шейки, т.е. **появление шейки – это начало разрушения образца**.

σ_u или σ_{nc} – **предел прочности** – это временное сопротивление образца, разрушающегося без образования шейки (основная характеристика хрупких материалов).

Точка К соответствует напряжению σ_k , возникающему в образце в момент разрыва во всех поперечных сечениях, кроме сечений шейки.

σ_p – **истинное напряжение (напряжение разрыва)** – напряжение, возникающее в наименьшем поперечном сечении шейки в момент разрыва (точка М).

При испытании на сжатие пластичные материалы до предела текучести ведут себя так же, как при растяжении, но далее пластическая деформация растет медленнее. Образец постоянно сплющивается (рисунок 2.16, а). На диаграмме (рисунок 2.15) это показано пунктирной линией.

При испытании хрупких материалов (например, чугуновых образцов) установлено, что они способны выдерживать гораздо большие нагрузки при

сжатии, чем при растяжении, образец разрушается по наклонным плоскостям, расположенным под углом 45° .

С повышением % содержания углерода прочность стали увеличивается, а пластичность уменьшается.

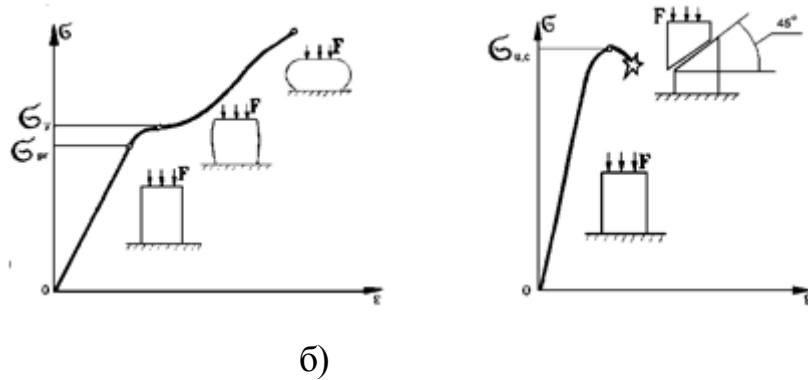


Рисунок 2.16 – Диаграммы сжатия пластичных и хрупких материалов

Степень пластичности материала характеризуется:

1) **остаточным относительным удлинением** $\delta = \frac{|l_0 - l_1|}{l_0} 100\%$

2) **остаточным относительным сужением шейки после разрыва**

$$\psi = \frac{|A_0 - A_u|}{A_0} 100\%$$

Чем больше δ и ψ тем пластичнее материал.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.2.4. Предельные, расчетные и допускаемые напряжения. Коэффициент запаса прочности

Предельное (опасное) напряжение – напряжение, при котором возникают заметные пластические деформации или признаки разрушения: σ_{dan} или $\sigma_{пред}$.

Предельные напряжения для материалов

пластичных – предел текучести σ_y и **хрупких** – предел прочности σ_u



Рисунок 2.17- Предельные напряжения для пластичных и хрупких материалов

Расчетное (рабочее) напряжение – напряжение, возникающее при действии реальных нагрузок. Обычно максимальные значения, найденные по эпюрам ВСФ.

Очевидно, что наибольшие напряжения, возникающие в поперечном сечении элемента конструкции должны быть меньше предельных напряжений $\sigma < \sigma_{dan}$.

Отношение предельного напряжения к наибольшему расчетному напряжению, возникающему в элементе конструкции, называют **коэффициентом**

запаса прочности
$$S = \frac{\sigma_{dan}}{\sigma} \quad \text{или} \quad S = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma}.$$

Очевидно, что недостаточный коэффициент запаса прочности не обеспечит прочности конструкции, а чрезмерный приведет к перерасходу материала и утяжелению конструкции.

Минимально необходимый коэффициент запаса прочности называют **допускаемым** S_{adm} или $[S]$.

При статической нагрузке принимают для материалов

пластичных $S_{adm} = 1,4 \dots 3,0$ и **хрупких** $S_{adm} = 2,5 \dots 5,0$.

Сечение, для которого коэффициент запаса прочности минимальный, называют **опасным**.

Допускаемое напряжение - отношение предельного напряжения к допускаемому коэффициенту запаса прочности

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{dan}}{S_{adm}} \quad \text{или} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[S]}.$$

Допускаемым напряжением называют оптимальное значение напряжения, при котором обеспечены прочность, надежность элементов конструкции, безопасность в работе и экономичность.

Допускаемое напряжение для материалов

$$\text{пластичных} \quad \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{dan}}{S_{adm}} = \frac{\sigma_y}{S_{adm}} \quad \text{и} \quad \text{хрупких} \quad \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{dan}}{S_{adm}} = \frac{\sigma_u}{S_{adm}}$$

Условие прочности конструкции или ее элемента состоит в том, что наибольшее расчетное напряжение не должно превышать допускаемое напряжение:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} \quad \text{или} \quad \sigma \leq [\sigma].$$

Или его можно записать: $S \geq S_{adm}$ или $S \geq [S]$, т.е. расчетный коэффициент запаса прочности не должен быть меньше допускаемого коэффициента запаса прочности.

Условие прочности (общий вид)

$$\left| \begin{array}{l} \text{Расчетное} \\ \text{напряжение} \\ \sigma - \text{при} \\ \text{растяжении} \\ \text{(сжатии);} \\ \text{смятии,} \\ \text{изгибе.} \\ \tau - \text{при} \\ \text{срезе;} \\ \text{кручении.} \end{array} \right| = \frac{BC\Phi}{ГХС} \leq \left| \begin{array}{l} \text{Допускаемое} \\ \text{напряжение} \\ \sigma_{adm} \\ \tau_{adm} \end{array} \right|$$

BCΦ - внутренний силовой фактор; **ГХС** – геометрическая характеристика.

Условие прочности при растяжении и сжатии $\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{adm},$

т.е. нормальное напряжение в опасном сечении не должно превышать допускаемое.

Если допускаемое напряжение при растяжении и сжатии различны, то их обозначают: при растяжении $\sigma_{adm,t}$; при сжатии $\sigma_{adm,c}$.

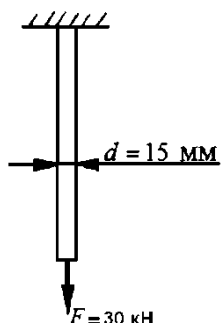
Три вида расчета на прочность при растяжении-сжатии:

1. Проверочный расчет.

Дано:

$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$$

σ - ?



Решение:

$$\sigma = \frac{N}{A}; \quad N = F;$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 15^2}{4} = 177 \text{ мм}^2;$$

$$\sigma = \frac{30 \cdot 10^3}{177} = 169 \text{ МПа} > \sigma_{adm};$$

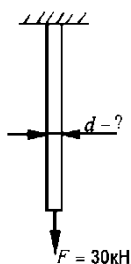
$$\Pi = \frac{|\sigma_{adm} - \sigma|}{\sigma_{adm}} 100\% = \frac{|160 - 169|}{160} 100\% = 5,1\% > 5\%$$

Прочность не обеспечена

2. Проектировочный расчет.

Дано: $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$

d - ?



Решение:

$$A \geq \frac{N}{\sigma_{adm}}; \quad A = \frac{30 \cdot 10^3}{160} = 188 \text{ мм}^2;$$

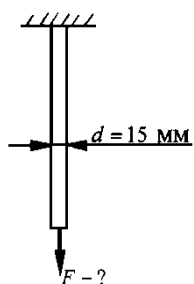
$$A = \frac{\pi d^2}{4};$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 188}{3,14}} = 15,6 \text{ мм}$$

3. Определение допускаемой нагрузки

Дано: $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$

F_{adm} - ?



Решение:

$$F_{adm} = N_{adm} \leq A \cdot \sigma_{adm};$$

$$F_{adm} = 177 \cdot 160 =$$

$$= 29 \cdot 10^3 \text{ кН}$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.2.5. Геометрические характеристики плоских сечений

Статический момент площади плоской фигуры относительно оси, лежащей в той же плоскости, называется взятая по всей площади сумма произведений площадей элементарных площадок dA на расстояния их до этой оси (рисунок 2.18). Статический момент площади обозначим S с индексом соответствующей оси:

$$S_x = \int_A y dA ; \quad S_y = \int_A x dA .$$

Координаты центра тяжести плоской фигуры: $x_c = \frac{\Sigma(A_i x_i)}{\Sigma A_i}$; $y_c = \frac{\Sigma(A_i y_i)}{\Sigma A_i}$

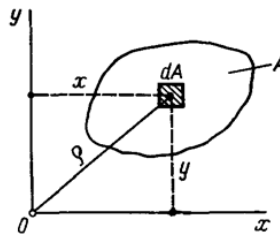


Рисунок 2.18 – Статический момент площади

В этих формулах под A_i можно понимать площадь dA элементарной площадки, тогда в пределе при dA , стремящемся к нулю, выражения $\Sigma(A_i x_i)$ и $\Sigma(A_i y_i)$ будут представлять собой статические моменты площади фигуры относительно осей x и y , а ΣA_i есть площадь всей фигуры, тогда:

$$S_x = \int y dA = y_c A ; \quad S_y = \int x dA = x_c A .$$

Статический момент площади фигуры относительно оси, лежащей в этой плоскости, равен произведению площади фигуры на расстояние ее центра тяжести до этой оси. Единица статического момента площади: $[S] = [x_c] \cdot [A] = 1 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \text{ м}^3$.

Статический момент может быть положительным, отрицательным или равным нулю.

Статический момент сложной фигуры определяется как алгебраическая сумма статических моментов отдельных частей: $S = \Sigma S_i$.

Полярный момент инерции относительно полюса, лежащего в той же плоскости, называется взятая по всей площади сумма произведений площадей элементарных площадок на квадраты их расстояний до полюса:

$$J_\rho = \int \rho^2 dA .$$

Единица измерения полярного момента инерции:

$$[J_\rho] = [\rho^2] \cdot [A] = 1 \text{ м}^2 \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \text{ м}^4 .$$

Полярный момент инерции величина положительная и неравная нулю.

Полярный момент инерции для:

$$1) \text{ круга диаметром } d: \quad J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4 .$$

$$2) \text{ кольца размером } D \times d: J_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4) \approx 0,1(D^4 - d^4)$$

$$\text{или } J_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - c^4) \approx 0,1D^4(1 - c^4), \text{ где } c = \frac{d}{D}.$$

Осевой момент инерции плоской фигуры относительно оси, лежащей в той же плоскости, называется взятая по всей площади сумма произведений площадей элементарных площадок на квадрат их расстояния до этой оси: $J_x = \int y^2 dA$; $J_y = \int x^2 dA$

Единица измерения осевого момента инерции: $[J_x] = [y^2] \cdot [A] = 1 \text{ м}^2 \text{ м}^2 = 1 \text{ м}^4$; он всегда положительный.

Сложим моменты относительно двух взаимно перпендикулярных осей x и y :

$$J_x + J_y = \int_A y^2 dA + \int_A x^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A \rho^2 dA = J_\rho;$$

$$J_x + J_y = J_\rho,$$

т.е. сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей равна полярному моменту инерции относительно начала координат.

Момент инерции сложной фигуры можно вычислить как сумму моментов инерции простых фигур.

Осевые моменты инерции для:

$$1) \text{ прямоугольника } b \times h: J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{b^3h}{12};$$

$$2) \text{ квадрата } a \times a: J_x = J_y = \frac{a^4}{12};$$

$$3) \text{ круга размером } d \text{ относительно диаметров } x \text{ и } y:$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4;$$

$$4) \text{ кольца размером } D \times d \text{ относительно оси } x \text{ и } y:$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) \approx 0,05(D^4 - d^4) \text{ или}$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - c^4) \approx 0,05D^4(1 - c^4).$$

Оси, проходящие через центр тяжести фигуры, называют **центральными**.

Момент инерции относительно центральной оси называют **центральным моментом инерции**.

Момент инерции при параллельном переносе осей. Момент инерции относительно какой-либо оси равен центральному моменту инерции относительно центральной оси, параллельной данной, плюс произведение площади фигуры на квадрат расстояния между осями (рисунок 2.19):

$$J_{x1} = J_x + a^2 A.$$

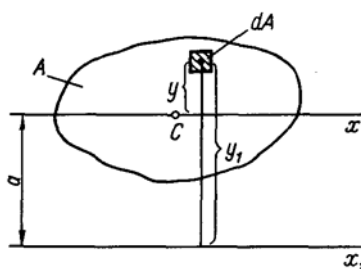


Рисунок 2.19 – Момент инерции при параллельном переносе осей

Из ряда параллельных осей момент инерции будет наименьшим относительно центральной оси. Представим себе плоскую фигуру, моменты инерции которой относительно начала координат J_x и J_y , а полярный момент относительно начала координат J_ρ , тогда $J_x + J_y = J_\rho$.

Если оси координат поворачивать в своей плоскости вокруг начала координат, то полярный момент инерции останется неизменным, а осевые моменты инерции будут изменяться при этом $J_x + J_y = const$. Если сумма двух переменных величин остается постоянной, то одна из них уменьшается, а другая увеличивается. Следовательно, при каком-то положении осей один из осевых моментов достигает максимального, а другой – минимального значений.

Оси, относительно которых моменты инерции имеют максимальное и минимальное значения, называют **главными осями инерции**.

Момент инерции относительно главной оси называется **главным моментом инерции**.

Если главная ось проходит через центр тяжести фигуры, то она называется **главной центральной осью**, а момент инерции относительно этой оси – **главным центральным моментом**.

Если фигура имеет ось симметрии, то эта ось всегда будет одной из главных центральных осей.

Центробежным моментом инерции плоской фигуры называется взятая по всей площади сумма произведений элементарных площадок на произведения расстояний этих площадок до двух данных взаимно перпендикулярных осей: $J_{xy} = \int xy dA$, где x, y - расстояния от площадки до осей y и x соответственно.

Центробежный момент может быть положительным, отрицательным и в частном случае равен нулю.

Единица измерения центробежного момента 1 м^4

Если взаимно перпендикулярные оси x и y или одна из них являются осью симметрии плоской фигуры, то относительно таких осей центробежный момент инерции равен нулю.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.3. Срез и смятие

2.3.1. Понятие о срезе и смятии, условность расчета, основные допущения, расчетные формулы

Если два бруса соединить штифтом, а затем нагрузить в противоположные стороны силами \bar{F} (см. рисунок 2.20), то при небольшом диаметре штифта, он может быть разрушен по сечению, расположенному в плоскости соприкосновения поверхностей соединяемых брусьев. Такое разрушение соединительной детали (штифта, болта, шпильки, заклепки, шпонки и т.п.), происходящее под действием нагрузок, перпендикулярных к ее оси (поперечные нагрузки), называется **срезом**.

Иными словами, **срезом** называется деформация сдвига, доведенная до разрушения.

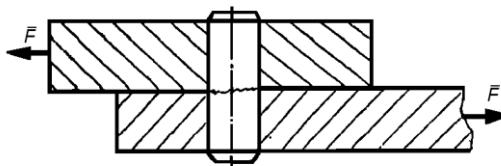


Рисунок 2.20- Смятие

Сдвиг - такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса возникает только поперечная сила.

Естественно считать, что при сдвиге в поперечных сечениях действуют только касательные напряжения τ' и предполагая, что они распределены равномерно, их можно определить: $\tau' = \frac{Q}{A'}$.

Практические расчеты соединительных деталей на срез носят условный характер и основываются на трех допущениях:

- 1) в поперечном сечении возможного среза детали возникает только один внутренний силовой фактор – **поперечная сила Q** ;
- 2) касательные напряжения, возникающие в поперечном сечении, **распределены по сечению равномерно**;
- 3) если соединение осуществлено несколькими одинаковыми деталями (болтами, заклепками и т.п.), то считается, что все они **нагружены одинаково**.

Исходя из этих допущений, условие прочности при расчете на срез имеет вид:

$$\tau' = \frac{Q}{A'} \leq \tau'_{adm}, \quad (1)$$

где τ' – расчетное напряжение среза в поперечном сечении детали;

$Q = \frac{F}{n}$ - поперечная сила, возникающая в этом сечении;

F – общая нагрузка соединения; n – число соединительных деталей;

A' – площадь поперечного сечения срезаемой части одной детали;

τ'_{adm} – допускаемое напряжение при расчетах на срез, зависящее от материала соединительной детали и условий работы конструкции.

При расчете болтов, штифтов и т.п. принимают:

$$\tau'_{adm} = (0,25...0,35)\sigma_y \quad \text{или} \quad \tau'_{adm} = (0,55...0,6)\sigma_{adm}.$$

Из условия прочности (1) можно проводить три вида расчета:

- 1) **проверочный:** $\tau' = \frac{Q}{A'} \leq \tau'_{adm}$;
- 2) **проектный** – определение числа соединительных деталей при заданных размерах или размеров детали при заданном их числе:

$$A' \geq \frac{Q}{\tau'_{adm}} \quad \text{или} \quad n \geq \frac{F}{A' \tau'_{adm}} ;$$

- 3) **определение допускаемой нагрузки:** $Q_{adm} \leq \tau'_{adm} A'$; $F_{adm} = Q_{adm} n$.

При небольшой толщине соединяемых деталей (листов, брусьев) и значительной нагрузке между поверхностью соединительной детали и стенками отверстия возникает большое взаимное давление, в результате которого стенка отверстия может обмяться, форма отверстия измениться и соединение разрушиться.

Давление, возникающее между поверхностями соединительной детали и стенками отверстия, называется напряжением **смятия** - σ_{con} . Обычно все расчеты на срез дополняют проверочными расчетами на смятие, которые так же носят условный характер: **считают, что силы давления распределены по поверхности смятия равномерно и перпендикулярно к ним, поэтому условие прочности на смятие имеет вид**

$$\sigma_{con} = \frac{F}{n \cdot A_{con}} \leq \sigma_{adm,con},$$

где $\frac{F}{n}$ - нагрузка на один соединительный элемент (n – число элементов);

A_{con} - площадь смятия;

$\sigma_{adm,con}$ - допускаемое напряжение смятия.

Для низкоуглеродистой стали $\sigma_{adm,con} = (60...120)$ МПа.

Если поверхность смятия плоская, то площадь смятия определяют умножением длины l на высоту h (см. рисунок 2.21): $A_{con} = l \cdot h$.

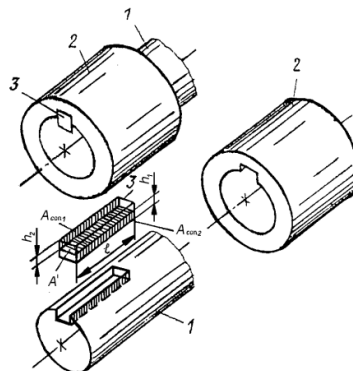


Рисунок 2.21 – Определение площади смятия при соединении вала 1 и ступицы 2 призматической шпонкой

Если поверхность смятия цилиндрическая, то за площадь смятия принимают условную площадь, равную площади проекции поверхности на диаметрально плоскость (см. рисунок 2.20): $A_{con} = d \cdot h$.

При различной высоте соединяемых деталей в расчетную формулу подставляют минимальную высоту h .

Кроме проверки деталей на смятие при относительно небольшой ширине соединяемых листов или пластин их проверяют на разрыв по поперечному сечению, ослабленному отверстиями согласно рисунку 2.22. Площадь ослабленного сечения: $A_{oc} = (a - d)h$.

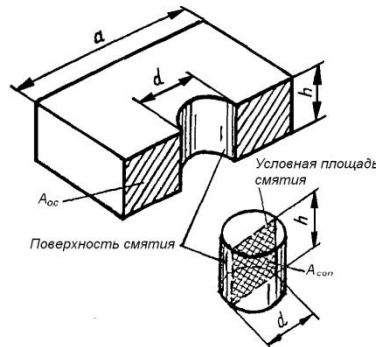


Рисунок 2.22- Поверхность ослаблена отверстием

Задача 1 Проверить прочность стержня на растяжение, его головки на срез, опорной поверхности под головкой на смятие, если $\sigma_{adm,t} = 110$ МПа, $\tau'_{adm} = 60$ МПа, $\sigma_{adm,con} = 120$ МПа.

Решение:

1. Площадь поперечного сечения: $A = \frac{\pi d^2}{4}$, а продольная сила

$$N = F = 2 \text{ кН} = 2 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Рабочее напряжение в поперечном сечении:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{4N}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 5^2} = 100 \text{ МПа} < \sigma_{adm,t}. \text{ Прочность обеспечена.}$$

2. Головка стержня может быть срезана по цилиндрической поверхности диаметром d и высоты h (рисунок 2.23, а): $A' = \pi dh$. Учитывая, что $Q = F$, из условия прочности на срез имеем:

$$\tau' = \frac{Q}{A'} = \frac{Q}{\pi dh} = \frac{2 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 5 \cdot 2} = 63,8 \text{ МПа} > \tau'_{adm}$$

Определяем перегрузку: $\Pi = \frac{63,8 - 60}{60} \cdot 100\% = 6,33\%$, что недопустимо. Необходимо снизить нагрузку или взять стержень с более высокой головкой.

3. Поверхность контакта между головкой стержня и опорой имеет форму плоского кольца (рисунок 2.23,б): $A_{con} = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$.

Определяем рабочее напряжение на смятие:

$$\sigma_{con} = \frac{F}{A_{con}} = \frac{4F}{\pi(D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14(8^2 - 5^2)} = 65 \text{ МПа} < \sigma_{adm,con}. \text{ Прочность обеспечена.}$$

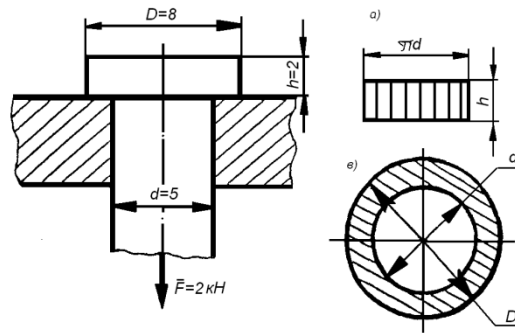


Рисунок 2.23

Задача 2 Определить требуемый диаметр заклепки в нахлесточном соединении, если $F = 120 \text{ кН}$, толщина листов $h = 10 \text{ мм}$, допускаемые напряжения на срез $\tau'_{adm} = 100 \text{ МПа}$ и смятие $\sigma_{adm,con} = 200 \text{ МПа}$. Число заклепок в соединении $n = 4$ (два ряда по две заклепки).

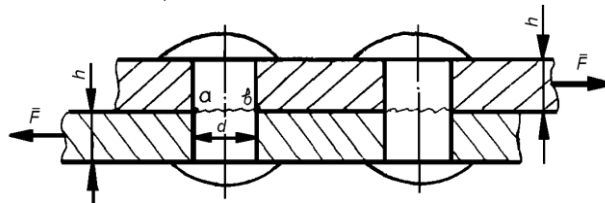


Рисунок 2.24

Решение:

1. Из условия прочности на срез по сечению ab имеем:

$$A' \geq \frac{F}{n \cdot \tau'_{adm}} \text{ (проектный расчет).}$$

$$\text{Площадь среза } A' = \frac{\pi d^2}{4},$$

$$\text{тогда } \frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{F}{n \cdot \tau'_{adm}} \text{ или } d = \sqrt{\frac{4F}{\pi \cdot n \cdot \tau'_{adm}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 120 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 4 \cdot 100}} = 19,6 \text{ мм.}$$

Принимаем $d = 20 \text{ мм}$.

2. Из условия прочности на смятие: $A_{con} \geq \frac{F}{n \cdot \sigma_{adm,con}}$. Площадь смятия цилиндрическая, принимаем условную площадь, равную проекции поверхности на диаметральную плоскость: $A_{con} = d \cdot h$, тогда

диаметральную плоскость: $A_{con} = d \cdot h$, тогда

$$d \cdot h \geq \frac{F}{n \cdot \sigma_{adm,con}} \text{ или } d = \frac{F}{n \cdot h \cdot \sigma_{adm,con}} = \frac{120 \cdot 10^3}{4 \cdot 10 \cdot 200} = 15 \text{ мм.}$$

Принимаем большее из найденных значений $d = 20 \text{ мм}$.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.4. Кручение. Срез с кручением

2.4.1. Внутренние силовые факторы при кручении, крутящий момент.

Построение эпюр крутящих моментов

Чистый сдвиг – напряженное состояние тела, при котором на четырех гранях выделенного элемента возникают только касательные напряжения, а две грани свободны от напряжений.

Согласно закону парности напряжений касательные напряжения на всех четырех площадках равны по абсолютной величине и направлены по смежным граням от ребра или к ребру (рисунок 2.25).

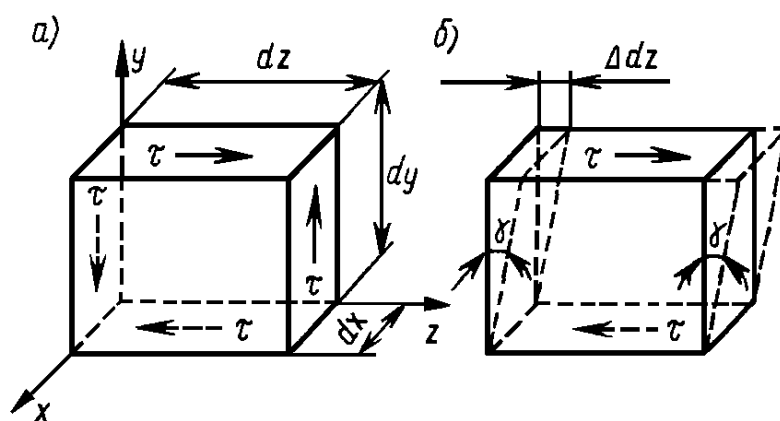


Рисунок 2.25 – Деформация чистого сдвига

Докажем равновесие выделенного элемента при сдвиге. На вертикальных площадках, площадь которых $dA_B = dx dy$, действуют силы $dF_B = \tau \cdot dA_B = \tau \cdot dx dy$, которые образуют пару сил с моментом $M_B = -\tau \cdot dx dy \cdot dz$.

На горизонтальных площадках, площадь которых $dA_F = dx dz$, действуют силы $dF_F = \tau \cdot dx dz$, образующие пару сил с моментом $M_F = \tau \cdot dx dz \cdot dy$, а алгебраическая сумма моментов пар сил будет равна 0, т.е.

$$-\tau \cdot dx dy \cdot dz = \tau \cdot dx dz \cdot dy = 0.$$

Деформация сдвига состоит в том, что под действием внешних сил первоначальная форма выделенного элемента искажается, т.е. горизонтальные площадки сдвигаются относительно друг друга:

Δz - величина абсолютного сдвига, на которую сдвигаются горизонтальные площадки относительно друг друга;

γ - угол, на который изменяется прямой угол между двумя смежными гранями; он не зависит от размеров выделенного элемента, является мерой деформации сдвига и называется **углом сдвига**.

Экспериментально установлено, что касательные напряжения и величина угла сдвига в пределах упругих деформаций связаны прямо пропорциональной зависимостью:

$$\tau = G\gamma \text{ – закон Гука при сдвиге,}$$

где G - модуль упругости материала при сдвиге или модуль сдвига или модуль упругости второго рода; он характеризует жесткость материала при сдвиге; размерность $\left[Па; \frac{Н}{м}\right]$ или $\left[МПа; \frac{Н}{мм^2}\right]$. Для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Для одного и того же материала между модулем продольной упругости E , модулем сдвига G и коэффициентом Пуассона μ существует зависимость:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Крутящие моменты и их эпюры.

Кручением называют деформированное состояние бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – **крутящий момент**. Для этого брус необходимо нагрузить, например, двумя парами сил, действующими в противоположных направлениях, в плоскостях, перпендикулярных к оси бруса, моменты которых T_{e1} и T_{e2} называют внешними **скручивающими моментами**. Они определяются по формулам:

$$T_e = \frac{P}{\omega} \text{ или } T_e = 9,55 \frac{P}{n}, \quad [Н \cdot м]$$

где P – мощность, Вт;

ω – угловая скорость, рад/с;

n – частота вращения, мин⁻¹.

Крутящий момент в сечениях бруса определяют с помощью метода сечений (рисунок 2.26): мысленно рассекаем брус и одну часть отбрасываем. Так как равномерно вращающийся вал или неподвижный брус находятся в равновесии, то очевидно, что внутренние силовые факторы, возникающие в поперечном сечении должны уравнивать внешние моменты, действующие на оставленную часть: $T = T_{e2}$.

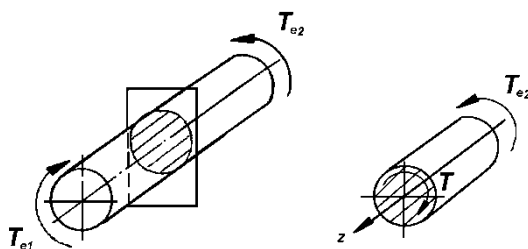


Рисунок 2.26 – Крутящий момент бруса

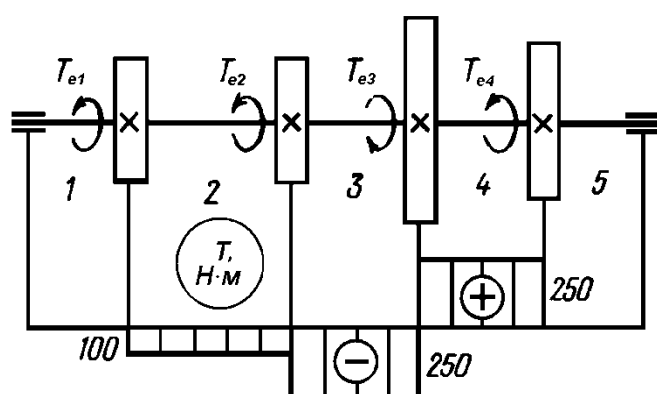
Крутящий момент в любом поперечном сечении численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, приложенных к брусу справа или слева от сечения: $T = \sum T_{ei}$.

Правило знаков: крутящий момент в сечении считают положительным, если при взгляде со стороны сечения внешние моменты направлены по часовой стрелке и наоборот.

Для получения наглядной картины деформированного состояния бруса или вала строят эпюры крутящих моментов, которые дают возможность определить опасное сечение, в котором действует максимальный крутящий момент. Пользуясь принципом смягченных граничных условий, будем полагать, что в поперечных сечениях, где приложен вращающий момент, значения крутящего момента меняются скачкообразно.

Задача: Построить эпюру крутящих моментов для трансмиссионного вала, если $T_{e1} = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $T_{e2} = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $T_{e3} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $T_{e4} = 250 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Разбиваем вал на участки 1,2,3,4,5. Используя метод сечений, определяем крутящие моменты для каждого участка:



$$1-1, 5-5: T_1 = 0; \quad T_5 = 0$$

$$2-2: T_2 = -T_{e1} = -100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$3-3: T_3 = -T_{e1} - T_{e2} = -100 - 150 = -250 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$4-4: T_4 = -T_{e1} - T_{e2} + T_3 = -100 - 150 + 500 = 250 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.4.2. Кручение бруса круглого поперечного сечения. Угол закручивания бруса

Теория кручения бруса круглого сечения основана на следующих допущениях:

- 1) гипотеза Бернулли или гипотеза плоских сечений: плоские нормальные поперечные сечения, проведенные в теле до деформации, остаются и при деформации плоскими и нормальными к оси;
- 2) ось цилиндра, называемая осью кручения, остается прямо-линейной;
- 3) расстояния между сечениями не изменяются;
- 4) размеры поперечных сечений не искривляются.

Следовательно, деформация кручения круглого бруса заключается в повороте поперечных сечений относительно друг друга вокруг оси кручения. При этом углы их поворота прямо пропорциональны расстояниям от заделанного сечения: чем дальше отстоит сечение от заделки, тем больше угол поворота (см. рисунок 2.27).

Угол поворота сечения равен углу закручивания части цилиндра, заключенного между данным сечением и заделкой.

Угол φ поворота конечного сечения называют **полным углом** закручивания цилиндра.

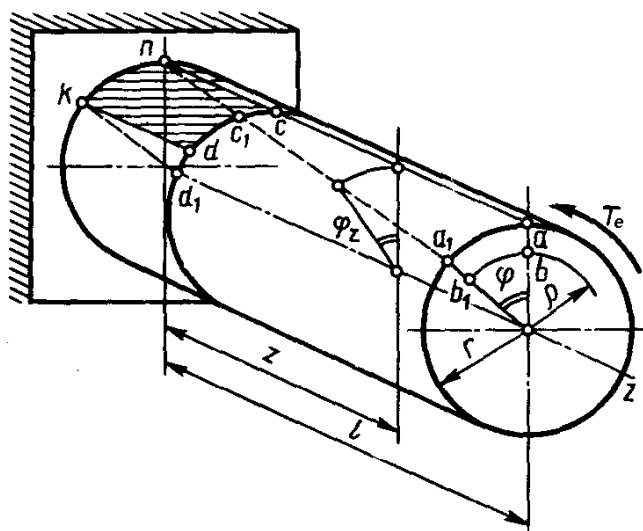


Рисунок 2.27 – Кручение прямого бруса круглого сечения

Относительным углом закручивания цилиндра φ_0 называют отношение угла закручивания φ_z к расстоянию z от данного сечения до заделки.

Если брус состоит из одного участка (т.е. имеет постоянное сечение и нагружен скручивающим моментом T_e), то:

$$\varphi_o = \frac{\varphi_z}{z} = \frac{\varphi}{l} = const. \quad (1)$$

Рассмотрим тонкий слой материала на поверхности бруса (ячейка $kncd$). При деформации эта ячейка перекашивается и принимает положение $knc'd'$. Аналогичную картину деформации мы наблюдали при сдвиге. Таким образом, при кручении возникает деформация сдвига в результате вращательного движения одного поперечного сечения относительно другого, следовательно, в точках поперечного сечения возникают только касательные напряжения τ , перпендикулярные радиусу, соединяющему эти точки с осью кручения.

Из рисунка 2.27 видно, что абсолютный сдвиг сечения волокна a равен дуге aa' , а сечения волокна b - дуге bb' . Т.к. радиусы сечения при кручении остаются прямыми, то величина абсолютного сдвига волокон прямо пропорциональна их расстоянию до оси кручения:

$$\cup aa' = r\varphi; \cup bb' = \rho\varphi,$$

где φ - полный угол закручивания, рад; r - радиус цилиндра; ρ - расстояние волокна b до оси кручения.

Относительный сдвиг сечения волокна b :

$$\gamma_\rho = \frac{\rho\varphi}{l} = \varphi_0 \rho. \quad (2)$$

В формулу Гука для сдвига подставим (2):

$$\tau_\rho = G\gamma_\rho = G\varphi_0 \rho. \quad (3)$$

При $\rho=0$ $\tau=0$, т.е. на оси кручения касательные напряжения равны нулю; при $\rho=r$ $\tau=\tau_{\max}$, т.е. касательные напряжения достигают максимального значения у волокон наиболее удаленных от оси кручения: $\tau_{\max} = G\varphi_0 r$. Т.к. относительный угол φ_0 есть величина постоянная для данного цилиндрического бруса, то касательные напряжения при кручении прямо пропорциональны расстоянию от точек сечения до оси бруса (рисунок 2.28).

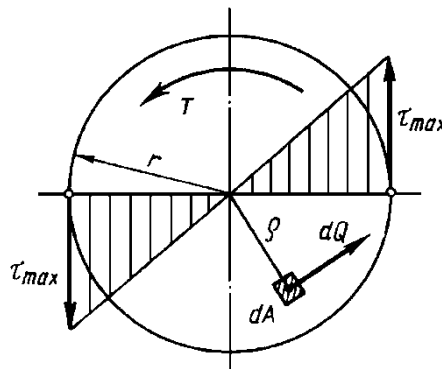


Рисунок 2.28 – Сечение круглого бруса

Т.к. внутренние волокна бруса испытывают небольшие напряжения, поэтому валы иногда делают пустотелыми (кольцевыми), чем достигается значительный выигрыш в массе при незначительной потере прочности.

Рассечем брус поперечной плоскостью, находящейся на расстоянии z от заделки, и рассмотрим его сечение (рисунок 2.27).

Выделим в сечении малую площадку dA на расстоянии ρ от оси кручения. Сила dQ , действующая на эту площадку, перпендикулярна радиусу и равна:

$$dQ = \tau_{\rho} dA. \quad (4)$$

Определим момент внутренних сил относительно оси кручения, т.е. крутящий момент:

$$T = \int_A dQ \cdot \rho = \int_A \tau_{\rho} dA \cdot \rho = \int_A G \varphi_0 \rho \cdot dA \cdot \rho.$$

Так как модуль сдвига и относительный угол закручивания величины постоянные их можно вынести за знак интеграла, тогда

$$T = G \varphi_0 \int_A \rho^2 dA,$$

где $J_p = \int_A \rho^2 dA$ – полярный момент инерции, размерность которого м^4 .

Тогда крутящий момент $T = G \varphi_0 J_p$, отсюда найдем относительный угол закручивания

$$\varphi_o = \frac{T}{G J_p}, \text{ рад/м.} \quad (5)$$

Полный угол закручивания цилиндра длиной l равен:

$$\varphi = \varphi_o \cdot l = \frac{T \cdot l}{G J_p}, \text{ рад.}$$

Произведение $G J_p$, стоящее в знаменателе, называется **жесткостью сечения при кручении**. Модуль сдвига G характеризует жесткость материала, а **полярный момент инерции J_p является геометрической характеристикой жесткости бруса при кручении**.

Таким образом, полный угол закручивания круглого цилиндра прямо пропорционален крутящему моменту, длине цилиндра и обратно пропорционален жесткости сечения при кручении. Это справедливо в пределах действия закона Гука, когда нагрузка и деформация пропорциональны.

Формула Гука

при растяжении

$$\Delta l = \frac{N \cdot l_0}{E \cdot A}$$

Δl – абсолютное продольное
удлинение бруса;

l_0 – первоначальная длина бруса;

$E \cdot A$ – жесткость материала при
растяжении

при кручении

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot J_p}$$

φ – полный угол
закручивания цилиндра;

l – длина бруса;

GJ_p – жесткость сечения
при кручении.

Для цилиндрического бруса, имеющего несколько участков, отличающихся материалом, размерами поперечного сечения, значением крутящего момента, полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания отдельных участков $\varphi_o = \sum \varphi_i$.

Выведем формулу для определения напряжений.

Для слоя b , находящегося на расстоянии ρ , напряжение определяют по формуле (3)

$$\tau_\rho = G \varphi_o \rho = \frac{G \cdot T \cdot \rho}{GJ_p} = \frac{T \cdot \rho}{J_p}.$$

При $\rho = r$ напряжения достигнут максимального значения:

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot r}{J_p} = \frac{T}{J_p / r} = \frac{T}{W_p},$$

где $W_p = \frac{J_p}{r}$ – момент сопротивления кручению (или полярный момент сопротивления), **размерность m^3** , является **геометрической характеристикой прочности бруса круглого поперечного сечения при кручении**.

Таким образом, при кручении напряжение и деформации определяют по формулам

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} \quad \text{и} \quad \varphi_o = \frac{T}{GJ_p}.$$

Эти формулы применимы для участков бруса, имеющих постоянные размеры поперечного сечения, и постоянное значение крутящего момента.

Следует отметить, что согласно закону парности касательных напряжений касательные напряжения возникают не только в поперечных, но и продольных сечениях.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.4.3. Условие прочности и жесткости при кручении. Расчет на прочность и жесткость

Формулы полярных моментов инерции

1) круга диаметром d : $J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$.

2) кольца размером $D \times d$: $J_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4) \approx 0,1(D^4 - d^4)$

или $J_p = \frac{\pi D^4}{32}(1 - c^4) \approx 0,1D^4(1 - c^4)$, где $c = \frac{d}{D}$. Обычно $c = 0,6 \dots 0,8$.

Формулы моментов сопротивления кручению

1) круга диаметром d : $W_p = \frac{J_p}{0,5d} = \frac{\pi d^4}{32 \cdot 0,5d} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$.

2) кольца размером $D \times d$:

$$W_p = \frac{J_p}{0,5D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32 \cdot 0,5D} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} \approx \frac{0,2(D^4 - d^4)}{D}$$

или $W_p = \frac{\pi D^3}{16}(1 - c^4) \approx 0,2D^3(1 - c^4)$, где $c = \frac{d}{D}$.

Расчеты на прочность при кручении

Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau = \frac{T}{W_p} \leq \tau_{adm}.$$

Допускаемое касательное напряжение при кручении τ_{adm} определяется в зависимости от вида материала:

для пластичного материала

и

хрупкого материала

$$\tau_{adm} = \frac{\tau_y}{S_{y,adm}};$$

$$\tau_{adm} = \frac{\tau_u}{S_{u,adm}},$$

где τ_y, τ_u - пределы текучести и прочности материала при кручении соответственно;

нормативные коэффициенты запаса прочности: $S_{y,adm} = 1,4 \dots 2,5$;

$$S_{u,adm} = 2,5 \dots 5,0.$$

По условию прочности выполняют три вида расчета:

1) Проверочный расчет, согласно которому, определив максимальный крутящий момент в поперечном сечении бруса и полярный момент инерции

сопротивления сечения, находим $\tau = \frac{T}{W_p}$ и сравниваем τ_{adm} , т.е. должно вы-

полняться условие: $\tau = \frac{T}{W_p} \leq \tau_{adm}$.

2) Проектный расчет: определив максимальный крутящий момент в поперечном сечении бруса и приняв $\tau_{max} = \tau_{adm}$, находим требуемое значение полярного момента $W_p \geq \frac{T}{\tau_{adm}}$. Затем находим диаметр поперечного сечения:

для круглого

и

кольцевого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2(1-c^4)}}, \text{ где } c = \frac{d}{D}.$$

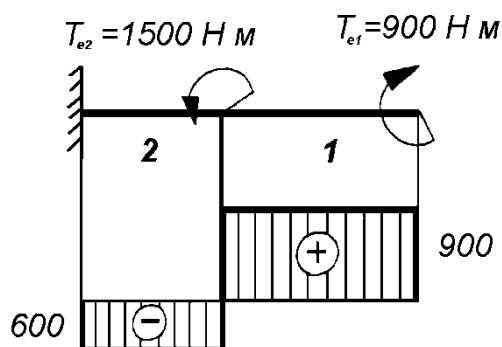
Полученные значения диаметра в мм следует округлять в расчетах до ближайшего большего четного числа или числа, оканчивающегося на 0 или 5.

3) Определение допускаемой нагрузки: определив полярный момент сопротивления сечения и приняв $\tau_{max} = \tau_{adm}$, находим допускаемое значение крутящего момента: $T_{adm} \leq W_p \tau_{adm}$. Затем, исходя из схемы нагружения, находим максимальную допускаемую внешнюю нагрузку.

Задача 1 Для изображенного на рисунке бруса подобрать размеры сечения в двух вариантах: а) круг; б) кольцо с заданным соотношением $C = 0,8$ ($C = \frac{d_0}{d}$, где d_0 - внутренний диаметр кольца, d - наружный диаметр). Сравнить массы брусев по обоим расчетным вариантам для одного из участков бруса. Материал бруса сталь 45, допускаемое напряжение при кручении $\tau_{adm} = 90$ МПа.

Решение:

1 У заданного бруса два участка 1 и 2. Строим эпюру крутящих моментов. Мысленно проводим сечение в пределах каждого участка, отбрасываем левую заземленную часть и рассматриваем равновесие оставшейся правой.



Считаем, что если внешний момент вращает оставшуюся часть по часовой стрелке, то крутящий момент положителен:

$$1-1: T_1 = T_{e1} = 900 \text{ Н м};$$

$$2-2: T_2 = T_{e1} - T_{e2} = 900 - 1500 = 600 \text{ Н м}.$$

2. Из условия прочности при кручении: $\tau = \frac{T}{W_p} \leq \tau_{adm}$ определяем размеры

поперечного сечения для участка 1 (так как здесь крутящий момент максимален):

$$W_p \geq \frac{T_1}{\tau_{adm}} = \frac{900 \cdot 10^3}{90} = 10^4 \text{ мм}^3.$$

3 Для круглого сечения:

$$W_p = 0,2d^3,$$

$$\text{тогда} \quad d = \sqrt[3]{\frac{W_{p1}}{0,2}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 10^3}{0,2}} = 10 \sqrt[3]{50} = 36,84 \text{ мм}.$$

Принимаем $d = 38$ мм, ближайшее из стандартного ряда.

4 Для кольцевого сечения $W_p = 0,2d^3(1 - c^4)$, при $c = 0,8$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2(1 - c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 10^3}{0,2(1 - 0,8^4)}} = 43,9 \text{ мм}.$$

Принимаем ближайшее стандартное значение $d = 45$ мм, тогда $d_0 = 0,8d = 0,8 \cdot 45 = 36$ мм.

5 Сравним затраты материала:

$$\vartheta = \frac{m_{кр}}{m_{кол}} = \frac{A_{кр}}{A_{кол}}; \quad A_{кр} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 38^2}{4} = 1133,54 \text{ мм}^2;$$

$$A_{кол} = \frac{\pi(d^2 - d_0^2)}{4} = \frac{3,14 \cdot (45^2 - 36^2)}{4} = 572,27 \text{ мм}^2. \quad \vartheta = \frac{1133,54}{572,27} = 1,98$$

Ответ: для круглого сечения $d = 38$ мм;

для кольцевого сечения $d = 45$ мм; $d_0 = 36$ мм.

Расчеты на жесткость при кручении

Условие жесткости при кручении бруса состоит в том, чтобы относительный угол закручивания φ_0 не превосходил некоторого заданного допускаемого значения $\varphi_{0,adm}$

$$\varphi_0 = \frac{T}{GJ_p} \leq \varphi_{0,adm}, \text{ рад/м}.$$

Если допускаемое значение относительного угла задается град/м, то условие жесткости имеет вид

$$\varphi_0^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{T}{GJ_p} \leq \varphi_{0,adm}^\circ, \text{ град/м},$$

где $\varphi_{0,adm}^{\circ}$ - допускаемый угол закручивания одного метра вала; принимают $\varphi_{0,adm}^{\circ}=0,25 \dots 1,0$ град/м.

По условию жесткости выполняют три вида расчета:

1) Проверочный непосредственно по расчетной формуле

$$\varphi_0 = \frac{T}{GJ_p} \leq \varphi_{0,adm}$$

2) Проектный по формуле

$$J_p \geq \frac{T}{G\varphi_{0,adm}},$$

затем в зависимости от формы сечения (круг или кольцо) по найденному полярному моменту инерции J_p определяют диаметры вала:

для круглого

и

кольцевого сечения

$$d = \sqrt[4]{\frac{J_p}{0,1}}$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{J_p}{0,1(1-c^4)}}, \text{ где } c = \frac{d}{D}.$$

3) Определение допускаемой нагрузки по формуле: $T_{adm} \leq GJ_p \varphi_{0,adm}^{\circ}$.

Задача 2 Определить диаметр вала для передачи мощности $P = 50$ кВт при частоте вращения $n = 300 \text{ мин}^{-1}$. если $\tau_{adm} = 30 \text{ Н/мм}^2$, $\varphi_{0,adm}^{\circ} = 0,3$ град/м, $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Дано: $P = 50 \text{ кВт}$; $n = 300 \text{ мин}^{-1}$, $\tau_{adm} = 30 \text{ Н/мм}^2$,

$\varphi_{0,adm}^{\circ} = 0,3 \text{ град/м}$, $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Найти: d

Решение:

1 При передаче заданной мощности вал нагружен двумя скручивающими моментами, каждый из которых определяют: $T = \frac{P}{\omega}$, учитывая что $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$, имеем:

$$T_{e1} = T_{e2} = \frac{30P}{\pi \cdot n} = \frac{9,55P}{n} = \frac{9,55 \cdot 50 \cdot 10^3}{300} = 1590 \text{ Н м}.$$

2. В любом сечении вала между приложенными к нему внешними моментами T_{e1} и T_{e2} действует крутящий момент $T = T_{e1} = T_{e2}$.

3. Определяем диаметр вала d_n из условия прочности: $\tau = \frac{T}{W_p} \leq \tau_{adm}$.

Момент сопротивления кручению: $W_p \approx 0,2d^3$, тогда $\frac{T}{0,2d^3} = \tau_{adm}$, откуда

$$d_n = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2 \cdot \tau_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{1590 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} = 10 \cdot \sqrt[3]{265} = 64,2 \text{ мм.}$$

Округляя до целого числа, принимаем $d_n = 65$ мм.

4. Определяем $d_{жс}$ вала из условия жесткости.

4.1 Определяем допускаемый угол закручивания:

$$\varphi_{0,adm} = \frac{\pi \varphi_{0,adm}^\circ}{180} = \frac{3,14 \cdot 0,3}{180} = 5,23 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м} = 5,23 \cdot 10^{-6} \text{ рад/мм} = 0,523 \cdot 10^{-5}$$

рад/мм.

4.2 Условие жесткости: $\varphi_0 = \frac{T}{G \cdot J_p} \leq \varphi_{0,adm}$.

Полярный момент инерции: $J_p \approx 0,1d^4$, тогда $\frac{T}{G \cdot 0,1d^4} = \varphi_{0,adm}$, откуда

$$d = \sqrt[4]{\frac{T}{0,1 \cdot G \cdot \varphi_{0,adm}}} = \sqrt[4]{\frac{1590 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,523 \cdot 10^{-5}}} = 10 \sqrt[4]{3800} = 78,5 \text{ мм.}$$

Принимаем $d_{жс} = 80$ мм.

5. Их двух найденных значений диаметра вала необходимо взять большее, т.к. оно удовлетворяет обоим условиям. Конструктивный диаметр $d = 80$ мм.

Ответ: $d = 80$ мм

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.4.4. Совместное действие среза и кручения. Методика расчета цилиндрических винтовых пружин

Проверочный расчет связан с проверкой условий прочности и жесткости. В этом задано все: нагрузки, размеры поперечных сечений, материал, условия эксплуатации. По справочной литературе определяют опасное напряжение, коэффициент запаса, допускаемое напряжение и допускаемый погонный угол закручивания.

После построения эпюры крутящих моментов находят опасное сечение и рассчитывают максимальные напряжения и наибольший погонный угол закручивания. Полученные значения сравнивают с допускаемыми и делают заключение о прочности и жесткости изделия. При необходимости для повышения прочности изделия принимают меры: или увеличивают размер поперечного сечения, или снижают нагрузку, или заменяют материал на более прочный (с большим пределом текучести или прочности). Возможна комбинация этих мер.

При определении допускаемых нагрузок, заданы соотношения между внешними моментами (если их несколько), размеры поперечных сечений, материал и условия эксплуатации.

По справочникам находят допускаемое напряжение и определяют допускаемый погонный угол закручивания.

Эпюру строят в общем виде, используя в качестве параметра один из моментов внешней нагрузки. Определяют опасное сечение, для которого записывают условия прочности и жесткости:

$$\tau_{\max} = \left. \frac{|M_x|}{W_\rho} \right|_{\max} \leq [\tau], \quad \varphi_0 = \left. \frac{|M_x|}{GI_\rho} \right|_{\max} \leq [\varphi].$$

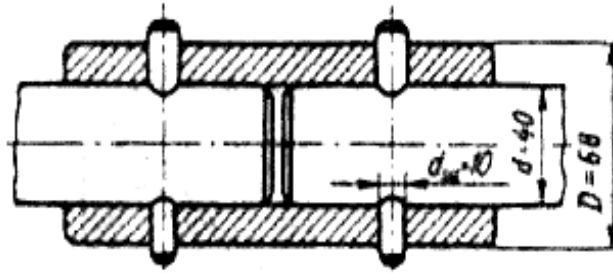
Из этих выражений находят

$$M_x \leq [\tau] W_\rho, \quad M_x \leq GI_\rho [\varphi]$$

Из двух полученных значений выбирают меньшее, которое будет удовлетворять и условию прочности, и условию жесткости.

Задача.

Два одинаковых вала соединены муфтой со штифтами. Выяснить, что ограничивает передаваемый момент; прочность валов, муфты или штифтов. Принять для валов $[\tau_\kappa]' = 40 \text{ МПа}$, для муфты $[\tau_\kappa]'' = 20 \text{ МПа}$, для штифтов $[\tau_{cp}] = 100 \text{ МПа}$. При расчете валов и муфт ослабление их отверстиями для штифтов не учитывать.



Решение.

1. Допускаемый момент из условия прочности валов

$$[M]_B = [M_z]_B = [\tau_k]' W_{pB} = 40 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,04^3 / 16 = 502 H \cdot м.$$

$$W_{pB} = \frac{\pi d^3}{16}$$

2. Допускаемый момент из условная прочности муфты

$$[M]_M = [M_z]_M = [\tau_k]'' W_{pM} = 20 \cdot 10^6 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,068^3}{16} \left[1 - \left(\frac{0,040}{0,068} \right)^4 \right] = 1090 H \cdot м.$$

$$W_{pM} = \frac{3,14 \cdot d^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

3. Допускаемый момент находим из условия прочности штифтов. Штифт работает на срез. Учитывая наличие двух плоскостей среза, получаем следующее расчетное уравнение:

$$\tau_{cp} = F / \left(2 \frac{\pi}{4} d_u^2 \right) \leq [\tau_{cp}]$$

Сила, действующая на штифт, связана с передаваемым моментом зависимостью

$$F = M / (0,5d)$$

Подставляя значение F в условие прочности, получаем

$$\tau_{cp} = M_u / \left(2 \cdot 0,5d \frac{\pi}{4} d_u^2 \right) \leq [\tau_{cp}],$$

откуда

$$[M]_u = d \frac{\pi d_u^2}{4} [\tau_{cp}] = 0,04 \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} 100 \cdot 10^6 = 314 H \cdot м.$$

Таким образом, наименее прочными элементами конструкция являются штифты. Для увеличения допускаемого момента можно поставить на каждой половине муфты два штифта, одновременно несколько уменьшив их диаметр. Толщину втулки (муфты) можно несколько уменьшить, так как муфта значительно прочнее вала.

Расчет винтовых цилиндрических пружин с малым шагом витка

Винтовые цилиндрические пружины получили широкое распространение в машиностроении. В рессорах вагонов, в клапанах и других деталях механизмов применяются винтовые пружины, подвергающиеся действию сил, сжимающих или растягивающих пружину.

Точный расчет на прочность винтовых пружин достаточно сложен, так как проволока винтовой пружины может испытывать одновременно кручение, сдвиг и изгиб. Однако при малых углах наклона витков влиянием изгиба можно пренебречь. Рассмотрим теорию расчета винтовых цилиндрических пружин с малым шагом витка (рисунки 2.29,а), у которых шаг витка h значительно меньше радиуса R витка пружины ($h < \frac{1}{5}R$). Угол наклона витка такой пружины к плоскости перпендикулярной оси пружины, мал и поэтому можно принять, что витки лежат в этой плоскости.

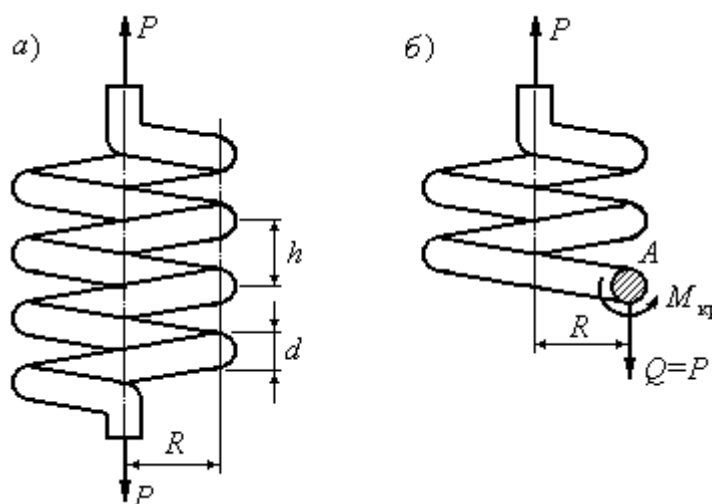


Рисунок 2.29- Цилиндрическая пружина с малым шагом витка

Обозначим D , R —средний диаметр и радиус витка пружины, d —диаметр проволоки, из которой изготовлена пружина, h —шаг витка, n —число витков пружины. Рассечем пружину на две части (рисунок 2.29,б). Отбрасывая нижнюю часть пружины, заменим ее действие на верхнюю поперечной силой $Q=P$ и крутящим моментом $M_{кр}=RP$

Анализируя расчетную схему пружины, приведенную на рисунке (2.29,б), приходим к выводу, что цилиндрическая пружина с малым шагом витка работает на срез и кручение (рисунок 2.29,а).

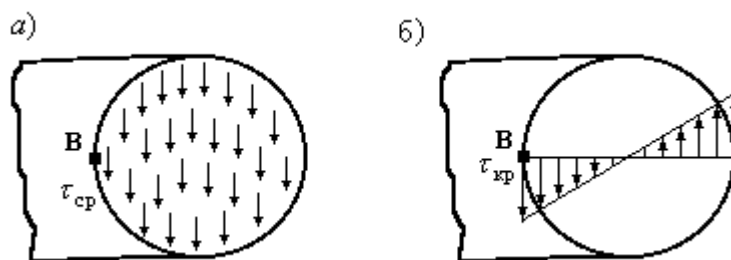


Рисунок 2.30- Сечение пружины

Предполагая, что касательные напряжения равномерно распределены по сечению витка пружины, найдем их из выражения (рисунок 2.30,а):

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{P}{A} = \frac{4P}{\pi \cdot d^2}.$$

Наибольшие касательные напряжения от кручения (рисунок 2.30,б) возникают в наиболее удаленных точках от центра тяжести и равны:

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p} = \frac{16PR}{\pi \cdot d^3}$$

Максимальные касательные напряжения действуют на внутренней поверхности витка пружины в точке В, так как в этой точке они направлены в одну сторону:

$$\tau_{\text{max}} = \tau_{\text{ср}} + \tau_{\text{кр}} = \frac{16PR}{\pi \cdot d^3} + \frac{4P}{\pi \cdot d^2} = \frac{16PR}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right)$$

Второе слагаемое $\frac{d}{4R}$ в формуле для пружин с малым шагом витка существенно меньше единицы. Поэтому им можно пренебречь. И тогда условие прочности принимает вид:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{16PR}{\pi \cdot d^3} \leq [\tau]$$

Определим осадку пружины λ без учета среза пружины. Для вывода воспользуемся теоремой Клапейрона, в соответствии с которой работа внешней силы P на перемещении λ равна:

$$A_p = \frac{1}{2} P \lambda$$

Потенциальная энергия деформации в пружине при кручении численно равна работе внешней силы:

$$U = A_p = \frac{M_{\text{кр}}^2 l}{2GJ_p}$$

Принимая во внимание, что длина пружины $l = 2\pi Rn$, а полярный момент инерции проволоки в витке пружины $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$, и подставляя в формулу, получим выражение для осадки пружины:

$$\lambda = \frac{64PR^3n}{Gd^4}$$

Пример 1. Винтовая пружина растягивается силой $P = 0,1$ кН. Средний радиус пружины $R = 70$ мм. Диаметр проволоки $d = 10$ мм. Количество витков $n = 20$: модуль сдвига $G = 8,0 \cdot 10^4$ МПа. Определить осадку пружины и наибольшие касательные напряжения.

Решение:

1. Осадку пружины определим по формуле :

$$\lambda = \frac{64PR^3n}{Gd^4} = \frac{64 \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot (70,0 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 20}{8,0 \cdot 10^{10} (10,0 \cdot 10^{-3})^4} = 54,88 \cdot 10^{-3} \text{ мм.}$$

2. Находим максимальные касательные напряжения без учета среза:

$$\tau_{\max} = \frac{16PR}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot 70,0 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (10,0 \cdot 10^{-3})^3} \cdot 10^{-6} = 35,65 \text{ МПа.}$$

3. Определяем максимальные касательные напряжения на внутренней поверхности витка пружины с учетом среза по формуле :

$$\tau_{\max} = \frac{16PR}{\pi \cdot d^3} \left(1 + \frac{d}{4R}\right) = \frac{16 \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot 70,0 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (10,0 \cdot 10^{-3})^3} \left(1 + \frac{(10,0 \cdot 10^{-3})}{4 \cdot 70,0 \cdot 10^{-3}}\right) \cdot 10^{-6} = 36,92 \text{ МПа}$$

4. Сравнивая величину касательных напряжений, полученных без учета влияния среза, и с учетом влияния среза, приходим к выводу, что эти напряжения отличаются друг от друга на $\Delta \tau = 36,92 - 35,65 = 1,27$ МПа или на $\delta = \frac{1,27}{36,92} 100\% = 3,45\%$.

Такая погрешность находится в пределах, установленных нормами для инженерных расчетов.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.5. Изгиб

2.5.1. Классификация видов изгиба. Внутренние силовые факторы

Изгибом называется деформация, при которой изменяется кривизна продольной оси бруса.

Брус – тело, у которого длина значительно больше поперечных размеров.

Чтобы получить представление о деформации изгиба, возьмем резиновый брус прямоугольного сечения, нанесем на него сетку продольных и поперечных прямых линий и подвергнем деформации изгиба.

Чистым изгибом называют такое деформированное состояние бруса, при котором в поперечном сечении возникает один внутренний силовой фактор – изгибающий момент M (возникает в плоскостях перпендикулярных поперечному сечению).

Если кроме изгибающего момента возникает поперечная сила Q , то изгиб бруса называется **поперечным**.

И чистый и поперечный изгиб может быть прямым и косым, что зависит от характера нагружения бруса.

Если все внешние силовые факторы лежат в одной плоскости изгиб называют **плоским**.

Плоский изгиб вызывается (рисунок 2.31) действием **сосредоточенных сил** F (кН) и **распределенных нагрузок** q (кН/м), расположенных в плоскости, проходящей через ось z (ось бруса) и перпендикулярных к оси z , а также **пар сил**, вызывающих **момент** m (кН м) – в плоскости, проходящей через ось z .

Плоскость действия нагрузок (F, q, m) называется **силовой плоскостью**. Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью инерции, то изгиб называется **прямым**, если не совпадает – **косым**.

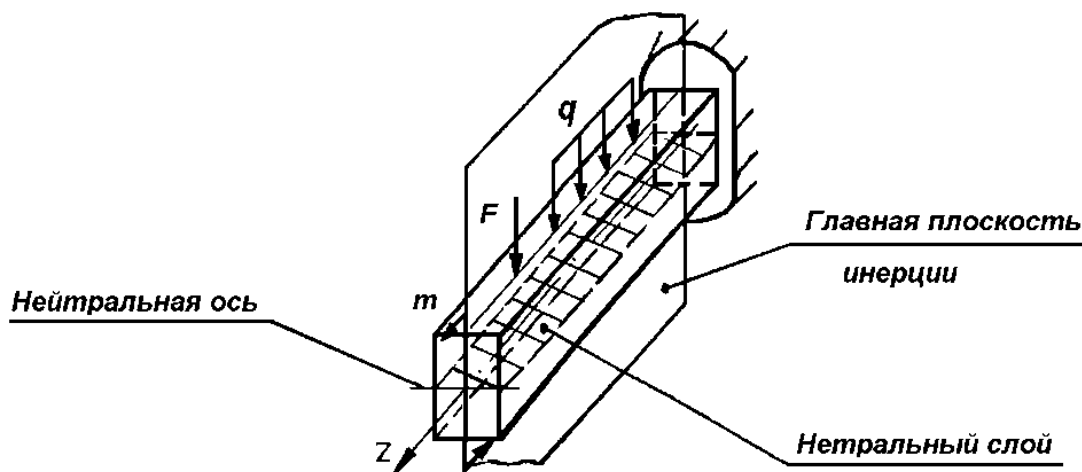


Рисунок 2.31 – Деформация плоского изгиба

Главной плоскостью инерции называется плоскость, проходящая через продольную ось бруса и совпадающая с одной из плоскостей симметрии, проходящих через ось x или ось y .

Брусья, работающие на изгиб, называются **балками**.

В дальнейшем мы будем рассматривать только прямой изгиб балки. Поэтому независимо от формы поперечного сечения балки ее условно будем изображать прямой линией и считать, что нагрузки расположены в главной плоскости.

При изучении деформации изгиба будем мысленно представлять себе, что балка состоит из бесчисленного числа волокон, параллельных оси. При этом при изгибе (рисунок 2.32):

- 1) поперечные прямые линии останутся и при деформации прямыми, но повернутся на встречу друг другу, например, в зоне сжатия;
- 2) продольные прямые линии и ось бруса изогнутся;
- 3) сечения бруса расширяются в поперечном направлении на вогнутой стороне (там, где волокна сжаты) и сузятся на выпуклой стороне (там, где волокна растянуты), следовательно, при чистом изгибе справедлива гипотеза плоских сечений.

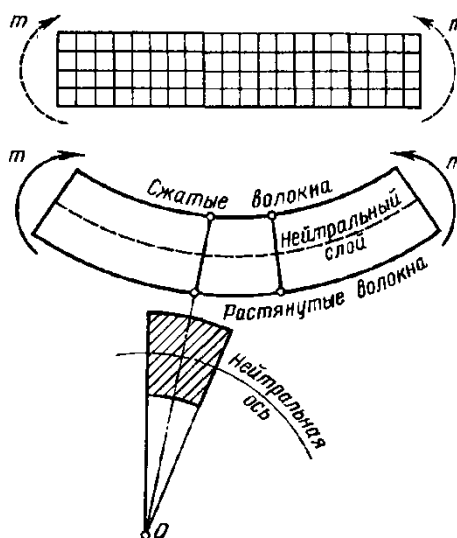


Рисунок 2. 32 – Изгиб

На границе между растянутыми и сжатыми волокнами лежит нейтральный слой волокон, которые только искривляются, не изменяя своей длины.

Полагая справедливой гипотезу о не надавливании волокон можно утверждать, что при чистом изгибе в поперечных сечениях бруса возникают только нормальные напряжения растяжения и сжатия, неравномерно распределенные по сечению, благодаря чему и происходит искривление волокон и

оси бруса. Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения называется **нейтральной осью** (Н.О.), нормальные напряжения на Н.О. равны 0.

Внутренние силовые факторы: поперечная сила и изгибающий момент. Правило знаков.

Для определения внутренних силовых факторов (ВСФ), возникающих в поперечных сечениях балки при изгибе необходимо знать величину реакций опор балки. Для этого используют уравнения статики. Для двухопорных балок и двухопорных с консолью:

$$\sum M_A(F_i) = 0$$

$$\sum M_B(F_i) = 0$$

Проверка: $\sum F_{iy} = 0$

Если сосредоточенные силы перпендикулярны к оси балки $R_{Ax} = 0$.

При построении эпюр для консольных балок реакции опор определять не обязательно, они будут определены в ходе построения эпюр.

При определении ВСФ реакции опор учитывают наравне с внешними силами.

Пример двухопорной балки – вал редуктора, изгибающийся под действием сил, возникающих в зацеплении передач, например, зубчатых и червячных. Пример консольной балки – крыло самолета, изгибающегося под давлением воздуха. Следует отметить, что во всех этих случаях роль балок заключается в том, чтобы приняв нагрузку от других элементов, передать ее тем частям, которые в свою очередь поддерживают балку.

Для определения ВСФ воспользуемся методом сечений. Рассечем балку (рисунок 2.33) в точке К и рассмотрим равновесие каждой ее части в отдельности.

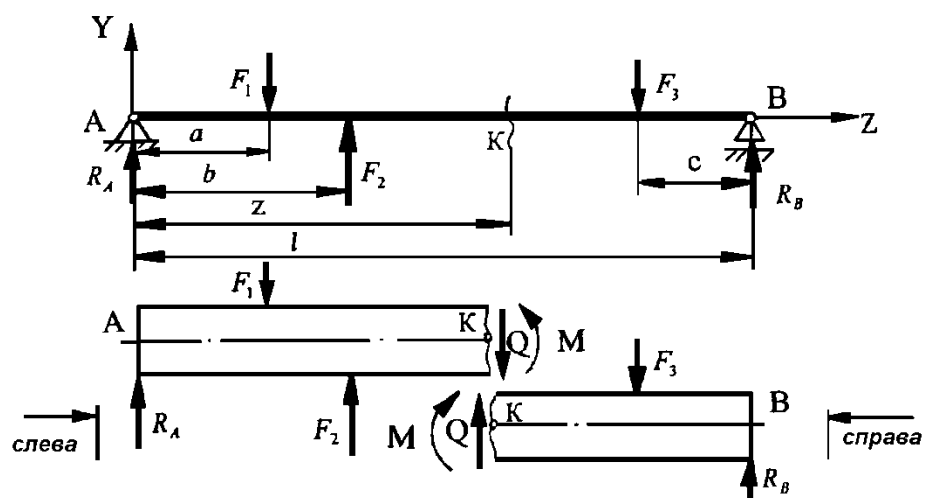


Рисунок 2.33 – Определение ВСФ балки

Записываем уравнения равновесия для :

левой части

$$\Sigma F_{iy} = 0; R_A - F_1 + F_2 - Q = 0;$$

$$\text{или } Q = R_A - F_1 + F_2$$

правой части

$$\Sigma F_{iy} = 0; R_B - F_3 + Q = 0$$

$$\text{или } Q = F_3 - R_B,$$

т.е. **поперечная сила** в произвольном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на ось Y , нормальную к оси балки, всех внешних сил, действующих справа или слева от данного сечения.

левой части

$$\Sigma M_K = 0;$$

$$R_A z - F_1(z - a) + F_2(z - b) - M = 0;$$

$$\text{или } M = R_A z - F_1(z - a) + F_2(z - b);$$

правой части

$$\Sigma M_K = 0;$$

$$M + F_3(l - z - c) - R_B(l - z) = 0$$

$$\text{или } M = R_B(l - z) - F_3(l - z - c),$$

т.е. **изгибающий момент** в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил и внешних моментов, действующих справа или слева от сечения относительно центра тяжести данного сечения.

Правило знаков сопромата (рисунок 2.34):

Внешним силам, сдвигающим относительно сечения оставленную часть балки **по часовой стрелке**, приписывают знак «+», а **против часовой стрелки** – знак «-». Внешним моментам, изгибающим ось балки **выпуклостью вниз**, приписывают знак «+», а **выпуклостью вверх** – знак «-».

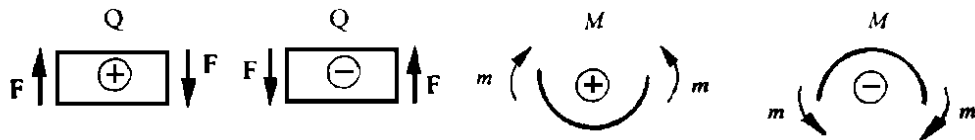
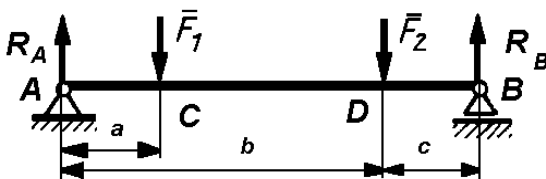


Рисунок 2.34 – Правило знаков

Примеры на применение правила знаков:



$$\rightarrow | Q_A = R_A;$$

$$\rightarrow | Q_C = R_A - F_1;$$

$$\rightarrow | Q_D = R_A - F_1 - F_2;$$

$$| \leftarrow Q_B = -R_B; | \leftarrow Q_D = -R_B + F_2; | \leftarrow Q_C = -R_B + F_2 + F_1;$$

$$\rightarrow | M_A = 0; \rightarrow | M_C = R_A \cdot a; \rightarrow | M_D = R_A \cdot b - F_1 \cdot (b - a);$$

$$| \leftarrow M_B = 0; | \leftarrow M_D = R_B \cdot c; | \leftarrow M_C = R_B \cdot (c + b - a) - F_2 \cdot (b - a)$$

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

2.5.2. Дифференциальная зависимость между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивность нагрузки. (Теорема Журавского)

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов существенно упрощается при использовании дифференциальных зависимостей между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью равномерно распределенной нагрузки (теорема Журавского):

Поперечная сила равна производной от изгибающего момента по длине балки:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q.$$

Интенсивность равномерно распределенной нагрузки равна производной от поперечной силы по длине балки:

$$\frac{dQ}{dz} = q.$$

Из выше указанного следует: если $M_x = \text{const}$, то $Q = 0$; если $Q = \text{const}$, то $q = 0$.

Поперечные силы и изгибающие моменты являются функциями абсцисс поперечных сечений балки. Ранее, применяя метод сечений, мы сначала составляли аналитические выражения этих функции, а затем по полученным уравнениям строили соответствующие графики, т. е. эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Для простейших примеров такой путь приводил к цели достаточно быстро. В более сложных случаях значительно целесообразнее строить эпюры, вычисляя значения Q_y и M_x только для сечений, совпадающих с границами участков, и лишь в отдельных случаях определяя некоторые промежуточные значения.

Ниже приводится ряд правил, используемых при таком способе построения эпюр (по характерным точкам). Одни из них являются следствиями из дифференциальных зависимостей между q , Q_y и M_x , другие вытекают непосредственно из метода сечений.

1. Если на некотором участке балки отсутствует распределенная нагрузка, то эпюра Q_y - прямая, параллельная оси абсцисс, т. е. $Q_y = \text{const}$.

Эпюра моментов на этом участке - наклонная прямая.

2. Если на некотором участке балки имеется равномерно распределенная нагрузка, то эпюра Q_y - наклонная прямая, а эпюра M_x - парабола (кривая второго порядка). Рассуждаем аналогично случаю 1: если производ-

ная (q) постоянна, функция (Q_y) линейна. Используя зависимость между Q_y и M_x заключаем, что если производная (Q_y) изменяется по линейному закону, то функция, дающая закон изменения M_x , квадратичная, т. е. имеет порядок на единицу выше.

3. Если на некотором участке:

а) $Q_y > 0$, то изгибающий момент возрастает (слева направо);

б) $Q_y < 0$, то изгибающий момент убывает;

в) $Q_y = 0$, то изгибающий момент постоянен (чистый изгиб)

4. Если поперечная сила, изменяясь непрерывно, например по линейному закону, проходит через нулевое значение, то в соответствующем сечении изгибающий момент имеет экстремальное (максимальное или минимальное) значение (равенство нулю первой производной является признаком экстремума функции). Касательная к эпюре M_x параллельна оси балки.

5. Под сосредоточенной силой на эпюре Q_y происходит скачкообразное изменение ординат - скачок, равный приложенной внешней силе, а на эпюре M_x - резкое изменение угла

6. В точках, соответствующих началу и концу участка, в пределах которого к балке приложена распределенная нагрузка, параболическая и прямолинейная части эпюры M_x сопрягаются плавно, если на границах указанного участка не приложено сосредоточенных сил.

7. Если распределенная нагрузка направлена вниз, то парабола, представляющая собой эпюру M_x обращена выпуклостью вверх, т. е. «навстречу» нагрузке.

8. В сечении на свободном или шарнирно опертom конце балки изгибающий момент равен нулю, если там не приложена сосредоточенная пара сил, а если она приложена - равен моменту этой пары. Поперечная сила в этом сечении равна внешней сосредоточенной силе (активной или реактивной).

9. Там, где к балке приложена сосредоточенная пара сил, на эпюре M_x получается скачкообразное изменение ординат - скачок, равный моменту этой пары. На эпюре Q_y это не отражается.

10. В сечении, совпадающем с заделкой, Q_y и M_x численно равны опорной реакции и реактивному моменту.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.5.3. Методика построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

Алгоритм решения задач:

1 Вычертить балку, указав величину и направление нагрузок (F , M), а также длины участков.

2 Изобразить оси координат y и z , направив z по оси балки, а ось y перпендикулярно ей.

3 Освободить балку от опор, заменив их опорными реакциями.

4 Составить два уравнения равновесия, выбрав в качестве центров моментов точки опор балки:

$$\sum M_A(F_n) = 0;$$

$$\sum M_B(F_n) = 0.$$

5 Составить проверочное уравнения равновесия относительно оси y :

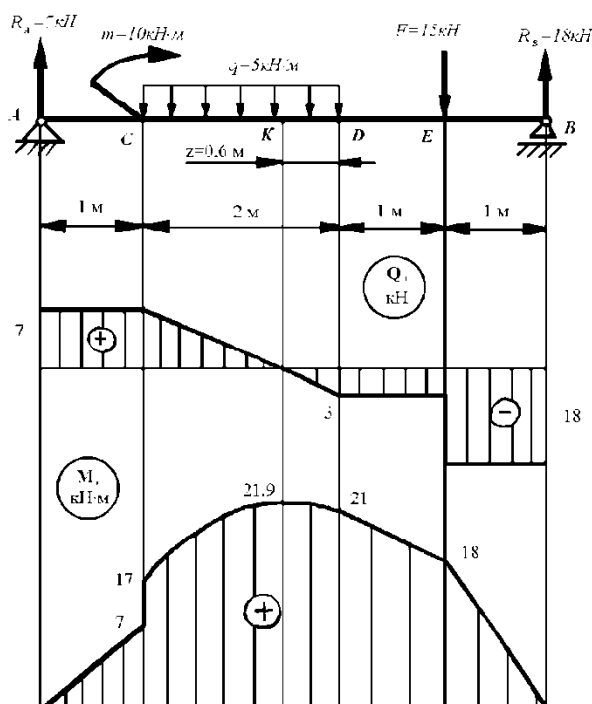
$$\sum y(F_n) = 0.$$

Если реакция опоры получается отрицательной, следует перечеркнуть предварительно выбранное направление и показать новое направление. Найденные значения реакций опор проставить на чертеже.

6 Определить величину изгибающих моментов в характерных сечениях балки, применяя метод сечений.

7 Построить эпюру изгибающих моментов. Если максимальный изгибающий момент получается со знаком минус, то знак минус опускаем, так как при расчете на прочность он не имеет значения.

Задача. Для балки, изображенной на рисунке построить эпюры Q и M .



Решение

1. Определяем реакции опор

$$\Sigma M_A = 0; \quad -R_B \cdot 5 + F \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 2 + m = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_B = 0; \quad R_A \cdot 5 + m - q \cdot 2 \cdot 3 - F \cdot 1 = 0 \quad (2)$$

$$\text{из (1)} \quad R_B = \frac{F \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 2 + m}{5}; \quad R_B = \frac{15 \cdot 4 + 5 \cdot 2 \cdot 2 + 10}{5} = 18 \text{ кН}$$

$$\text{из (2)} \quad R_A = \frac{-m + q \cdot 2 \cdot 3 + F \cdot 1}{5}; \quad R_A = \frac{-10 + 5 \cdot 2 \cdot 3 + 15 \cdot 1}{5} = 7 \text{ кН}$$

$$\text{Проверка: } \Sigma F_{iy} = 0; \quad R_A - q \cdot 2 - F + R_B = 0; \quad 7 - 5 \cdot 2 - 15 + 18 = 0$$

2 Построение эпюры Q : $\rightarrow \mid Q_A = R_A = 7 \text{ кН}; \rightarrow \mid Q_C = R_A = 7 \text{ кН};$

$$\rightarrow \mid Q_D = R_A - q \cdot 2; \quad Q_D = 7 - 5 \cdot 2 = -3 \text{ кН}; \mid \leftarrow Q_B = -R_B = -18 \text{ кН}; \mid \leftarrow Q_E = -R_B = -18 \text{ кН};$$

$$\mid \leftarrow Q'_E = -R_B + F; \quad Q'_E = -18 + 15 = -3 \text{ кН}$$

Определяем z , для этого составляем уравнение для поперечной силы в точке К:

$$\mid \leftarrow Q_K = -R_B + F + q \cdot z = 0. \text{ Решаем относительно } z: \quad z = \frac{-F + R_B}{q}; \quad z = \frac{-15 + 18}{5} = 0,6 \text{ м}$$

3. Построение эпюры M

$$\rightarrow \mid M_A = 0; \rightarrow \mid M_C = R_A \cdot 1; \quad M_C = 7 \cdot 1 = 7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\rightarrow \mid M'_C = R_A \cdot 1 + m; \quad M'_C = 7 \cdot 1 + 10 = 17 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\mid \leftarrow M_B = 0; \mid \leftarrow M_E = R_B \cdot 1; \quad M_E = 18 \cdot 1 = 18 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\mid \leftarrow M_K = R_B \cdot 2,6 - F \cdot 1,6 - q \cdot 0,6 \cdot 0,3; \quad M_K = 18 \cdot 2,6 - 15 \cdot 1,6 - 5 \cdot 0,6 \cdot 0,3 = 21,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\mid \leftarrow M_C = R_B \cdot 4 - F \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1; \quad M_C = 18 \cdot 4 - 15 \cdot 3 - 5 \cdot 2 \cdot 1 = 17 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Содержание	Контрольные вопросы	Обратная связь
----------------------------	-------------------------------------	--------------------------------

2.5.4. Чистый изгиб. Зависимость между изгибающим моментом и кривизной оси бруса. Нормальные напряжения

Если нагрузить балку так, что в точках С и D приложены одинаковые силы F (рисунок 2.35), то реакции опор $R_A = R_B = F$. А эпюра поперечных сил имеет вид: в точке А имеется «скачок» вверх на величину силы F , в точке С - «скачок» вниз на величину силы F , на участке СД поперечная сила $Q = 0$, в точке D - «скачок» вниз на величину силы F , в точке В - «скачок» вверх на величину силы F . эпюра изгибающих моментов в точках С и D:

$$\rightarrow | M_C = Fa ; | \leftarrow M_D = Fa .$$

На участке CD мы имеем чистый изгиб. При чистом изгибе в поперечных сечениях балки возникают только нормальные напряжения.

Рассмотрим участок балки, подверженный деформации чистого изгиба между поперечными сечениями АВ и CD (см. рисунок 2.36). Выделим элемент балки бесконечно малой длины dS .

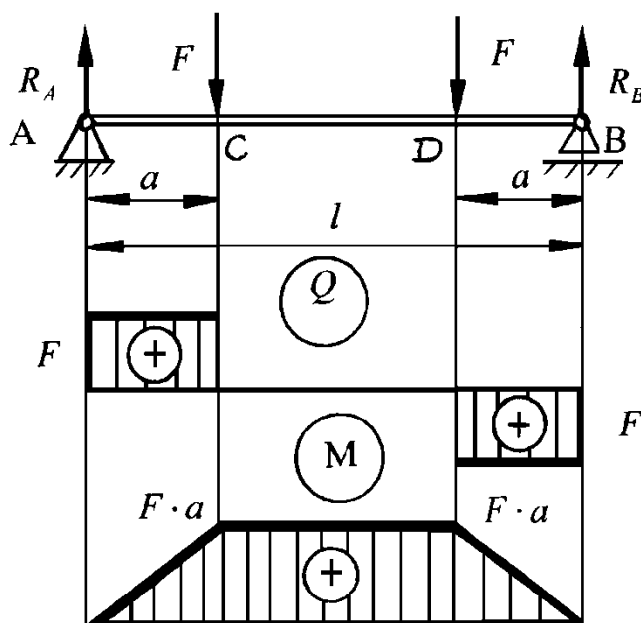


Рисунок 2.35 – Пример чистого изгиба

Осевые моменты инерции плоских сечений:

1) для круга d :

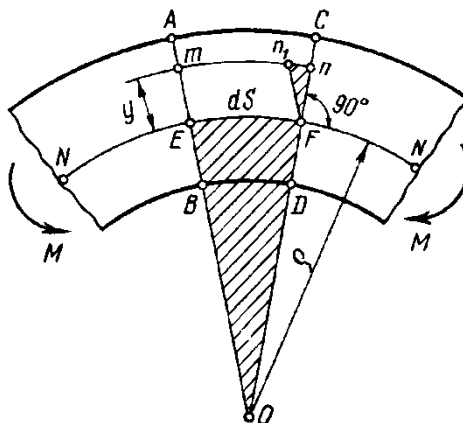
$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4 ;$$

2) для кольцевого сечения $D \times d$:

Осевые моменты сопротивления (моменты сопротивления изгибу):

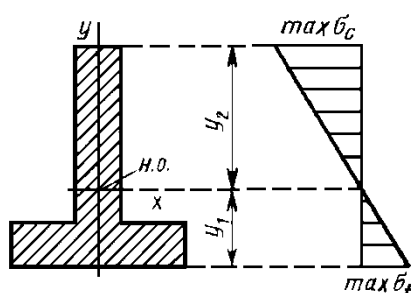
$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3 ;$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 d^3 (1 - c^4);$$

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}; \quad W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6}.$$


Для обеспечения максимальной прочности ось, относительно которой момент инерции максимален, должна быть нейтральной.

Т.к. вблизи Н.О. материал мало напряжен, то выгодно больше материала располагать дальше от Н.О. Поэтому в машиностроении редко применяют балки прямоугольного сечения, но весьма широко используют прокатные профильные балки, таврового (рисунок 2.37), двутаврового, швеллерного (рисунок 2.38), углового сечений.



169

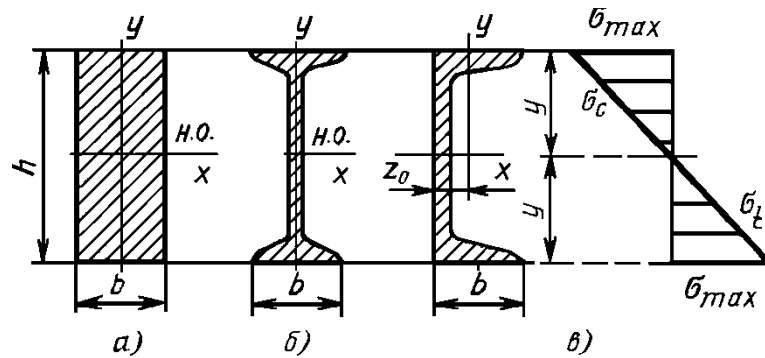


Рисунок 2.38 – Профильные сечения балок

Радиус кривизны нейтрального слоя обозначим ρ (см. рисунок 2.35). Рассмотрим слой волокон mn , находящийся на расстоянии y от нейтрального слоя NN . Это волокно в результате деформации изгиба удлинилось на величину nn_1 . Ввиду малости расстояния dS , заштрихованные треугольники будем считать прямолинейными. Эти треугольники подобны, так как $mo \parallel n_1F$ следовательно: $\frac{nn_1}{dS} = \frac{y}{\rho}$,

где $\frac{nn_1}{dS} = \varepsilon$ – относительное удлинение рассматриваемого слоя. Тогда $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$. Используя закон Гука при растяжении и сжатии: $\sigma = E\varepsilon$, получим

$$\sigma = \frac{E y}{\rho}, \quad (1)$$

т.е. **напряжения при изгибе распределены по высоте сечения неравномерно: максимальные напряжения возникают в волокнах, наиболее удаленных от нейтральной оси, а по ширине сечения они не меняются** (рисунок 2.39).

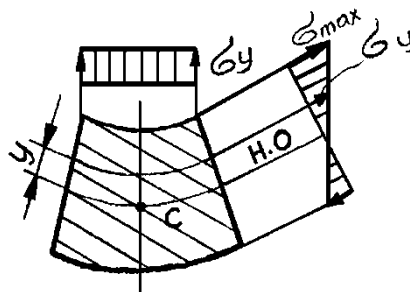


Рисунок 2.39 – Распределение напряжений при изгибе

Формула Гука при изгибе:

$$M = \frac{E J_x}{\rho} \text{ или } \frac{1}{\rho} = \frac{M}{E J_x},$$

согласно которой *кривизна нейтрального слоя балки* $\frac{1}{\rho}$ прямо пропорциональна *изгибающему моменту* и обратно пропорциональна *жесткости сечения при изгибе* EJ_x .

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

2.5.5. Условие прочности при изгибе. Расчет на прочность при изгибе

Балки рассчитывают по наибольшим нормальным напряжениям, возникающим в поперечных сечениях. При поперечном изгибе балок наряду с нормальными, как известно, возникают касательные напряжения, но они в подавляющем большинстве случаев невелики и при расчетах на прочность не учитываются.

Если материал балки хрупкий (чугун, текстолит) то расчет на прочность при изгибе проводят по напряжениям растяжения и сжатия. У хрупких материалов предел прочности при сжатии выше предела прочности при растяжении $\sigma_{u,c} > \sigma_{u,t}$, поэтому поперечным сечениям балок из хрупкого материала целесообразно придавать форму, асимметричную относительно нейтральной оси, и располагать балку так, чтобы усиленная часть сечения находилась на растянутой зоне (рисунок 2.36). При расчетах балок *из хрупких материалов* используют *два условия прочности*:

1) для растянутой зоны

$$\sigma_{t,\max} = \frac{M_{\max}}{J_x} y_1 \leq \sigma_{t,adm};$$

2) для сжатой зоны

$$\sigma_{c,\max} = \frac{M_{\max}}{J_x} y_2 \leq \sigma_{c,adm}$$

Причем наилучшее использование материала происходит при форме сечения, удовлетворяющего условию: $\frac{y_1}{y_2} = \frac{\sigma_{t,adm}}{\sigma_{c,adm}}$.

При расчете балок из пластичных материалов (низкоуглеродистая сталь, цветные металлы) допускаемые напряжения растяжения и сжатия берутся одинаковыми: $\sigma_{t,adm} = \sigma_{c,adm} = \sigma_{adm}$. Поэтому для таких балок целесообразными являются сечения симметричные относительно нейтральной оси (рисунок 2.36). В этом случае наиболее удаленные точки в растянутой и сжатой зонах сечения располагаются на одинаковом расстоянии: $y = h/2$ от нейтральной оси и, следовательно:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{J_x} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M_{\max}}{J_x / (h/2)} = \frac{M_{\max}}{W_x},$$

где $W_x = \frac{J_x}{h/2}$ - момент сопротивления сечения при изгибе (или осевой момент сопротивления), измеряется в м^3 .

Условие прочности балки из пластичного материала:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}.$$

По условию прочности при изгибе выполняют три вида расчета:

1) проверочный

2) проектный

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm}$$

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{adm}}$$

3) определение допускаемой нагрузки $M_{adm} \leq W_x \sigma_{adm}$.

Задача

Для заданной балки построить эпюры изгибающих моментов.

Для опасного сечения определить, из расчета на прочность, требуемый момент сопротивления поперечного сечения балки, принимая допускаемое напряжение $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Подобрать по таблицам ГОСТ 8239-89 и ГОСТ 8240-97 соответствующие требуемому моменту сопротивления номера профилей прокатной стали в двух вариантах: а) балка двутавровая; б) балка состоит из двух швеллеров.

Найти отношение массы балки, состоящей из двух швеллеров к массе двутавровой балки.

Дано: $F_1 = 10 \text{ кН}$, $F_2 = 15 \text{ кН}$, $M = 35 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $l_1 = 0,2 \text{ м}$, $l_2 = 1,8 \text{ м}$, $l_3 = 0,4 \text{ м}$.

Решение:

1. Изображаем балку со всеми нагрузками.
2. Показываем направление осей y и z .
3. Опоры А и В заменяем реакциями опор R_A и R_B , предварительно направив их вверх.
4. Составляем уравнения равновесия и определяем величину реакции опор.

$$\Sigma M_A(F_n) = 0: \quad F_1 \cdot 0,2 + F_2 \cdot (0,2 + 1,8) - M - R_B \cdot (0,2 + 1,8 + 0,4) = 0;$$

$$\Sigma M_B(F_n) = 0: \quad -M - F_2 \cdot 0,4 - F_1 \cdot (0,4 + 1,8) + R_A \cdot (0,4 + 1,8 + 0,2) = 0.$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 0,2 + F_2 \cdot (0,2 + 1,8) - M}{0,2 + 1,8 + 0,4} = \frac{10 \cdot 0,2 + 15 \cdot (0,2 + 1,8) - 35}{0,2 + 1,8 + 0,4} = \frac{-3}{2,4} = -1,25 \text{ кН};$$

$$R_A = \frac{M + F_2 \cdot 0,4 + F_1 \cdot (0,4 + 1,8)}{0,4 + 1,8 + 0,2} = \frac{35 + 15 \cdot 0,4 + 10 \cdot (0,4 + 1,8)}{0,4 + 1,8 + 0,2} = \frac{63}{2,4} = 26,25 \text{ кН}.$$

5. Составляем проверочное уравнение:

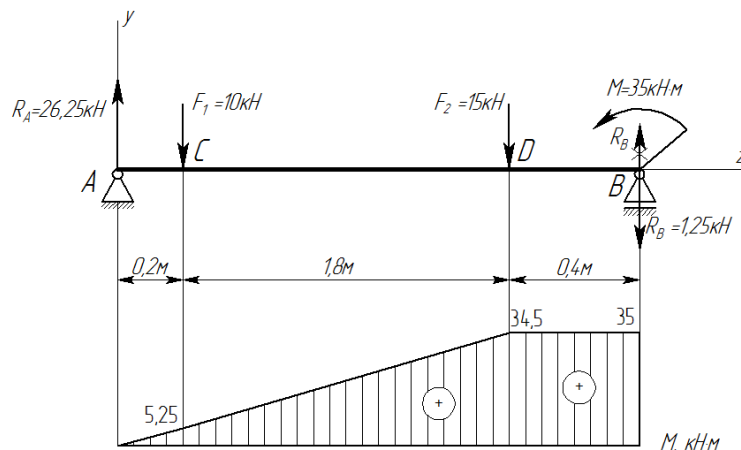
$$\Sigma Y(F_n) = 0: \quad R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0$$

$$26,25 - 10 - 15 - 1,25 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Реакции опор определены верно. Реакция R_B получилась отрицательной, то есть направлена не вверх, а вниз, что и показываем на чертеже, перечеркивая

предварительно выбранное направление. Найденные значения R_A и R_B представляем на чертеже.



6. Применяя метод сечений, определяем величину изгибающего момента в характерных сечениях балки:

$$\rightarrow |M_C = R_A \cdot 0,2 = 26,25 \cdot 0,2 = 5,25 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\rightarrow |M_D = R_A \cdot (0,2 + 1,8) - F_1 \cdot 1,8 = 26,25 \cdot (0,2 + 1,8) - 10 \cdot 1,8 = 34,5 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\begin{aligned} \rightarrow |M_B &= R_A \cdot (0,2 + 1,8 + 0,4) - F_1 \cdot (1,8 + 0,4) - F_2 \cdot 0,4 = \\ &= 26,25 \cdot (0,2 + 1,8 + 0,4) - 10 \cdot (1,8 + 0,4) - 15 \cdot 0,4 = 35 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Строим эпюру изгибающих моментов.

7. Из условия прочности балки при изгибе определяем размеры ее поперечного сечения. Расчет ведем для опасного сечения В, где $M_{\max} = 35 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Требуемый момент сопротивления сечения

$$W_x \geq \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]} = \frac{35 \cdot 10^6}{160} = 218,75 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 218,75 \text{ см}^3.$$

8. Подбираем сечение балки в двух вариантах:

а) двутавр. По таблице сортамента ГОСТ 8239-89 принимаем двутавр №22, для которого $W_x = 232 \text{ см}^3$, $A = 30,6 \text{ см}^2$.

б) швеллер. Требуемый момент сопротивления швеллера, т.к. швеллера два:

$$W_{x1} = \frac{W_x}{2} = \frac{218,75}{2} = 109,375 \text{ см}^3$$

По таблице сортамента ГОСТ 8240-97 принимаем два швеллера №18, для которых $W_x = 121 \text{ см}^3$, $A = 20,7 \text{ см}^2$.

9. Находим отношение масс балок

$$\frac{m_{2l}}{m_l} = \frac{2A_l}{A_l} = \frac{2 \cdot 20,7}{30,6} = 1,35.$$

Следовательно, экономичнее двутавровая балка.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.5.6. Понятия о касательных напряжения. Формула Журавского

В поперечных сечениях балок, как было установлено выше, при чистом изгибе возникают только нормальные, а при поперечном, изгибе - как нормальные, так и касательные напряжения.

Из закона парности касательных напряжений следует, что в продольных сечениях балки, параллельных нейтральному слою, также возникают касательные напряжения (рисунок 2.40). Для данной точки балки касательное напряжение τ_{zy} , возникающее на площадке поперечного сечения, равно касательному напряжению τ_{yz} , возникающему на площадке продольного сечения, проведенного через ту же точку.

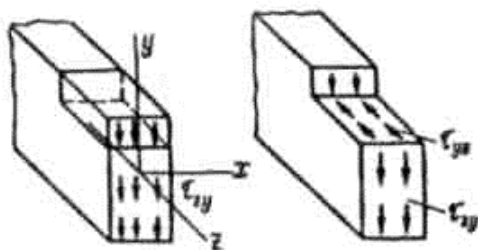


Рисунок 2.40- Напряжения в балке

Наличие касательных напряжений в продольных сечениях балок подтверждается также и результатами следующего опыта. Представим себе две одинаково нагруженные двухопорные балки (рисунок 2.41), одна из которых состоит из ряда отдельных положенных друг на друга и ничем не скрепленных брусьев. Каждый из этих брусьев деформируется независимо от других (влияние сил трения между брусьями не учитываем), имея собственный нейтральный слой. В результате деформации отдельные брусья, составляющие балку, взаимно сдвинутся. В целой балке взаимного сдвига ее продольных слоев не происходит; это и указывает на наличие в продольных плоскостях касательных напряжений, препятствующих этим сдвигам. Попутно заметим, что прогибы целой балки будут значительно меньше, чем балки, состоящей из отдельных брусьев.

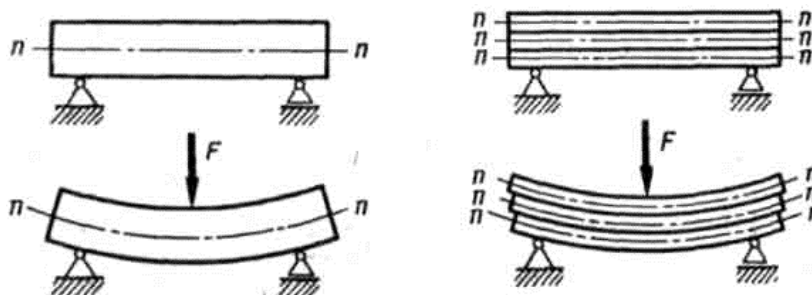


Рисунок 2.41- демонстрация опыта

Касательное напряжение в произвольной точке поперечного сечения бруса ($\tau = \tau_{zy}$) при прямом поперечном изгибе определяется по формуле

$$\tau = \tau_{zy} = \tau_{yz} = Q_y S_{x\omega} / (J_x b).$$

Здесь Q_y - поперечная сила, возникающая в рассматриваемом поперечном сечении бруса; $S_{x\omega}$ - статический момент относительно нейтральной оси поперечного сечения его части, расположенной по одну сторону от прямой, проведенной через исследуемую точку параллельно нейтральной оси; J_x - момент инерции всего поперечного сечения относительно его нейтральной оси; b - ширина поперечного сечения — размер в направлении, параллельном нейтральной оси (при переменной ширине сечения значение b надо брать на уровне исследуемой точки).

Эту зависимость называют формулой Журавского.

В балке прямоугольного сечения максимальные касательные напряжения возникают в тех точках, где нормальные напряжения равны нулю (на нейтральной оси), и, наоборот, в крайних точках сечения, где нормальные напряжения максимальны, касательные напряжения равны нулю. Сказанное справедливо также для балок круглого сечения.

Результат, полученный для балки прямоугольного сечения, можно использовать для вычисления касательных напряжений в стенке двутавровой балки. Не останавливаясь на доказательствах, укажем, что в полках двутавровых балок возникают горизонтально направленные касательные напряжения τ_{zx} , а вертикальные τ_{zy} близки к нулю, при этом для вычисления последних формула Журавского неприменима. На рисунке 2.42 показано направление касательных напряжений в полке и стенках двутаврового профиля и дана эпюра τ в стенке.

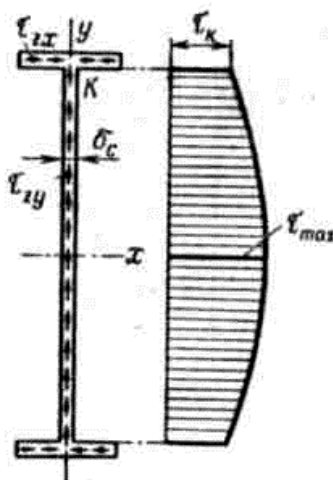


Рисунок 2.42- Напряжения в двутавровой балке

Напряжения в верхней (нижней) точке стенки найдем, подставляя в

формулу $\tau = \tau_{zy} = \tau_{yz} = Q_y S_{x0} / (J_x b)$ статический момент площади полки S_{xII} относительно нейтральной оси и принимая ширину сечения равной толщине стенки: $\tau_K = Q_y S_{xII} / (J_x \delta_c)$.

Максимальное касательное напряжение (возникает в точках нейтральной оси) найдем из выражения $\tau_{\max} = Q_y S_{xI/2сеч} / (J_x \delta_c)$,

где $S_{xI/2сеч}$ - статический момент полусечения относительно нейтральной оси.

В прокатной или сварной двутавровой балке, имеющей сравнительно большую высоту, касательные напряжения могут быть значительны при условии, что балка нагружена большими сосредоточенными силами и длина ее невелика или эти силы приложены близко к опорам. В этом случае помимо основного расчета на прочность по нормальным напряжениям следует проверить максимальные касательные напряжения в том сечении, где поперечная сила имеет наибольшее значение. Обычно принимают (для стальных балок) $[\tau] = 0,6[\sigma]$.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.5.7. Условие жесткости и расчеты на жесткость при изгибе

Работающие на изгиб элементы строительных и машиностроительных конструкций во многих случаях должны быть рассчитаны не только на прочность, но и на жесткость. При этом зачастую оказывается, что требуемые размеры поперечного сечения бруса (балки), определенные из расчета на жесткость, получаются большими, чем требуемые по условию прочности.

В большинстве случаев условие жесткости выражается неравенством

$$f \leq [f],$$

т. е. максимальный прогиб (стрела прогиба f) не должен превышать допускаемого $[f]$. Значение допускаемого прогиба зависит от назначения и условий работы рассчитываемой конструкции и колеблется в широких пределах. Обычно допускаемую стрелу прогиба указывают в долях пролета (межопорного расстояния l) балки.

Для обеспечения нормальной работы подшипников скольжения и роликовых подшипников качения иногда ставится дополнительное условие жесткости — ограничение угла поворота опорных сечений:

$$\theta_{on \max} \leq [\theta].$$

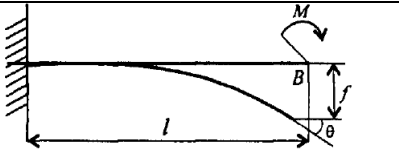
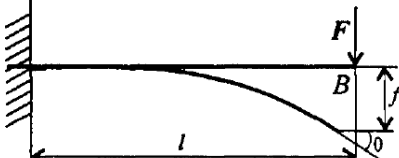
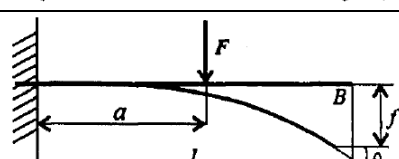
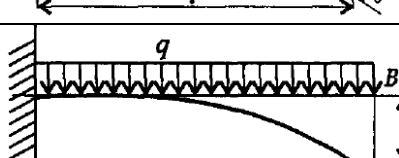
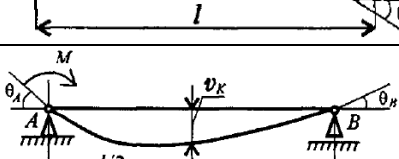
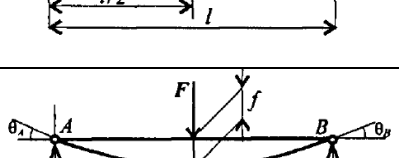
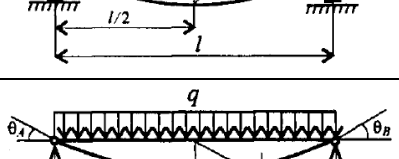
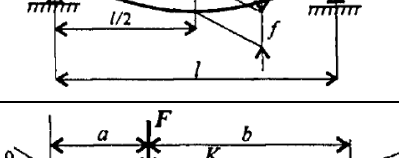
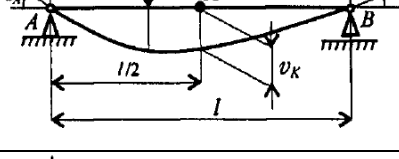
При этом допускаемый угол поворота составляет в среднем 0,001 рад.

В тех случаях, когда конструктивные и технологические требования не накладывают особых ограничений на форму поперечных сечений проектируемого элемента конструкции, следует применять такие сечения, которые обеспечивали бы возможно большую жесткость при наименьшем расходе материала. Жесткость балки прямо пропорциональна моменту инерции J_x ее поперечного сечения относительно нейтральной оси, а расход материала (масса балки) прямо пропорционален площади сечения A .

Для оценки рациональности формы поперечного сечения балки, размеры которой определяются из расчета на жесткость, удобна безразмерная характеристика $j = J / A^2$.

Для ускорения и упрощения расчетов на жесткость в таблице 1 приведены значения прогибов и углов поворота сечений для некоторых часто встречающихся балок.

Таблица 1- Формулы для определения прогибов и углов поворота сечений балок

Схема нагружения балки	Максимальный прогиб/или прогиб указанного на схеме сечения v_K	Угол поворота θ указанного на схеме сечения
	$f = \frac{Ml^2}{2EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Ml}{EJ_x}$
	$f = \frac{Fl^3}{3EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Fl^2}{2EJ_x}$
	$f = \frac{Fa^2}{2EJ_x} \left(l - \frac{a}{3} \right)$	$\theta_B = \frac{Fa^2}{2EJ_x}$
	$f = \frac{ql^4}{8EJ_x}$	$\theta_B = \frac{ql^3}{6EJ_x}$
	$v_K = \frac{Ml^2}{16EJ_x}$	$\theta_A = \frac{Ml}{3EJ_x}$ $\theta_B = \frac{Ml}{6EJ_x}$
	$f = \frac{Fl^3}{48EJ_x}$	$\theta_A = \theta_B = \frac{Fl^2}{16EJ_x}$
	$f = \frac{5ql^4}{384EJ_x}$	$\theta_A = \theta_B = \frac{ql^3}{24EJ_x}$
	$v_K = \frac{Fa}{48EJ_x} \times$ $\times (3l^2 - 4a^2)$	$\theta_A = \frac{Fab(l+b)}{6EJ_x l}$ $\theta_B = \frac{Fab(l+a)}{6EJ_x l}$
	$v_K = \frac{5ql^4}{768EJ_x}$	$\theta_A = \frac{3ql^3}{128EJ_x}$ $\theta_B = \frac{7ql^3}{348EJ_x}$

Задача

Проверить жесткость двутавровой балки. Принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $[f] = \frac{1}{2}l$.

Сечение балки — двутавр № 45.

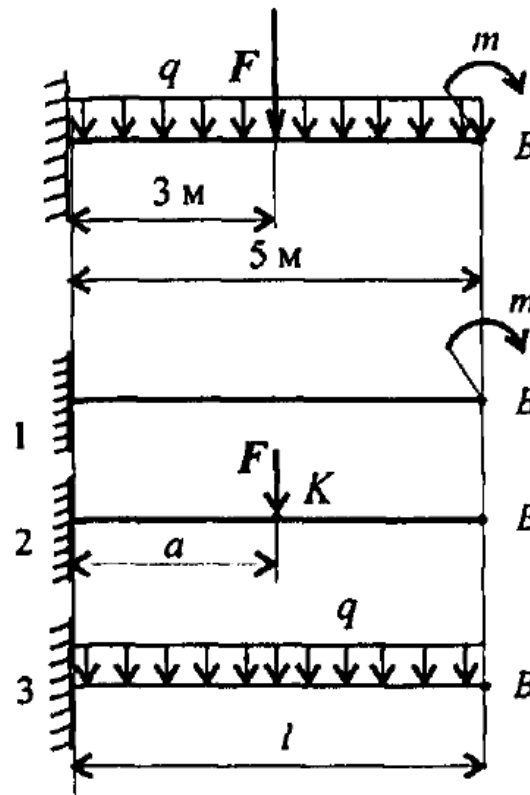


Рисунок 2.43- Проверка на жесткость двутавровой балки

Решение

Используем принцип независимости действия сил. По приведенным в таблице формулам рассчитываем прогиб балки в точке от каждого вида нагружения отдельно (рисунок 2.42 (1, 2, 3)).

Поскольку все действующие нагрузки прогибают балку вниз, результаты действия нагрузок можно сложить. Полученный суммарный прогиб сравним с допускаемым прогибом.

Допускаемый прогиб

$$[f] = \frac{5000}{200} = 25 \text{ мм}$$

Суммарный прогиб

$$f_{\Sigma} = f_{1B} + f_{2B} + f_{3B};$$

$$f_{\Sigma} = \frac{Ml^2}{2EJ_x} + \frac{Fa^2(l - a/3)}{2EJ_x} + \frac{ql^4}{8EJ_x}.$$

Исходные данные:

$m = 12 \text{ кНм} = 1 \cdot 10^6 \text{ Нм}; a = 3 \text{ м} = 3 \cdot 10^3 \text{ мм};$

$F = 40 \text{ кН} = 40 \cdot 10^3 \text{ Н};$

$q = 4 \text{ кН/м} = 4 \text{ Н/мм}; l = 5 \text{ м} = 5 \cdot 10^3 \text{ мм}.$

Для двутавра № 45 ГОСТ 8239-89 $J_x = 27696 \text{ см}^4 \approx 27,7 \cdot 10^7 \text{ мм}^4.$

Тогда

$$f_{1B} = \frac{12 \cdot 10^6 \cdot 5^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 27,7 \cdot 10^7} = 2,7 \text{ мм};$$

$$f_{2B} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 3^2 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 27,7 \cdot 10^7} \cdot \left(5 - \frac{3}{3}\right) = 12,99 \text{ мм};$$

$$f_{3B} = \frac{4 \cdot 5^4 \cdot 10^{12}}{8 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 27,7 \cdot 10^7} = 5,64 \text{ мм};$$

$$f_{\Sigma} = 2,7 + 12,99 + 5,64 = 21,33 \text{ мм}.$$

$21,33 < 25$ — условие жесткости выполняется. Максимальный прогиб не превышает допустимого значения.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.6. Растяжение (сжатие) и изгиб бруса большой жесткости

2.6.1. Совместное действие изгиба и растяжения (сжатия) бруса большой жесткости

Рассмотрим сочетание пространственного изгиба и растяжения (или сжатия) прямого бруса (рисунок 2.44, а). Если в числе действующих на брус нагрузок есть силы, направления которых не совпадают ни с одной из главных центральных осей, их следует разложить на составляющие по этим осям, т. е. привести схему нагружения к аналогичной схеме, представленной на рисунке 2.44, б.

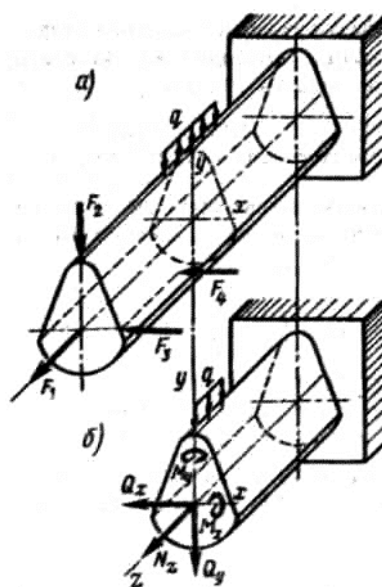


Рисунок 2.44- Сочетание изгиба и растяжения прямого бруса.

В произвольном поперечном сечении бруса возникают пять внутренних силовых факторов (рисунок 2.44, б): продольная сила $N_z(N)$; поперечные силы Q_x и Q_y ; изгибающие моменты M_x и M_y . В частных случаях некоторые из указанных величин могут быть равны нулю. Например, если равны нулю поперечная сила Q_x и изгибающий момент M_y будет сочетание прямого изгиба в главной плоскости zOy с растяжением или сжатием. Влияние поперечных сил учитывать не будем.

Для определения положения опасного поперечного сечения следует построить эпюры N_z , M_x и M_y ; при этом может оказаться, что эти внутренние силовые факторы достигают своих наибольших значений не в одном и том же сечении. Следовательно, и расчет на прочность придется выполнять для двух, а иногда и большего числа предположительно опасных сечений.

Линейные перемещения определяют путем геометрического суммирования перемещений в трех взаимно перпендикулярных направлениях - вдоль осей x, y, z .

Применение принципа независимости сил при определении перемещений (а также внутренних силовых факторов и, следовательно, напряжений) допустимо лишь при условии, что, рассчитываемый брус обладает достаточно большой жесткостью. Для бруса малой жесткости было бы ошибочным определять прогибы только от нагрузки q , не учитывая влияния сжимающей силы F . Точно также, определяя изгибающий момент в каком-либо сечении, например в заделке, следует учесть, что в результате деформации бруса сила F кроме сжатия вызывает и изгиб - дает в заделке изгибающий момент, равный Ff , который суммируется с моментом от нагрузки q .

Будем считать, что рассчитываемый брус всегда имеет настолько большую жесткость что, можно не учитывать изменений, происходящих в расположении сил при его деформировании (так называемый принцип начальных размеров), и вести расчет на основе принципа независимости действия сил.

При нагружении бруса внеценренно приложенной силой, параллельной его продольной оси (рисунок 2.45, а), также получается сочетание изгиба с растяжением или сжатием (в зависимости от направления силы). Применив метод сечений, легко установить, что в любом поперечном сечении бруса возникают три внутренних силовых фактора (рисунок 2.45, б):

$$N_z = F ; M_x = Fy_F ; M_y = Fx_F$$

где y_F и x_F - координаты полюса (точки, приложения силы) в системе главных центральных осей.

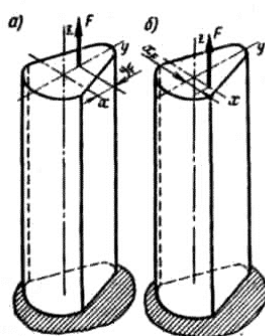


Рисунок 2.45- Нагружении бруса внеценренно приложенной силой

Таким образом, в общем случае внецентренного растяжения (сжатия) получается сочетание чистого косоого изгиба с центральным растяжением или сжатием.

Чистый косоой изгиб, в свою очередь, сводится к двум частым прямым

изгибам во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Конечно, определение каждого из изгибающих моментов как произведения силы на соответствующую координату полюса допустимо лишь при условии достаточно большой жесткости бруса, позволяющей пренебрегать изменениями расстояний от силы до главных осей какого-либо сечения, вызванными деформацией бруса.

В отличие от схемы нагружения на рисунке 2.44, а при внецентренном растяжении (сжатии) значения внутренних силовых факторов не зависят от положения поперечного сечения по длине бруса. Они одинаковы во всех поперечных сечениях (силу тяжести бруса не учитываем). Это обстоятельство упрощает расчет на прочность, так как вопрос об определении опасного сечения отпадает - здесь все сечения равноопасны.

В частных случаях, когда полюс находится не одной из главных центральных осей сечения (рисунок 2.46, а, б), получается сочетание чистого прямого изгиба с растяжением или сжатием. По схеме, данной на рисунке 2.46, а, - чистый изгиб относительно оси x и растяжение, а на рисунке 2.46, б - чистый изгиб относительно оси y и также растяжение.

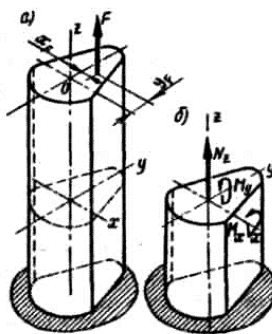


Рисунок 2.46- Сочетание чистого прямого изгиба с растяжением или сжатием

Изгиб бруса будет прямым (независимо от положения полюса) также в случаях, когда форма поперечного сечения такова, что все его центральные оси - главные (круг, кольцо и т. п.).

Нормальные напряжения, возникающие в поперечном сечении бруса, нагруженного, как показано на рисунках 1 или 2, можно на основе принципа независимости действия сил рассматривать как результат наложения трех систем напряжений: определяемых его растяжением или сжатием (σ_{N_z}), напряжений от прямого изгиба в главной плоскости zOy (σ_{M_x}), то же, прямого изгиба в главной плоскости zOx (σ_{M_y}).

Эпюры нормальных напряжений σ_{N_z} , σ_{M_x} , σ_{M_y} изображены на рисунке

2.47. Напряжения σ_{N_z} распределены по сечению равномерно, и соответствующая эпюра может быть расположена произвольно, но удобнее, когда ось этой, эпюры параллельна одной из главных центральных осей сечения, как показано на рисунке 2.47. Знаки на эпюрах поставлены в соответствии с направлениями внутренних силовых факторов, показанных на рисунках 2.45,б и 2.46, б.

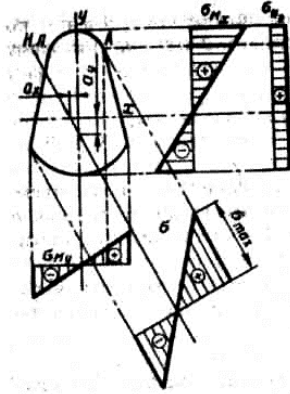


Рисунок 2.47- Эпюры нормальных напряжений

Нормальное напряжение в произвольной точке поперечного сечения определяется как алгебраическая сумма трех указанных напряжений:

$$\sigma = \sigma_{N_z} + \sigma_{M_x} + \sigma_{M_y} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x$$

Каждое из слагаемых должно быть подставлено в эту формулу со своим знаком, определяемым по соответствующим эпюрам нормальных напряжений или, что то же самое, по характеру деформации бруса.

Для бруса из пластичного материала опасной будет точка, наиболее удаленная от нейтральной линии и условие прочности запишется в виде

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_A + \frac{M_y}{J_y} x_A \leq [\sigma]$$

Для брусев из хрупкого или хрупкопластичного материала в случаях $|\sigma_{c \max}| > |\sigma_{p \max}|$ приходится вести расчет для двух точек. Условия, прочности:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{p \max} = \sigma_B = -\frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_B + \frac{M_y}{J_y} x_B &\leq [\sigma_p]; \\ |\sigma_{c \max}| = |\sigma_A| = \left| -\frac{N_z}{A} - \frac{M_x}{J_x} y_A - \frac{M_y}{J_y} x_A \right| &\leq [\sigma_c]. \end{aligned} \right\}$$

Для бруса из материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию, условия прочности записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{p \max} = \sigma_B = -\frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} &\leq [\sigma_p]; \\ |\sigma_{c \max}| = |\sigma_A| = \left| -\frac{N_z}{A} - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \right| &\leq [\sigma_c]. \end{aligned} \right\}$$

Деформированное состояние, являющееся сочетанием плоского изгиба с растяжением или сжатием, образуется при нагружении бруса силами, действующими в главной плоскости, но не перпендикулярно к его оси. Например, при нагружении бруса силой \bar{F} (рисунок 2.48) ее можно разложить на две составляющие: \bar{F}_z и \bar{F}_y .

Осевая составляющая \bar{F}_z растягивает брус, поперечная составляющая \bar{F}_y его изгибает.

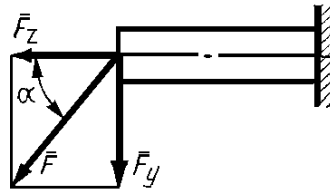


Рисунок 2.48

Брус может быть нагружен поперечными и осевыми силами так, как показано на рисунке 2.49. В этом случае поперечные нагрузки \bar{F}_1 и \bar{F}_2 изгибают брус, а осевая \bar{F}_3 - сжимает.



Рисунок 2.49

Считая, что брусья обладают большой жесткостью на изгиб, согласно принципу независимости действия сил можно утверждать, что в любом сечении от действия осевых нагрузок возникают напряжения растяжения или

сжатия: $\sigma_N = \frac{N}{A}$, а от действия поперечных нагрузок появляются напряжения изгиба: $\sigma_M = \frac{M}{J_x} y$.

Таким образом, суммарные напряжения в любом сечении бруса определяют алгебраическим сложением напряжений σ_N и σ_M , т.е.

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{J_x} y \quad (1)$$

При расчетах на прочность исходят из наибольших напряжений, возникающих в сжатом сечении. В частности, если сечение бруса симметрично

относительно нейтральной оси, то

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_x} \quad (2)$$

При определении напряжений по формулам (1) и (2) значения напряжений следует подставлять с их знаками.

Задача

Стальной брус квадратного поперечного сечения нагружен, как показано на рисунке 2.50. Проверить прочность бруса при $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

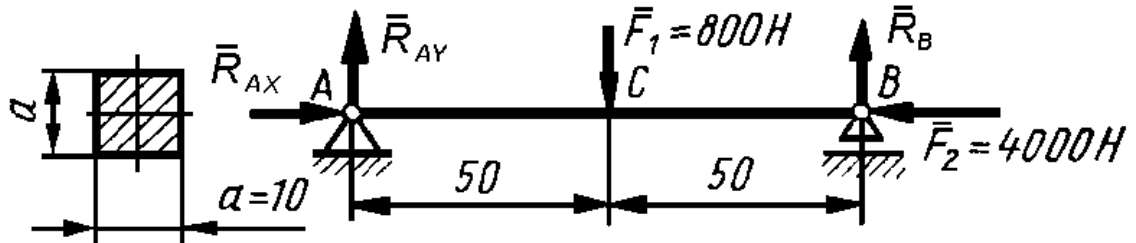


Рисунок 2.50- Расчетная схема

Решение:

1. Находим реакции опор балки. Горизонтальная составляющая реакции неподвижного шарнира $R_A = F_2 = 4000$ Н, вертикальные реакции опор $R_{AY} = R_B = 400$ Н.

2. Продольная сила в любом сечении бруса $N = R_A = -4000$ Н (осевая нагрузка \bar{F}_2 сжимает брус); площадь поперечного сечения $A = a^2 = 100$ мм²; изгибающий момент достигает наибольшего значения в сечении C (под силой \bar{F}_1), и его значение $M = R_{AY} \cdot AC = 400 \cdot 50 = 2 \cdot 10^4$ Н-мм.

Момент сопротивления бруса при изгибе $W_x = \frac{a^3}{6} = \frac{10^3}{6} = \frac{500}{3}$ мм³.

3. Подставляя найденные в п. 2 значения величин в формулу (2), находим максимальные напряжения в опасном сечении бруса, расположенном в центре пролета:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_x} = -\frac{4000}{100} \pm \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 3}{500} = -40 \pm 120$$

Для большей наглядности последующих действий построим эпюры нормальных напряжений, возникающих в опасном сечении (рисунок 2.51).

На рисунке 2.51, а изображена эпюра $\sigma_N = \frac{N}{A}$, из которой видно, что напряжения сжатия ($\sigma_N < 0$) по сечению распределены равномерно; на рисунке

2.51, б изображена эпюра $\sigma_M = \frac{M}{W_x}$, показывающая, что верхняя часть сечения лежит в зоне сжатия, а нижняя — в зоне растяжения. При этом наибольшие напряжения растяжения возникают в нижних крайних точках сечения:

$\sigma_{p\max} = |-40 + 120| = 80 \text{ Н/мм}^2 = 80 \text{ МПа}$, а наибольшие напряжения сжатия возникают в верхних крайних точках сечения:

$\sigma_{c\max} = |-40 - 120| = 160 \text{ Н/мм}^2 = 160 \text{ МПа}$.

Таким образом, прочность бруса достаточна: наибольшее по абсолютному значению напряжение в опасном сечении не превышает $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$.

Эпюра суммарных напряжений построена на рисунке 2.51, в. Заметим, что нейтральная ось в сечении бруса не совпадает с центральной осью инерции.

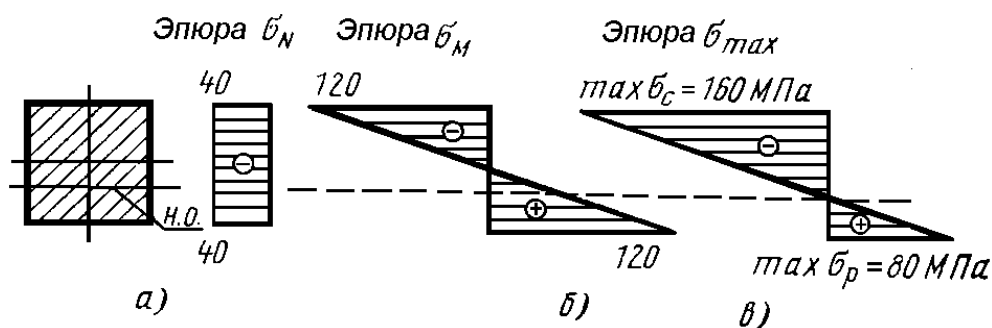


Рисунок 2.51- Эпюры

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.7. Изгиб с кручением; кручение с растяжением (сжатие)

2.7.1. Теории прочности

Напряженное состояние в точке тела определяется совокупностью нормальных и касательных напряжений, возникающих в любом сечении, проведенном через эту точку.

Наглядной моделью, характеризующей напряженное состояние в точке, служит вырезанный из тела элемент в виде прямоугольного параллелепипеда с исследуемой точкой внутри. При уменьшении размеров параллелепипеда он стягивается в точку, и можно считать, что любая из граней параллелепипеда проходит через данную точку.

В общем случае на трех любых взаимно перпендикулярных гранях элемента возникают различные полные напряжения p , которые можно разложить на три составляющие (рисунок 2.52): одну, направленную по нормали к площадке, и две, лежащие в ее плоскости. Индексы нормальных напряжений σ соответствуют осям, перпендикулярным к данным площадкам, а касательные напряжения τ имеют два индекса — первый соответствует оси, перпендикулярной к площадке, а второй — оси, вдоль которой направлен вектор данной касательной составляющей.

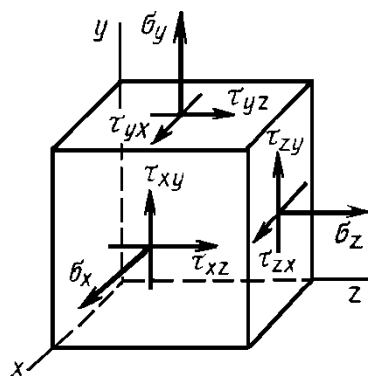


Рисунок 2.52 – Напряженное тело

Таким образом, напряженное состояние в точке тела в общем случае характеризуется девятью компонентами. Такие же девять составляющих напряжений, но противоположно направленные, возникают на трех невидимых гранях элемента (для упрощения на рисунке не показаны). В соответствии с законом парности касательных напряжений, вытекающим из условия равновесия выделенного элемента, имеем: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$; $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, т. е. **на двух взаимно перпендикулярных площадках составляющие касательные напряжения, перпендикулярные к общему ребру, равны и направлены обе либо к ребру, либо от ребра.**

Следовательно, из девяти компонентов независимы друг от друга лишь

шесть. И если эти независимые друг от друга напряжения заданы, то можно определить напряжения в любой другой плоскости, проходящей через данную точку. Поэтому три взаимно перпендикулярные грани выделенного элемента иначе называют исходными площадками. Таким образом, **напряженное состояние в точке известно, если определены напряжения на трех взаимно перпендикулярных площадках, проходящих через эту точку.**

Оказывается, что через заданную точку напряженного тела всегда возможно провести три взаимно перпендикулярные плоскости, в которых **касательные напряжения равны нулю**, а возникают только нормальные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 (рисунок 2.53). Эти площадки называют **главными площадками**, а нормальные напряжения в них – **главными напряжениями**. Причем индексы 1, 2 и 3 характеризуют порядок уменьшения в алгебраическом смысле значений главных напряжений, т. е. $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

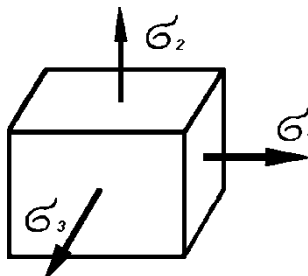


Рисунок 2.53 – Главные напряжения

Виды напряженного состояния классифицируют обычно по главным напряжениям (рисунок 2.54):

- 1) Если все три главных напряжения отличны от нуля, напряженное состояние, называют **трехосным** или **объемным** (рисунок 2.54 а, б, в). Оно может быть а) трехосное растяжение; б) трехосное сжатие, в) трехосное смешанное состояние.
- 2) Если два главных напряжения отличны от нуля, а одно равно нулю, то напряженное состояние называют **плоским** или **двухосным** (рисунок 2.54 г, д, е). Оно может быть г) двухосное растяжение; д) двухосное сжатие, е) двухосное смешанное состояние.
- 3) Если лишь одно из главных напряжений не равно нулю, напряженное состояние называется **линейным** или **одноосным** (рисунок 2.54 ж, з), оно может быть: ж) одноосное растяжение; з) одноосное сжатие.

Площадки свободные от напряжений называют **нулевыми главными площадками** (на рисунке 2.54 они покрыты точками).

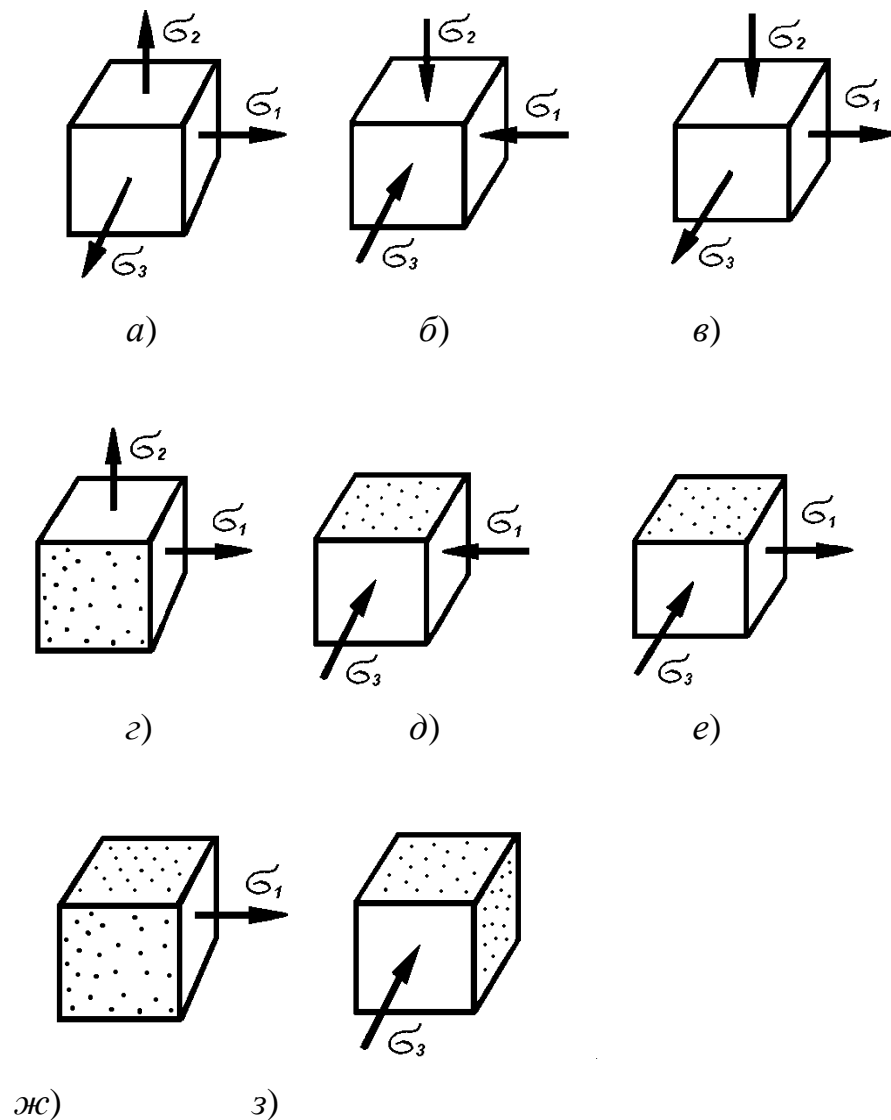


Рисунок 2.54 – Виды напряженного состояния

Максимальное касательное напряжение для данной точки тела возникает на площадке, параллельной вектору σ_2 и делящей пополам прямой угол между площадками действия σ_1 и σ_3 . Оно равно полуразности максимального и минимального главных напряжений:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

Площадка, на которой возникает τ_{\max} отмечена штриховкой (рисунок 2.55), такое же напряжение возникает и на площадке, перпендикулярной отмеченной (она на рисунке не показана).

Напряженное состояние в какой-либо точке одного тела можно сравнивать с напряженным состоянием в точке другого тела только в том случае, если оба тела несут односторонние нагрузки, а напряженные состояния в этих точках подобны друг другу, т. е. характеризуются соответственно пропорциональными главными напряжениями, имеющими одинаковые знаки. Например, на ри-

сунке 5 показаны подобные напряженные состояния в точках A и B , но состояние в точке B в 2 раза опаснее.

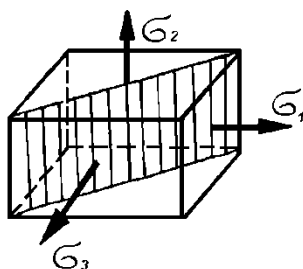


Рисунок 2.55 – Возникновение максимального касательного напряжения

Назначение теорий прочности

До сих пор мы рассматривали случаи сочетания основных деформаций, когда в поперечных сечениях бруса возникают только напряжения, которые в каждой точке можно складывать алгебраически.

На практике чаще всего встречаются случаи сочетания основных деформаций, когда в поперечных сечения возникают напряжения, распределенные неравномерно и по разным законам, в этих случаях опытное определение величин, характеризующих прочность, невозможно, так как не всегда возможно воспроизвести в опытных условиях аналогичные напряженные состояния.

Поэтому при оценке прочности деталей конструкций приходится основываться на механических характеристиках данного материала, полученных из диаграммы растяжения.

В случае одноосного напряженного состояния оценка прочности в данной точке конструкции производится путем непосредственного сопоставления возникающего в ней рабочего напряжения либо с предельным, либо с допускаемым напряжением: $\sigma \leq \sigma_{adm}$.

Допускаемым напряжением $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{dan}}{S_{adm}}$, т.е. **равно отношению предельного напряжения к допускаемому коэффициенту запаса прочности.**

Предельное напряжение определяют при механических испытаниях данного материала на одноосное растяжение.

Предельным напряжением для пластичного материала является **предел текучести** σ_y , а для хрупкого — **предел прочности** σ_u . Поэтому предельное напряженное состояние у пластичных материалов наступает при возникновении **остаточных деформаций**, а у хрупких — **при начале разрушения**. Возникает вопрос, как подойти к оценке прочности в общем случае сложного (объемного или плоского) напряженного состояния. Разнообразие напряженных состояний безгранично, чрезвычайно велика и номенклатура применяе-

мых материалов, поэтому создать каждое из могущих встретиться на практике напряженных состояний в лабораторных условиях невозможно, как по технической, так и экономической причинам.

Это становится возможным с применением **теорий прочности (теорий предельных напряженных состояний)**.

Основная задача теорий предельных напряженных состояний состоит в разработке критерия, позволяющего сравнивать между собой разнотипные напряженные состояния с точки зрения близости их к предельному состоянию.

Сравнение разнотипных напряженных состояний производится с помощью **эквивалентного напряженного состояния**, за которое берется наиболее изученное напряженное состояние **при простом растяжении**.

Напряжение при одноосном растяжении, равноопасное заданному сложному напряженному состоянию, называется **эквивалентным** и обозначается σ_{red} .

Два напряженных состояния называют равноопасными или эквивалентными, если они переходят в предельное состояние при увеличении соответствующих им главных напряжений в одно и то же число раз, что означает **равенство коэффициентов запаса прочности при эквивалентных напряженных состояниях**.

Остается решить вопрос, что же является критерием равноопасности различных по характеру напряженных состояний. Решение этого вопроса дают теории прочности. Тогда для расчета на прочность в случае сложного напряженного состояния следует заменить его равноопасным (эквивалентным) ему одноосным растяжением и сравнить соответствующее напряжение с допускаемым (или предельным) для данного материала.

Таким образом, **эквивалентное напряжение** – это лишь некоторая условная расчетная величина, а не какое-либо реально возникающее напряжение. Его значение зависит не только от заданного напряженного состояния, но и от принятого для расчета признака равноопасности напряженного состояния, чем и занимаются теории прочности.

Тот или иной критерий эквивалентности может быть основой для практических расчетов лишь при условии, что для ряда частных случаев он проверен опытным путем и результаты эксперимента оказались достаточно близки к результатам теоретического расчета.

Независимо от принятой теории прочности после определения эквивалентного напряжения условие прочности можно представить в виде:

$$S = \frac{\sigma_{dan}}{\sigma_{red}} \geq S_{adm} \quad \text{или} \quad \sigma_{red} \leq \sigma_{adm}.$$

Основные теории прочности:

Первая гипотеза прочности была выдвинута Галлилеем в XVII в. и со-

стояла в том, что причиной разрушения материала является наибольшее нормальное напряжение растяжения σ_t или сжатия σ_c без учета двух других главных напряжений. Экспериментальная проверка не подтвердила этой гипотезы в отношении двухосного и трехосного напряженных состояний.

Вторая гипотеза была выдвинута в 1682 г. Мариоттом; согласно этой гипотезе, прочность материала в исследуемой точке достигает критического состояния при максимальном значении линейной деформации ε . Экспериментальная проверка и в этой гипотезе обнаружила ряд весьма существенных недостатков. В настоящее время эти теории не применяются.

Третья гипотеза, предложенная Кулоном в 1773 г., предполагает, что предельное напряженное состояние возникает в момент, когда в двух взаимно перпендикулярных сечениях, проведенных через исследуемую точку, наибольшие касательные напряжения достигают предельного значения, при котором возможно разрушение путем сдвига и скольжения одной части материала по другой. Эта гипотеза более совершенна, чем первые две, но применима лишь для пластичных материалов, т. е. при условии, если $\sigma_{u,t} = \sigma_{u,c}$ и для напряженных состояний, у которых σ_1 и σ_3 имеют разные знаки или одно из них равно нулю. Согласно этой гипотезе два напряженных состояния равноопасны, если максимальные касательные напряжения для них одинаковы т.е. максимальное касательное напряжение для заданного напряженного состояния и эквивалентного ему одноосного растяжения одинаковы:

$$\tau_{\max} = \tau_{red}.$$

Для заданного сложного напряженного состояния $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, а для эквивалентного одноосного растяжения:

$$\tau_{red} = \frac{\sigma_{red}^{III}}{2}.$$

Будем обозначать эквивалентное напряжение, указывая номер теории прочности римской цифрой.

Приравняв τ_{\max} и τ_{red} , получим

$$\sigma_{red}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3.$$

Очевидный недостаток этой теории пренебрежение влиянием промежуточного напряжения σ_2 .

Четвертая гипотеза, предложенная Мором в 1900 г., базируется не на каком-либо одном факторе σ , ε или τ , а на двух σ и τ , а потому она более совершенна, чем предыдущие три. Экспериментальная проверка показала, что полученный на основе четвертой гипотезы критерий перехода от исследуемого напряженного состояния к эквивалентному, справедлив как для пластичных, так и для хрупких материалов и дает наилучшие результаты, ес-

ли σ_1 и σ_3 имеют разные знаки или одно из них равно нулю. Эквивалентное напряжение по четвертой теории:

$$\sigma_{red}^{IV} = \sigma_1 - k\sigma_3,$$

где для хрупких материалов $k = \frac{\sigma_{adm,t}}{\sigma_{adm,c}}$ - коэффициент, равный отношению допускаемых напряжений при одноосном растяжении и сжатии. При $k=1$ эта формула определения σ_{red} тождественна с формулой (1) третьей теории прочности.

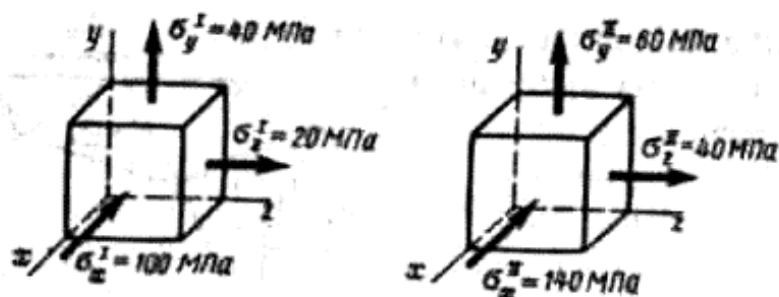
Пятая гипотеза прочности иначе называется *гипотезой энергии формоизменения*, и критерий перехода от исследуемого напряженного состояния к эквивалентному состоянию основан на том, что предельное напряженное состояние возникает при некотором значении потенциальной энергии, накапливаемой элементом конструкции при изменении только его формы. Согласно этой гипотезе,

$$\sigma_{red}^V = \sqrt{0,5[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}.$$

Экспериментальная проверка пятой гипотезы показала, что она справедлива только для пластичных материалов, у которых $\sigma_{y,t} = \sigma_{y,c}$, но критерий перехода здесь точнее, чем у третьей гипотезы.

Задача.

Сравнить опасность двух напряженных состояний (см. рисунок). Механические характеристики материалов имеют следующие значения: для первого элемента $\sigma_{пч.p}^I = 120 \text{ МПа}$, $\sigma_{пч.c}^I = 360 \text{ МПа}$; для второго элемента $\sigma_{пч.p}^{II} = 180 \text{ МПа}$, $\sigma_{пч.c}^{II} = 420 \text{ МПа}$.



Решение.

В данном случае механические характеристики материалов сравниваемых элементов различны, поэтому сопоставление значений эквивалентных напряжений лишено смысла. Сравнивать надо коэффициенты запаса прочности, конечно, применяя в том и другом случае одну и ту же гипотезу прочности. Так как в том и другом случае материал хрупкий (это следует из заданных значений механических характеристик), то расчет выполним по гипотезе Мора.

Для первого элемента (точки) главные напряжения имеют следующие значе-

ния:

$$\sigma_1^I = \sigma_y^I = 40 \text{ МПа}; \sigma_2^I = \sigma_z^I = 20 \text{ МПа}; \sigma_3^I = \sigma_x^I = -100 \text{ МПа}.$$

Эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{эIV}}^I = \sigma_1^I - \nu \sigma_3^I = \sigma_1^I - \frac{\sigma_{\text{нч.р}}^I}{\sigma_{\text{нч.с}}^I} \sigma_3^I = 40 - \frac{120}{360} (-100) = 73,3 \text{ МПа}.$$

$$\text{Коэффициент запаса прочности } n_{\text{нч}}^I = \frac{\sigma_{\text{нч.р}}^I}{\sigma_{\text{эIV}}^I} = \frac{120}{73,3} = 1,64.$$

Для второго элемента (точки) $\sigma_1^{\text{II}} = \sigma_y^{\text{II}} = 60 \text{ МПа}; \sigma_2^{\text{II}} = \sigma_z^{\text{II}} = 40 \text{ МПа};$

$$\sigma_3^{\text{II}} = \sigma_x^{\text{II}} = -140 \text{ МПа}.$$

Эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{эIV}}^{\text{II}} = \sigma_1^{\text{II}} - \nu \sigma_3^{\text{II}} = \sigma_1^{\text{II}} - \frac{\sigma_{\text{нч.р}}^{\text{II}}}{\sigma_{\text{нч.с}}^{\text{II}}} \sigma_3^{\text{II}} = 60 - \frac{180}{420} (-140) = 120 \text{ МПа}.$$

$$\text{Коэффициент запаса прочности } n_{\text{нч}}^{\text{II}} = \frac{\sigma_{\text{нч.р}}^{\text{II}}}{\sigma_{\text{эIV}}^{\text{II}}} = \frac{180}{120} = 1,5.$$

Таким образом, $n_{\text{нч}}^{\text{II}} < n_{\text{нч}}^I$, следовательно, второе из заданных напряженных состояний опаснее.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

2.7.2. Расчет бруса круглого поперечного сечения на изгиб с кручением

Валы различных машин представляют собой в большинстве случаев прямые брусья круглого сплошного или реже кольцевого сечения, работающие на совместное действие изгиба и кручения.

Применение гипотез прочности позволяет рассчитывать валы, учитывая совместное действие изгиба и кручения.

При расчете валов, а также других элементов конструкций, испытывающих одновременное действие изгиба и кручения, влиянием поперечных сил, как правило, пренебрегают, так как соответствующие им касательные напряжения в опасных точках бруса невелики по сравнению с касательными напряжениями от кручения и нормальными напряжениями от изгиба.

На рисунке 2.56, а показан вал, на который насажены зубчатое колесо диаметром d_1 и шкив ременной передачи диаметром d_2 . На зубчатое колесо действуют окружная F_t и радиальная F_r , силы, на шкив – силы F_1 и F_2 натяжения ветвей ремня. Для составления расчетной схемы вала (рисунок 2.56, б) все силы должны быть приведены к его оси. При переносе силы F_t , к оси вала добавляется скручивающая пара с моментом $M_1 = F_t(d_1/2)$ (рисунок 2.56, в); аналогично, при приведении сил F_1 и F_2 получается скручивающая пара с моментом $M_2 = F_1(d_2/2) - F_2(d_2/2) = (F_1 - F_2)(d_2/2)$ (рисунок 2.56, г).

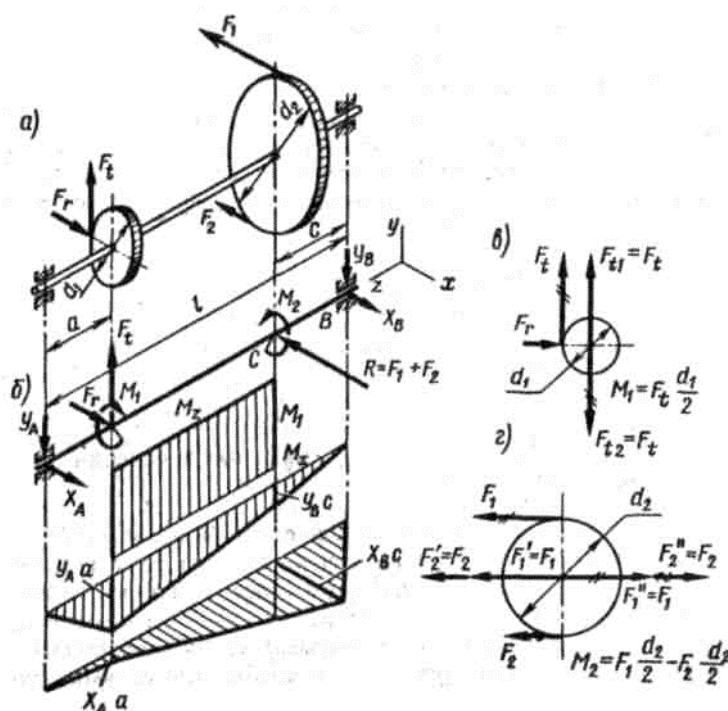


Рисунок 2.56- Вал

При равномерном вращении вала (только такой случай и рассматрива-

ется) $M_1 = M_2$, что следует из основного уравнения динамики для вращательного движения.

Подшипники, на которое опирается вал, рассматриваются при его расчете как пространственные шарнирные опоры, т. е. связи, препятствующие линейным перемещениям, но не мешающие повороту поперечных сечений вала.

На основе расчетной схемы определяют опорные реакции и строят эпюры M_z , M_x и M_y , по которым определяют опасное сечение вала. Как известно из предыдущего, расчет на изгиб бруса круглого поперечного сечения ведется по результирующему изгибающему моменту $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$, следовательно, для вала, диаметр которого по всей длине постоянен, опасным будет сечение, в котором одновременно возникают наибольшие крутящий M_z и изгибающий M_u моменты. В рассматриваемом случае опасным будет сечение С под серединой шкива.

Проанализируем вопрос об опасных точках поперечного сечения. На рисунке 2.57, а показаны моменты в сечении, проведенном бесконечно близко слева от С. Применяя векторное изображение изгибающих моментов, найдем положение силовой и нулевой линий и построим эпюру нормальных напряжений σ_{M_u} (рисунок 2.57, б). Касательные напряжения от кручения распределены вдоль любого радиуса по линейному закону и достигают максимального значения в точках контура сечения. Очевидно, опасными являются точки пересечения контура с силовой линией, в которых одновременно и нормальные напряжения от изгиба, и касательные напряжения от кручения имеют наибольшие значения.

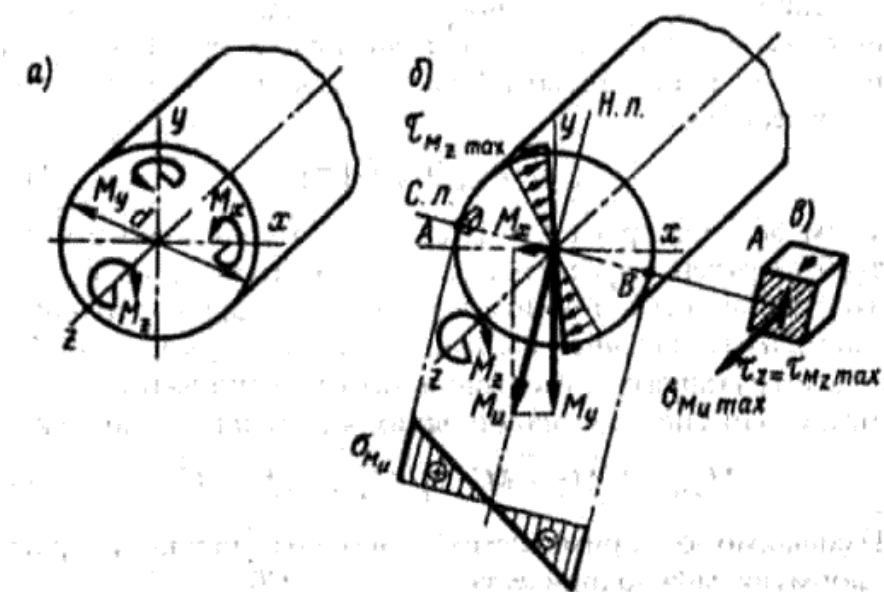


Рисунок 2.57- Моменты в сечении.

Для пластичного материала точки А и В равноопасны, для хрупкого или хрупкопластичного опаснее точка А, в которой от изгиба возникают нормальные напряжения растяжения.

На рисунке 2.57, в показан элемент, выделенный у опасной точки А, и возникающие на его гранях напряжения

$$\sigma_z = \sigma_{M_u \max} = M_u / W_u; \quad \tau_z = \tau_{M_u \max} = M_z / W_p.$$

В опасной точке возникает упрощенное плоское напряженное состояние.

Валы, как правило, изготавливают из среднеуглеродистой конструкционной или реже легированной стали. Их расчет выполняют на основе третьей и пятой гипотез прочности.

Составим расчетную зависимость по третьей, гипотезе прочности.

По формуле $\sigma_{III} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_z^2}$; подставляя в нее значения σ_z и τ_z получаем

$$\sigma_{III} = \sqrt{(M_u / W_u)^2 + 4(M_z / W_p)^2};.$$

Учитывая, что для круглого (сплошного или кольцевого) сечения $W_p = 2W_u$, имеем

$$\sigma_{III} = \sqrt{(M_u / W_u)^2 + 4(M_z / W_p)^2} = \frac{\sqrt{M_u^2 + M_z^2}}{W_u}$$

Внешне эта формула аналогична расчетной зависимости для определения максимальных нормальных напряжений при изгибе, поэтому величину, стоящую в числителе, называют эквивалентным (или приведенным) моментом, при этом условие прочности имеет вид

$$\sigma_{экр} = M_{экр} / W_u \leq [\sigma].$$

Таким образом, расчет бруса круглого поперечного сечения на изгиб с кручением ведется аналогично расчету на изгиб, но вместо изгибающего момента в расчетную формулу входит так называемый *эквивалентный момент*, который зависит от изгибающих и крутящего моментов, а также от принятой гипотезы прочности. По гипотезе наибольших касательных напряжений,

$$M_{III} = \sqrt{M_u^2 + M_z^2} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

Независимо от применяемой гипотезы прочности расчетную формулу можно привести к виду $\sigma_{экр} = M_{экр} / W_u \leq [\sigma]$.

Если выполнить расчет по пятой теории прочности, то, воспользовавшись формулой $\sigma_{IV} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_z^2}$; , после преобразования, аналогичных рассмотренным, подучим

$$M_{IV} = \sqrt{M_u^2 + 0,75M_z^2} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}.$$

При проектном расчете определяют требуемое значение момента сопротивления поперечного сечения:

$$W_u \geq M_{\text{экв}} / [\sigma].$$

Учитывая, что для сплошного круглого сечения $W_u = \pi d^3 / 32 \approx 0,1d^3$, получаем следующую формулу для определения требуемого диаметра вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma]}}.$$

Понятие «эквивалентный момент» не имеет смысла при изгибе с кручением бруса некруглого поперечного сечения. Неприменимо оно и в случае, если помимо изгиба и кручения брус круглого сечения испытывает растяжение или сжатие.

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

2.8 Устойчивость сжатых стержней

2.8.1. Устойчивые и неустойчивые формы равновесия. Критическая сила. Формула Эйлера для определения критической силы

Третьей задачей сопротивления материалов являются расчеты конструкции на устойчивость.

Тело, обладающее устойчивостью, находится в равновесии. Равновесие тела может быть:

1) устойчивым, так, шар, лежащий на вогнутой поверхности, находится в состоянии устойчивого равновесия (рисунок 2.58,а). Если ему сообщить небольшое отклонение от этого положения и отпустить, то он снова возвратится в свое исходное положение;

2) безразличным, так, шар, лежащий на горизонтальной поверхности, находится в состоянии безразличного равновесия (рисунок 2.58 , б). Будучи отклоненным от этого положения, он в исходное положение не возвращается, но движение его прекращается;

3) неустойчивым, например, шар, лежащий на выпуклой поверхности, находится в состоянии неустойчивого равновесия (рисунок 2.58, в). Будучи отклоненным от первоначального положения, он продолжает двигаться дальше.

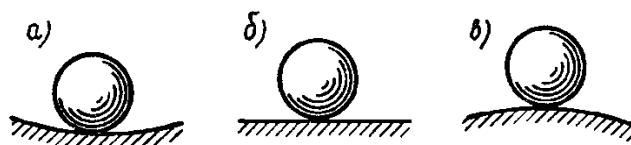


Рисунок 2.58 – Виды равновесия

Для механических конструкций допустимы лишь случаи устойчивого равновесия.

Если по каким-либо причинам упругое тело или конструкция при отклонении от равновесного положения не возвращается к исходному, то говорят, что произошла потеря устойчивости.

Например, длинный стержень при действии сравнительно небольшой осевой сжимающей силы (меньшей некоторого критического значения) находится в состоянии устойчивого равновесия (рисунок 2.59, а). Если незначительно изогнуть его какой-нибудь поперечной нагрузкой и затем эту нагрузку убрать, то стержень вновь распрямится, примет первоначальную форму равновесия. Искривленная форма равновесия стержня при этом оказывается неустойчивой и потому невозможной.

При значении сжимающей силы, превосходящей определенное критическое значение, наоборот, прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой и поэтому сменяется криволинейной формой равновесия, которая является при этом устойчивой (рисунок 2, в).

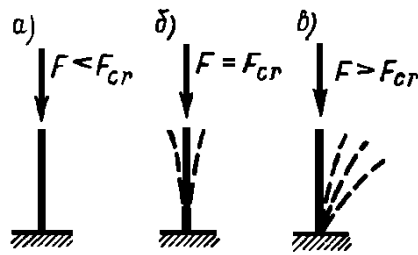


Рисунок 2.59- Длинный стержень при действии осевой сжимающей силы

Наименьшее значение сжимающей силы, при котором сжатый стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму равновесия, называется критической силой и обозначается F_{cr} (рисунок 2.59, б).

По определению Эйлера, критической силой называется сила, требующаяся для самого малого наклонения колонны. Исследования показывают, что, пока сжимающая сила меньше критической, прогибы стержня будут небольшими, но при приближении значения силы к критическому они начинают чрезвычайно быстро возрастать (рисунок 2.59).

Смысл расчета на устойчивость сжатого стержня заключается в том, чтобы он при некотором значении осевой нагрузки F сохранял устойчивость прямолинейной формы и обладал при этом некоторым запасом устойчивости, который определяется коэффициентом запаса устойчивости:

$$S_s = \frac{F_{cr}}{F}.$$

Если допускаемый коэффициентом запаса устойчивости задан, тогда условие

устойчивости сжатого стержня, имеет вид:

$$S_s = \frac{F_{cr}}{F} \geq S_{s,adm}.$$

Для стали нормативный коэффициент запаса устойчивости $S_{s,adm}$ принимается в пределах от 1,8 до 3, для чугуна - от 5 до 5,5 для дерева - от 2,8 до 3,2.

Для расчетов сжатых стержней на устойчивость надо уметь определять критическую силу. Впервые эту задачу математически решил Леонард Эйлер в 1744 г. (по национальности швейцарец, он прожил в России 30 лет, был академиком Петербургской Академии наук, оставил неизгладимый след в механике и математике).

$$F_{cr} \leq \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l_n^2},$$

Формула Эйлера:

где E - модуль упругости первого рода или модуль Юнга;

J_{\min} - наименьшей из осевых моментов инерции сечения, поскольку искривление стержня происходит в плоскости наименьшей жесткости;

l_n - приведенная длина стержня $l_n = \mu \cdot l$; где l - длина стержня;

μ - коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня, или коэффициент заделки.

Наиболее часто встречающиеся способы закрепления стержня и значения μ :

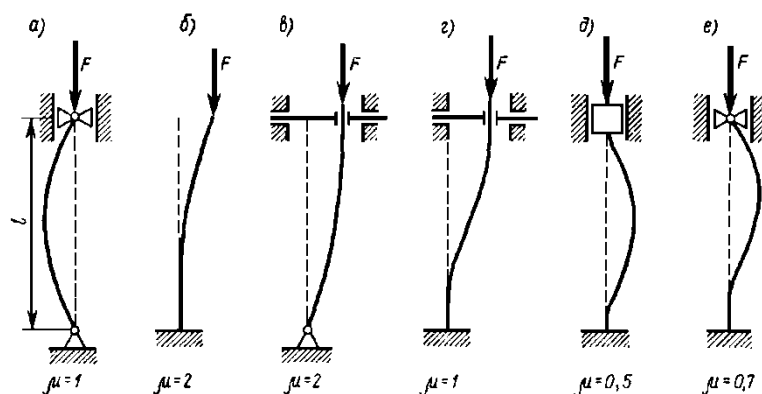


Рисунок 2.60 - Способы закрепления стержней:

- а) оба конца шарнирно закреплены;
- б) один конец жестко закреплен, другой свободен;
- в) один конец закреплен шарнирно, второй имеет «плавающую» заделку;
- г) один конец заделан жестко, второй имеет «плавающую» заделку;
- д) оба конца заделаны жестко;
- е) один конец заделан жестко, другой закреплен шарнирно.

Вывод формулы Эйлера основан на законе Гука, который справедлив только до тех пор, пока напряжения не превосходят предела пропорциональности σ_{pr} , поэтому формулой Эйлера можно пользоваться не всегда.

Для определения пределов применения формулы Эйлера определим критическое напряжение:

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu \cdot l)^2 \cdot A}.$$

В эту формулу входят две геометрические характеристики сечения стержня:

J_{\min} - минимальный осевой момент инерции и A - площадь сечения.

Частное от деления $\frac{J_{\min}}{A}$ - представляет собой величину, имеющую размерность м^2 , поэтому линейную величину:

$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$ называют минимальным радиусом инерции сечения.

Тогда
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\mu \cdot l / i_{\min})^2}.$$

Безразмерная величина $\frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \lambda$, называемая гибкостью стержня, характеризует его сопротивляемость потере устойчивости: с увеличением гибкости стержня уменьшается его сопротивляемость потере устойчивости.

Гибкость стержня не зависит от материала, а определяется геометрическими характеристиками: длиной стержня, его формой и размерами сечения.

Окончательно получаем
$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}.$$

Формулой Эйлера можно пользоваться при выполнении условия $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{pr}$, откуда $\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}$, где σ_{pr} - предел пропорциональности материала стержня.

Величину, стоящую в правой части неравенства, называют предельной гибкостью (или критической гибкостью) и обозначают $\lambda_{dan} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pr}}}$; она зависит только от физико-механических свойств материала стержня, и постоянна для данного материала.

Условие применимости формулы Эйлера: $\lambda \geq \lambda_{dan}$, т.е формула Эйлера применима лишь в тех случаях, когда гибкость стержня больше или равна предельной гибкости того материала, из которого он изготовлен.

Разработку современных методов расчета на устойчивость таких стержней начал Ф. С. Ясинский, который предложил приближенные формулы для определения критических напряжений за пределом пропорциональности, проанализировав предварительно обширный экспериментальный материал и построив графические зависимости между σ_{cr} и λ для многих материалов. График зависимости σ_{cr} от λ для стержней из пластичного материала (низкоуглеродистой стали) показан на рисунке 2.61.

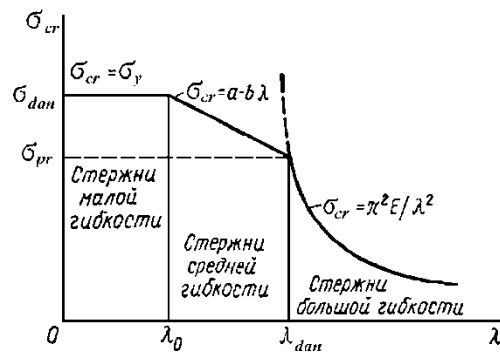


Рисунок 2.61- График зависимости σ_{cr} от λ для стержней из пластичного материала

В результате исследований подобных графиков стержни условно делятся на три группы:

1) стержни большой гибкости ($\lambda \geq \lambda_{dan}$), для которых критические напряжения определяются по формуле Эйлера;

2) стержни средней гибкости ($\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_{dan}$), для которых критические напряжения определяются по формуле Ясинского: $\sigma_{cr} = a - b\lambda$,

где коэффициенты a и b , найденные для каждого материала экспериментально. Некоторые значения этих коэффициентов, а также гибкости, в интервале которых применима для данного материала формула Ясинского, приведены в таблице 1.

3) Стержни малой гибкости ($\lambda < \lambda_0$), для которых σ_{cr} соответствует σ_{dan} , т. е. $\sigma_{cr} = \sigma_y$ для пластичных материалов и $\sigma_{cr} = \sigma_u$ для хрупких материалов. Такие стержни рассчитывают не на устойчивость, а на прочность, как при простом сжатии.

В зависимости от цели различают три вида расчета на устойчивость:

1) Проверочный, когда определяют коэффициент запаса устойчивости

$$S_s \text{ и сравнивают его с допускаемым } S_{s,adm}, \text{ т.е. } S_s = \frac{F_{cr}}{F} \geq S_{s,adm},$$

где F - действующая нагрузка.

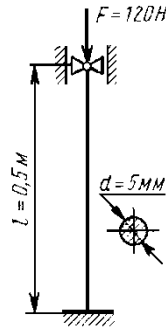
$$F_{adm} \leq \frac{F_{cr}}{S_{s,adm}}.$$

2) Определение допускаемой нагрузки

3) Проектный расчет, когда определяют требуемое значение минимального момента инерции сечения:

$$J_{\min} = \frac{F \cdot S_{s,adm} (\mu \cdot l)^2}{\pi^2 E}, \text{ затем находят гибкость и сравнивают с предельной.}$$

Задача. Проверить на устойчивость сжатую стальную стойку (рисунок 4), если $S_{s,adm} \geq 4$; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{pr} = 230$ МПа.



Решение:

1. Определяем предельную гибкость материала стойки:

$$\lambda_{dan} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pr}}} = 3,14 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{230}} = 92,5$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}}$$

2. Находим гибкость стержня i_{min} , где $\mu = 0,7$, т.к. один конец заделан жестко, другой закреплен шарнирно.

Минимальный радиус инерции круглого сечения:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{\pi d^4}{64} : \frac{\pi d^2}{4}} = \sqrt{\frac{d^2}{16}} = \frac{d}{4} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ мм, тогда}$$

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{0,7 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{1,25} = 280$$

3. Так как $\lambda = 280 > \lambda_{dan} = 92,5$, то формула Эйлера применима.

4. Учитывая, что $J_{min} = \frac{\pi d^4}{64}$, определяем значение критической силы

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu \cdot l)^2} = \frac{\pi^3 Ed^4}{64(\mu \cdot l)^2} = \frac{3,14^3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 5^4}{64 \cdot (0,7 \cdot 0,5 \cdot 10^3)^2} = 495 \text{ Н.}$$

5. Находим действительный коэффициент запаса устойчивости

$$S_s = \frac{F_{cr}}{F} = \frac{495}{120} \approx 4,1 > S_{s,adm} = 4$$

Следовательно, запас устойчивости стойки соответствует требуемому

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

Раздел 3. Детали машин

3.1. Основные положения и понятия

3.1.1. Классификация машин и механизмов. Требования, предъявляемые к машинам, деталям и сборочным единицам

Машиной называют механизм или устройство, выполняющие механические движения и служащие для преобразования энергии, материалов или информации с целью облегчения или замены физического или умственного труда человека и повышения его производительности.

Структура любой машины состоит из шести блоков, приведенных на рисунке 3.1



Рисунок 3.1- Структура машины:

Машины делят на:

1) **машины-двигатели** – энергетические машины, предназначенные для преобразования энергии любого вида в энергию исполнительных органов рабочих машин (электродвигатели, двигатели внутреннего сгорания, паровые машины, турбины и т.п.)

2) **рабочие машины** - для замены и облегчения физического труда человека по изменению формы, свойств, состояния, размера и положения обрабатываемых материалов. Они делятся на:

- **технологические** (металлорежущие станки, прокатные станы, дорожные и сельскохозяйственные машины манипуляторы, промышленные роботы и др.);

- **транспортные** - для перемещения различных грузов (автомобили, тепловозы, самолеты, вертолеты, подъемники, конвейеры и т.п.);

3) **информационные** - для преобразования информации, а также для облегчения и замены логической деятельности человека при выполнении расчетных и контрольных операций и операций управления производственными процессами (счетные и вычислительные машины).

Механизм – устройство, предназначенное для передачи и преобразования движения. Механизм обязательно входит в состав машины, но может быть и самостоятельной единицей, например, часовой механизм.

Звено механизма – одна или несколько жестко соединенных деталей.

Различают входные и выходные звенья.

Входное – звено, которому движение сообщается извне.

Выходное – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

В каждой паре совместно работающих звеньев в направлении силового потока различают **ведущие** и **ведомые** звенья.

Ведомое – звено, которое получает движение от ведущего звена.

Кинематическая пара – соединение двух звеньев, обеспечивающее их относительную подвижность (винт – гайка, зубчатая передача, шарнир и т.п.)

По характеру движения кинематические пары могут быть вращательными, поступательными, винтовыми и т.д.

Соединение кинематических пар называется **кинематической цепью**. Они бывают **замкнутые** (рисунок 3.2, а) и **разомкнутые** (рисунок 3.2, б). 1,2,3,4,5, 6,7 – звенья; О, А, В, С, D, E, F – точки соединения двух звеньев

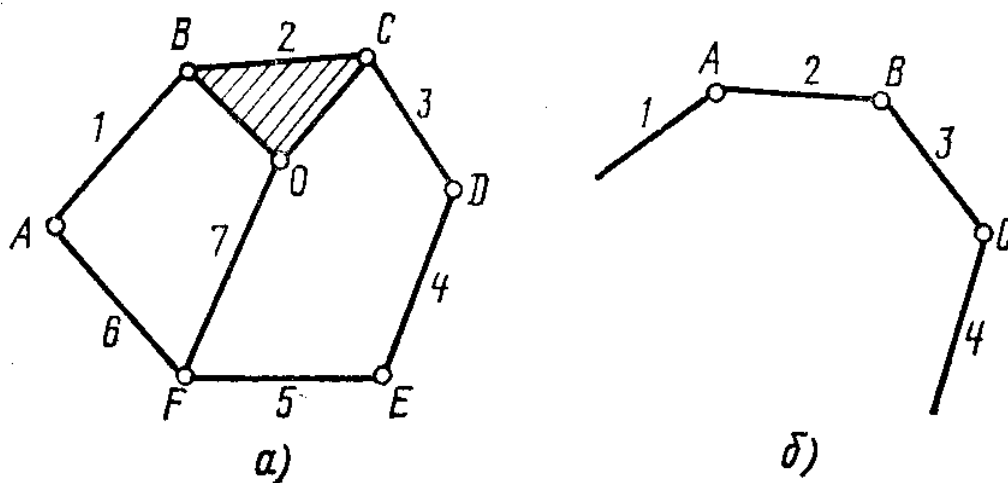


Рисунок 3.2 – Кинематические цепи

Таким образом, механизм состоит из звеньев, соединенных между собой кинематическими парами.

Все машины и механизмы состоят из деталей, сборочных единиц и узлов.

Деталь – изделие, изготовленное из однородного по наименованию и марке материала без применения сборочных операций. Детали могут быть *простыми*, например, шпонка, болт, гайка, или *сложными*, например, корпус редуктора, станина станка, коленчатый вал. Детали объединяют в узлы.

Узел – законченная сборочная единица, состоящая из ряда деталей, имеющих общее функциональное назначение (подшипник, муфта и т.п.).

Сборочная единица – изделие, составные части которого подлежат соединению между собой сборочными операциями (сваркой, склеиванием, соединением винтами, болтами и т.п.).

Детали и узлы делятся:

1) **детали общего назначения** (валы, зубчатые колеса, подшипники, болты, винты и т.д. (их расчет и конструирование изучают в разделе «Детали машин»);

2) **детали специального назначения** (коленчатый вал, ходовой винт, шпиндели станков, канаты и др.).

Все детали и узлы общего назначения делят на:

1) **соединительные детали и соединения** (сварные, резьбовые, шпоночные и др.);

2) **передачи вращательного движения** (ременные, зубчатые, червячные и др.);

3) **механизмы поступательного, колебательного и прерывистого движения** (рычажные, кулачковые, храповые, мальтийские и др.)

4) **детали и узлы, обслуживающие передачи** (валы, подшипники, муфты и др.)

Основные требования, предъявляемые к машинам, сборочным единицам и деталям.

1) **Работоспособность** – состояние изделия, при котором оно способно выполнять заданные функции с параметрами, установленными нормативно-технической документацией. Основные критерии работоспособности:

- **прочность** – способность детали сопротивляться разрушению или возникновению пластичных деформаций под действием приложенных нагрузок. Конструкция будет прочной, если рабочие напряжения, возникающие в деталях, не превышают допустимых. Однако, излишние запасы прочности приводят к громоздкости и удорожанию конструкции.

- **жесткость** – способность деталей сопротивляться упругим деформациям, т.е. изменению их формы и размеров под действием нагрузок. Под жесткостью деталей подразумевают ограничение упругих деформаций в пределах заранее установленных для определенных условий их работы. Чрезмерные упругие деформации могут привести к нарушению правильности работы деталей, отчего они быстро выходят из строя.

- **износостойкость** – сопротивление трущихся деталей изнашиванию. Износ приводит к изменению размеров, формы и состояния трущихся поверхностей, в результате снижается точность работы машин и приборов, па-

дает КПД, увеличиваются динамические нагрузки. Износостойкость определяется правильным выбором материала и смазки, всесторонним учетом особенностей работы трущихся деталей.

- **теплостойкость** – способность конструкции сохранять работоспособность в пределах заданных температур. Для установления температурного состояния изделия при работе производят тепловые расчеты и при необходимости применяют водяное охлаждение, циркуляционную смазку и др.

- **виброустойчивость** – способность конструкции работать в заданном диапазоне режимов без резонансных колебаний. Виброустойчивость как критерий работоспособности характерна для быстроходных машин. Вибрации снижают качество работы машины, вызывают дополнительные переменные напряжения, которые приводят к усталостному разрушению деталей.

2) **Высокая производительность и надежность**. В зависимости от назначения конструкции и условий ее эксплуатации надежность может включать в себя безотказность, долговечность и сохраняемость.

3) **Удобство и безопасность в обслуживании**.

4) **Экономичность** в изготовлении и эксплуатации (небольшие габариты, низкая металлоемкость (масса), низкая энергоемкость).

5) **Технологичность** - обеспечение заданных эксплуатационных показателей при наименьших затратах времени, труда, материалов и средств на создание данной конструкции.

6) **Ремонтопригодность** – приспособленность конструкции к предупреждению, обнаружению и устранению отказов (удобный ремонт, быстрая замена изношенных деталей).

7) **Транспортабельность** – удобство при транспортировке.

8) Соблюдение правил **технической эстетики** (машинам следует придавать красивый вид, сочетающийся с целесообразностью форм).

9) **Удовлетворение требованиям техники безопасности**.

10) Максимальная **взаимозаменяемость**, использование унифицированных и стандартных деталей.

Важнейшей предпосылкой стандартизации и унификации является широкое применение **предпочтительных чисел**, т.е. специально подобранных величин, которыми рекомендуется пользоваться во всех отраслях народного хозяйства. При расчете деталей машин полученные расчетом линейные размеры (диаметры, длины, высоты и др.) необходимо округлять (как правило в большую сторону) до предпочтительных.

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

3.1.2. Усталостное разрушение деталей и его причины. Контактные напряжения и контактная прочность

Для расчета и проектирования деталей и узлов машин необходимо знать нагрузки, которые могут воздействовать на деталь в процессе ее эксплуатации. При проектировании обычно оперируют расчетными схемами деталей, а все нагрузки, воздействующие на детали, рассматривают как режимы нагружений.

Для более точного учета нагрузок в расчетах деталей машин используют общепринятые типичные модели нагружения.

По характеру нагружения внешние силы разделяются на поверхностные и объемные. **Поверхностные силы** действуют на поверхность деталей и являются результатом взаимодействия деталей, **объемные силы** – силы тяжести и инерции – приложены к каждой частице детали. Силы вызывают в деталях деформации и напряжения.

По характеру изменения во времени напряжения подразделяют на статические и циклические.

Статическими называют нагрузки (напряжения), медленно изменяющиеся во времени. **Циклические** нагрузки характеризуются параметром цикла и непрерывно изменяются с течением времени.

Совокупность всех последовательных значений напряжений за один период их изменения называют **циклом**.

Период – время однократной смены напряжений.

Параметрами цикла нагружения являются амплитуда напряжений, среднее, максимальное и минимальное напряжение.

Если параметры цикла нагружения неизменны во времени, то такой режим нагружения называют постоянным (регулярным, стационарным).

Различают несколько стационарных циклов: симметричный (рисунок 3.3, а), асимметричный (рисунок 3.3, б) и пульсирующий (рисунок 3.3, в) или отнулевой. Стационарные циклы (рисунок 3.3, в) характеризуются:

1. Максимальной F_{\max} и минимальной F_{\min} нагрузкой,

$$F_a = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2},$$

2. Амплитудой цикла

$$F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2}$$

3. Средней величиной нагрузки

$$r = \frac{F_{\min}}{F_{\max}}$$

4. Коэффициентом асимметрии

У симметричного цикла (рисунок 1, а)

$$F_{\max} = -F_{\min}, F_a = F_{\max}, F_m = 0 \text{ и } r = -1.$$

Пульсирующий цикл имеет (рисунок 1, в) $F_{\min} = 0, F_m = F_a = F_{\max} / 2$ и $r = 0$.

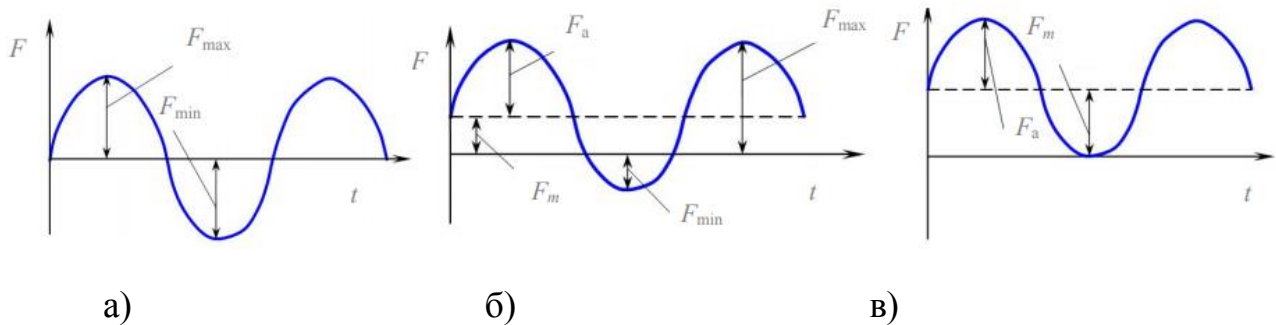


Рисунок 3.3- Виды стационарных циклов

Режим нагружения, в котором параметры цикла изменяются во времени, называют переменным. В этом случае расчеты выполняют по эквивалентным нагрузкам, условно приравнивая разрушающее действие переменных нагрузок постоянной эквивалентной нагрузке, действующей такой же период времени

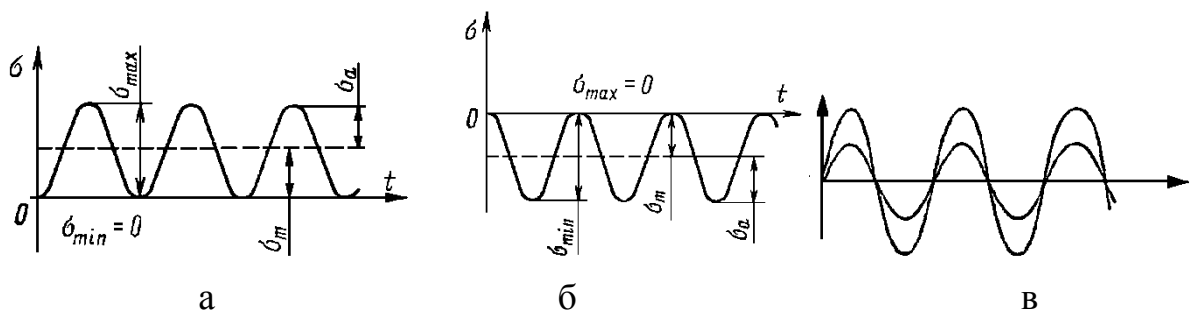


Рисунок 3.4- Отнулевой цикл растяжения (а), отнулевой цикл сжатия (б), подобные циклы (в)

Циклы с одинаковыми коэффициентами асимметрии называют **подобными** (рисунок 3.4, в).

У симметричного цикла $\sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_{\max}$ и $R_\sigma = -1$.

На рисунке 3.4, а изображен *отнулевой цикл растяжения* ($R_\sigma = 0$), а на рисунке 3.4, б - *отнулевой цикл сжатия* ($R_\sigma = \infty$).

Пример на определение параметров цикла: При движении шатуна двигателя максимальное напряжение цикла $\sigma_{\max} = 40 \text{ МПа}$, минимальное напряжение $\sigma_{\min} = -160 \text{ МПа}$. Определить коэффициент асимметрии, среднее напряжение и амплитуду цикла.

Решение:

1) Коэффициент асимметрии
$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{-160}{40} = -4.$$

2) Среднее напряжение цикла
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{40 + (-160)}{2} = -60 \text{ МПа}.$$

3) Амплитуда цикла
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{40 - (-160)}{2} = 100 \text{ МПа}.$$

Для деталей машин, испытывающих во время работы переменные напряжения, характерно *усталостное разрушение*. Опыты показывают, что детали машин, подвергающиеся длительное время переменным напряжениям, могут разрушаться при напряжениях, значительно меньших предела прочности $\sigma_u(\sigma_s)$, а во многих случаях даже меньших предела текучести $\sigma_y(\sigma_T)$ данного материала детали при статическом напряжении. При этом разрушение происходит без заметных остаточных деформаций мгновенно, т. е. имеет ярко выраженный хрупкий характер даже в случае, если материал детали обладает высокой пластичностью.

Экспериментальными исследованиями процесса разрушения установлено, что после определенного числа циклов перемен напряжений в материале испытываемой детали появляется *усталостная микротрещина*. Эта трещина появляется обычно на поверхности в местах наибольших напряжений и в тех местах, где имеются пороки материала — *неоднородное строение, наличие следов механической обработки и повреждений поверхности детали (раковины, газовые и шлаковые включения, царапины, следы резца и т. п.)*, а также в местах *концентрации напряжений*. Образовавшаяся трещина, сначала очень маленькая, невидимая простым глазом, под влиянием переменных напряжений, постепенно развивается (расширяется и углубляется) и охватывает все большую толщу материала. После того, как трещина достигнет такой величины, что сечение детали заметно ослабнет, происходит внезапный *усталостный излом (усталостное разрушение)*.

Таким образом, причиной поломок деталей машин в большинстве случаев является **усталость** — это процесс постепенного накопления повреждений материала под действием переменных напряжений, приводящий к изменению свойств, образованию трещин, их развитию и разрушению. Свойство материала противостоять усталости называется **сопротивлением усталости**.

При расчете деталей машин, на которые в процессе работы действуют переменные напряжения, основной характеристикой прочности материала является **предел выносливости**, который, как правило, определяют опытным путем. Для испытания изготавливают серию (не менее 10) совершенно одинаковых тщательно отполированных лабораторных образцов. Первый образец нагружают так, чтобы вызвать циклы напряжений с $\sigma_1 < \sigma_{\max} = (0,5 \dots 0,6 \sigma_u)$, т.е. несколько ниже предела прочности и отмечают, сколько циклов образец выдержал без разрушения. Второй образец испытывают при еще меньшем значении σ_2 . В этом случае, естественно, образец выдерживает, не разрушаясь, большее число циклов. Постепенно снижая значение максимального напряжения цикла, испытывают образцы до тех пор, пока один из них не выдержит, не разрушаясь, **10^7 циклов (для углеродистых сталей)** или **10^8 циклов для цветных металлов и их сплавов и для высокопрочных легированных сталей**.

Это число циклов называют **б а з о й и с п ы т а н и я**.

Установлено, что образец, выдержавший при данном значении напряжения базу испытаний, не разрушится и при дальнейшей работе в таком режиме.

Максимальное напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостное разрушение до базы испытания, называется **пределом выносливости**. Его обозначают σ_R , где R соответствует коэффициенту асимметрии цикла. Поэтому предел выносливости при симметричном цикле σ_{-1} , а при отнулевом цикле растяжения σ_0 . Экспериментально установлено, что **симметричный цикл наиболее опасный**.

График (рисунок 3.5), построенный по результатам испытаний, называют **кривой усталости**.

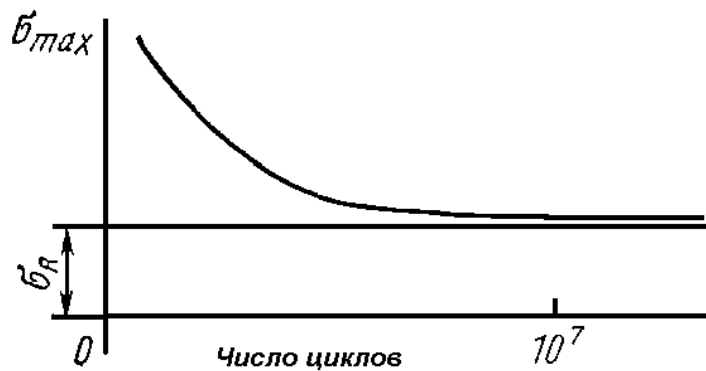


Рисунок 3.5-Кривая усталости

Факторы, влияющие на предел выносливости:

1) **наличие концентраций напряжений** значительно снижает предел выносливости, поэтому при конструировании деталей, работающих при переменных напряжениях, особенно важно выбрать их формы, при которых не будет существенных концентраторов напряжений. При действии в расчетном сечении нескольких концентраторов напряжений учитывают наиболее опасный из них.

Концентрацией (т.е. сосредоточением) напряжений принято называть явление возникновения **местных напряжений**, а причины, их вызывающие (отверстия, надрезы, галтели, шпоночные пазы, кольцевые канавки, посадки деталей с натягом, шлицы, резьба и т. п.), - **концентраторами напряжений**. На рисунке 3.6 показано распределение напряжений в поперечном сечении, проходящем через надрезы в растянутой пластине. Наибольшие напряжения возникают у краев надрезов и они значительно превышают номинальные (напряжения в поперечных сечениях): $\sigma = \frac{F}{A}$.

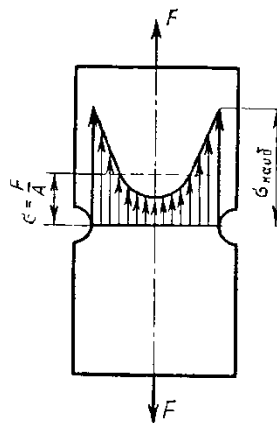


Рисунок 3.6- Распределение напряжений в поперечном сечении, проходящем через надрезы в растянутой пластине

2) *влияние абсолютных размеров детали.* Экспериментально установлено, что *с увеличением абсолютных размеров поперечного сечения детали предел выносливости снижается.* Это объясняется тем, что с увеличением объема материала возрастает вероятность наличия в нем неоднородностей строения (шлаковые и газовые включения, дефектные зерна и т. п.), это приводит к появлению очагов концентрации напряжений.

3) *влияние качества обработки поверхностей деталей.* При статических нагрузках качество обработки рабочих поверхностей деталей оказывает незначительное влияние на их прочность. При циклических нагрузках разрушение деталей связано с развитием усталостных трещин, возникающих в поверхностном слое. Развитию этих трещин способствует возникшая в результате механической обработки детали *шероховатость поверхности в виде рисок, царапин, следов резца и т. п.*, которые являются концентраторами напряжений. *С увеличением шероховатости поверхности предел выносливости снижается.* При одновременном воздействии на детали циклических нагрузок и коррозионной среды возникает явление более интенсивного накопления усталостных повреждений, называемое *коррозионной усталостью*. Предел выносливости вследствие влияния коррозионной среды снижается в 3 раза и более.

4) *влияние поверхностного упрочнения.* Повышение прочности поверхностного слоя и появление в нем остаточных напряжений сжатия, препятствующих образованию усталостной трещины, достигается дробеструйным *деформационным упрочнением (наклепом)*, накатыванием роликами и шариками, поверхностной закалкой и нагревом ТВЧ, химико-термической обработкой, лазерной обработкой и др. В результате поверхностного упрочнения в ряде случаев предел выносливости повышается в 2...3 раза и более, что является мощным средством повышения долговечности машин при одновременном снижении их массы. Наибольший эффект поверхностное упрочнение дает для деталей, имеющих заметную концентрацию напряжений.

Современные методы оценки прочности деталей машин базируются на сравнении нормальных σ или касательных напряжений τ с допускаемыми $[\sigma]$ и $[\tau]$.

Под допускаемыми напряжениями понимают максимальные значения рабочих напряжений, которые могут быть допущены в опасном сечении при условии обеспечения необходимой прочности и долговечности детали во время ее эксплуатации. Следовательно, условие прочности можно выразить формулами:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma] \quad \text{или} \quad \tau = \frac{F}{A} \leq [\tau],$$

где F – действующая нагрузка, Н; A – площадь сечения детали, мм^2 .

Для пластичных материалов в качестве предельного напряжения берется предел текучести и запас прочности S :

$$S = \frac{\sigma_{\tau}}{\sigma}, \quad S = \frac{\tau_{\tau}}{\tau},$$

Для хрупких материалов в качестве предельного напряжения берется предел прочности и запас прочности:

$$S = \frac{\sigma_{\text{в}}}{\sigma}, \quad S = \frac{\tau_{\text{в}}}{\tau}.$$

Запасом прочности S детали называют отношение предельного напряжения к допускаемому напряжению.

Одним из наиболее общих условий конструирования машин является условие **равнопрочности**. Очевидно, что нет необходимости конструировать отдельные элементы машин с излишними запасами прочности, которые все равно не могут быть реализованы в связи с выходом конструкции из строя из-за разрушения или повреждения других элементов. Повышение несущей способности и увеличение сроков службы детали осуществляют путем использования конструктивных, технологических, металлургических и эксплуатационных мероприятий. Для повышения прочности необходимо увеличить прочностные характеристики материала, уменьшить вредное воздействие динамических нагрузок (например, при 3000 об/мин смещение центра тяжести ротора на 0,1 мм создает нагрузки, равные весу ротора), уменьшить концентрацию напряжений в опасных сечениях, сконструировать детали с возможно более равномерным распределением напряжений.

Содержание	Контрольные вопросы	Обратная связь
----------------------------	-------------------------------------	--------------------------------

3.2. Общие сведения о механических передачах, их классификация

3.2.1. Классификация, сравнительные характеристики механических передач

Под **передачами** понимают механизмы, служащие для передачи механической энергии на расстояние, с преобразованием скоростей и моментов, иногда — с преобразованием видов движения.

Отношение угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого называют **передаточным числом передачи**.

В практике приборо- и машиностроения применяют следующие разновидности передач: механические, электрические, пневматические, гидравлические и комбинированные.

При изучении «Деталей машин» будут рассматриваться лишь механические передачи, т.е. передачи, представляющие собой механические устройства и имеющие наибольшее распространение.

Функции, выполняемые передачами:

- ✓ выбор и применение наивыгоднейшей (оптимальной) скорости движения;
- ✓ регулирование скорости движения (повышение или понижение); преобразование вида движения (вращательного в поступательное, винтового в поступательное и т.д.);
- ✓ изменение направления движения (реверсирование);
- ✓ изменение крутящих моментов и сил движения;
- ✓ передача мощности на расстояние.

Наиболее распространенные передачи делятся на группы:

группа 1-я — передачи с непосредственным контактом (фрикционные) и зацеплением (зубчатые, червячные);

группа 2-я — передачи гибкой связью (ременные, цепные).

Механические передачи равномерного вращения классифицируются по следующим признакам.

По принципу действия:

- 1) фрикционные — действующие за счет сил трения, создаваемых внешними силами между элементами передачи;
- 2) зацеплением — работающие в результате возникновения давления между специальными выступами (зубьями, кулачками или др.) на взаимодействующих деталях.

По характеру изменения скорости:

- 1) понижающие (редукторы) и 2) повышающие (мультипликаторы).

По взаимному, расположению валов в пространстве передача движения осуществляется между:

- 1) параллельными,
- 2) пересекающимися,
- 3) перекрещивающимися
- 4) соосными валами.

По характеру движения валов:

- 1) простые, у которых валы лишь вращаются вокруг своих осей, а оси валов и сидящих на них взаимодействующих деталей остаются в пространстве неподвижными;
- 2) планетарные, у которых оси и сидящие на них детали (сателлиты) вращаются вокруг некоторой неподвижной основной оси передачи. Оси сателлитов закрепляются в звене передачи, называемом - водилом, также вращающемся вокруг основной оси.

По числу ступеней, т. е. отдельных передач, взаимно связанных и одновременно участвующих в передаче и преобразований движения:

- 1) одноступенчатые,
- 2) многоступенчатые (двух-, трехступенчатые и т. д.).

По конструктивному оформлению:

- 1) открытые; не имеющие общего закрывающего их корпуса, жестко связывающего подшипниковые узлы передачи;
- 2) полузакрытые, смонтированные подобно открытым из независимых узлов и имеющие лишь легкий кожух, защищающий передачу от загрязнения, но не выполняющий силовых функций;
- 3) закрытые; заключенные в общий прочный и жесткий корпус, обеспечивающий герметизацию и постоянную смазку передач. Быстроходные передачи выполняются, как правило, закрытыми.

Передачи бывают кинематические, служащие только для преобразования угловых скоростей, и силовые — для передачи вращающих моментов.

Закрытые, отдельно выполненные передачи с передаточным отношением больше 1 называются редукторами, а с передаточным отношением меньше 1 — мультипликаторами.

Механические передачи обладают целым рядом **достоинств** обеспечивающих их широкое использование в современном машино- и приборостроении. Они компактны, удобны для встраивания в общую конструкцию машины, отличаются высокой надежностью в эксплуатации, позволяют относительно просто осуществлять необходимые преобразования движения и практически почти любые - передаточные отношения, при надлежащем качестве изготовления обладают высоким к. п. д.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.3. Фрикционные передачи

3.3.1. Классификация, принцип работы и устройство фрикционных передач

Фрикционная передача относится к передачам трением с непосредственным контактом фрикционных элементов. Передача состоит из двух катков, закрепленных на валах (рисунок 3.7). Подшипники ведомого вала выполнены подвижными, благодаря чему вал может перемещаться в направлении линии центров передачи. Пружина сжатия, действующая на подвижный подшипник, прижимает катки один к другому силой F_n , нагрузка передается силой трения R_f , возникающей в месте контакта вращающихся катков.

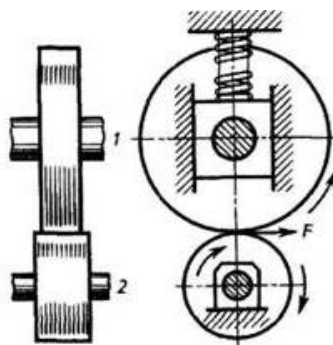


Рисунок 3.7 – Цилиндрическая фрикционная передача

Условие работоспособности передачи: $F_f \geq F_t$

На практике применяют два способа прижатия катков: постоянной силой (например, пружины, собственный вес элементов передачи и т. п.) и переменной силой, которая автоматически изменяется пропорционально изменению передаваемой силы.

Фрикционные передачи классифицируют по следующим признакам:

1. По назначению:

- с нерегулируемым передаточным числом. Передаваемая мощность до 20 кВт, допускаемая скорость катков до 25 м/с. Этим передачи нашли ограниченное использование в виде кинематических передач в приборах (магнитофоны, кинокамеры и т. п.), где требуется плавность и бесшумность работы;

- с бесступенчатым (плавным) регулированием передаточного числа (вариаторы).

2. По взаимному расположению осей валов:

- цилиндрические или конусные с параллельными осями (рисунок 3.8, а);

- конические с пересекающимися осями (рисунок 3.8, б).

- лобовые при скрещивающихся осях

- торовые с соосными осями валов.

3. В зависимости от условий работы:

- открытые (работают всухую);
- закрытые (работают в масляной ванне).

В открытых фрикционных передачах коэффициент трения f выше, прижимное усилие катков F_n меньше. В закрытых фрикционных передачах масляная ванна обеспечивает хороший отвод тепла, делает скольжение менее опасным, увеличивает долговечность передачи.

4. По принципу действия:

- нереверсивные;
- реверсивные.

5. Различают также передачи с постоянным или автоматическим регулируемым прижатием катков, с промежуточным (паразитным) фрикционным элементом или без него.

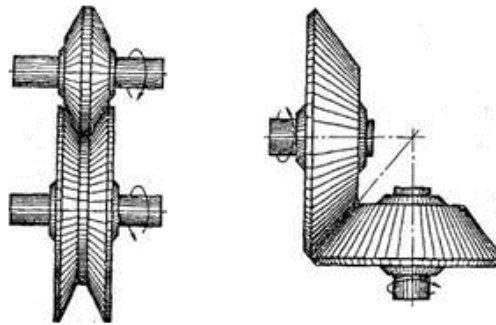


Рисунок 3.9- Цилиндрическая фрикционная передача с катками клинчатой формы (а), коническая фрикционная передача (б)

Достоинства фрикционных передач:

- простота конструкции и обслуживания;
- плавность передачи движения и регулирования скорости и бесшумность работы;
- большие кинематические возможности (преобразование вращательного движения в поступательное, бесступенчатое изменение скорости, возможность реверсирования на ходу, включение и выключение передачи на ходу без остановки);
- за счет возможностей пробуксовки передача обладает предохранительными свойствами. Однако после пробуксовки передача, как правило, резко ухудшает свои качества - появляются лыски на катках, неравномерно срабатываются фрикционные поверхности и т.д. Поэтому использовать пробуксовку как предохранительное средство не рекомендуется;
- отсутствие мёртвого хода при реверсе передачи;
- равномерность вращения, что удобно для приборов;
- возможность бесступенчатого регулирования передаточного числа, причем на ходу, без остановки передачи.

Недостатки фрикционных передач:

- непостоянство передаточного числа из-за проскальзывания;
- незначительная передаваемая мощность (открытые передачи - до 10-20 кВт; закрытые - до 200-300 кВт);
- для открытых передач сравнительно низкий КПД;
- большое и неравномерное изнашивание катков при буксовании;
- необходимость применения опор валов специальной конструкции с прижимными устройствами (это делает передачу громоздкой);
- для силовых открытых передач незначительная окружная скорость ($v \leq 7 - 10$ м/с);
- большие нагрузки на валы и подшипники от прижимной силы F_t , что увеличивает их размеры и делает передачу громоздкой. Этот недостаток ограничивает величину передаваемой мощности;
- большие потери на трение.

Применение.

Фрикционные передачи с нерегулируемым передаточным числом в машиностроении применяются сравнительно редко, например, во фрикционных прессах, молотах, лебедках, буровой технике и т.п.). В качестве силовых передач они громоздки и малонадежны. Эти передачи применяются преимущественно в приборах, где требуется плавность и бесшумность работы (магнитофоны, проигрыватели, спидометры и т. п.). Они уступают зубчатым передачам в несущей способности. Зато фрикционные передачи с бесступенчатым регулированием скорости – вариаторы – широко применяются в различных машинах, например, в металлорежущих станках, в текстильных и транспортирующих машинах и т. д. Зубчатые передачи не позволяют такого регулирования. На практике широко применяют реверсивные фрикционные передачи винтовых прессов, передачи колесо — рельс и колесо — дорожное полотно самоходного транспорта. Фрикционные передачи предназначены для мощностей, не превышающих 20 кВт, окружная скорость катков допускается до 25 м/с.

Основным критерием работоспособности и расчета фрикционных передач с металлическими катками является их контактная прочность, которая зависит от значения контактных напряжений σ_H . Условие прочности

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q}{\rho_{np}} \cdot \frac{E_{np}}{2\pi(1-\mu^2)}} \leq [\sigma_H].$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.4. Зубчатые передачи

3.4.1. Классификация, принцип работы и область применения зубчатых передач

Зубчатая передача – это механизм, который с помощью зубчатого зацепления передает или преобразует движение с изменением угловых скоростей и моментов. Зубчатая передача состоит из колес с зубьями, которые сцепляются между собой, образуя ряд последовательно работающих кулачковых механизмов. Зубчатые передачи применяют для преобразования и передачи вращательного движения между валами с параллельными, пересекающимися или перекрещивающимися осями, а также для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот.

Достоинства зубчатых передач:

1. Постоянство передаточного отношения i .
2. Надежность и долговечность работы.
3. Компактность.
4. Большой диапазон передаваемых скоростей.
5. Небольшое давление на валы.
6. Высокий КПД.
7. Простота обслуживания.

Недостатки зубчатых передач:

1. Необходимость высокой точности изготовления и монтажа.
2. Шум при работе со значительными скоростями.
3. Невозможность бесступенчатого регулирования передаточного отношения

Зубчатые передачи, применяемые в механических системах, разнообразны. Они используются как для понижения, так и для повышения угловой скорости.

Классификация конструкций зубчатых преобразователей группирует передачи по трем признакам:

1. По виду зацепления зубьев. В технических устройствах применяют передачи с внешним (рисунку 3.10, а), с внутренним (рисунок 3.10, б) и с реечным (рисунок 3.10, в) зацеплением. Передачи с внешним зацеплением применяются для преобразования вращательного движения с изменением направления движения. Передаточное отношение колеблется в пределах – $0,1 \geq i \geq -10$. Внутреннее зацепление применяется в том случае, если требуется преобразовывать вращательное движение с сохранением направления. По сравнению с внешним зацеплением передача имеет меньшие габаритные размеры, больший коэффициент перекрытия и повышенную прочность, но

более сложна в изготовлении. Реечное зацепление применяется при преобразовании вращательного движения в поступательное и обратно.

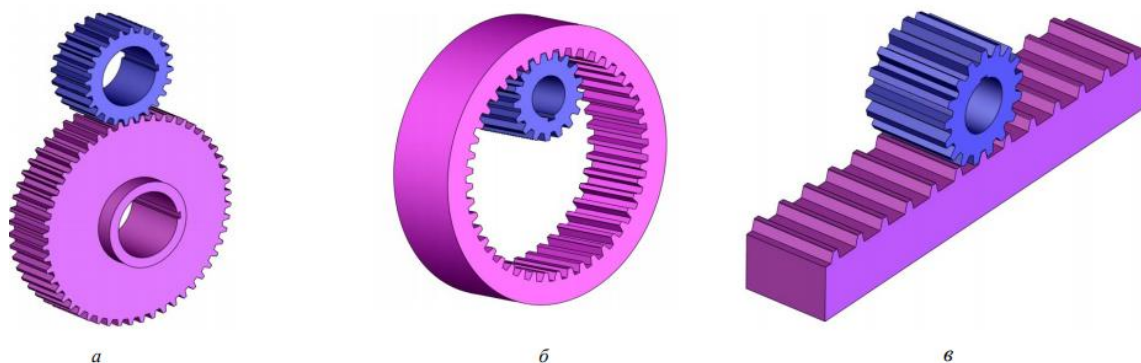


Рисунок 3.10- Классификация зубчатых передач по виду зацепления зубьев

2. По взаимному расположению осей валов различают передачи цилиндрическими колесами с параллельными осями валов (рисунок 3.10, а), коническими колесами с пересекающимися осями (рисунок 3.11, а), колесами со скрещивающимися осями (рисунок 3.11, б). Передачи с коническими колесами обладают меньшим передаточным отношением ($1/6 \leq i \leq 6$), более сложны в изготовлении и эксплуатации, имеют дополнительные осевые нагрузки. Винтовые колеса работают с повышенным скольжением, быстрее изнашиваются, имеют малую нагрузочную способность. Эти передачи могут обеспечивать различные передаточные отношения при одинаковых диаметрах колес.

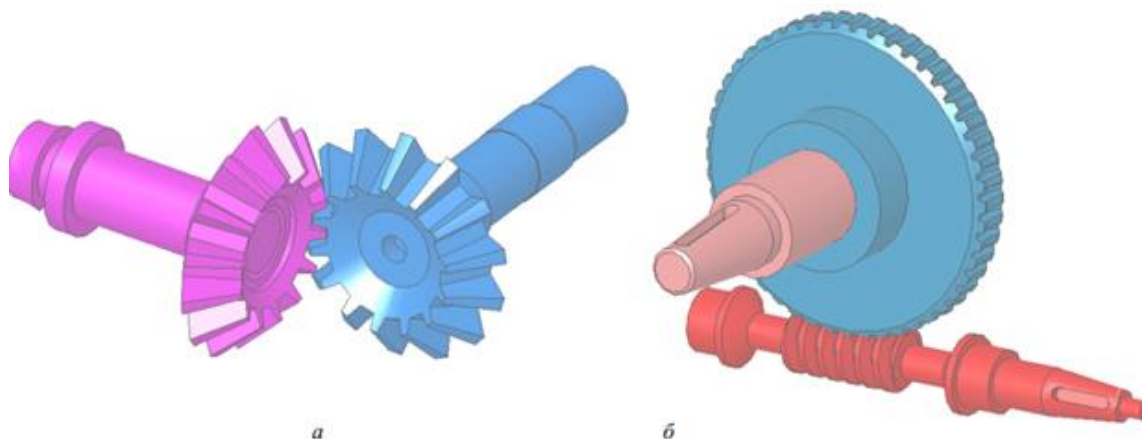


Рисунок 3.11- Классификация зубчатых передач по взаимному расположению осей валов

3. По расположению зубьев относительно образующей обода колеса различают передачи прямозубые (рисунок 3.12, а), косозубые (рисунок 3.12, б), шевронные (рисунок 3.12, в) и с круговыми зубьями.

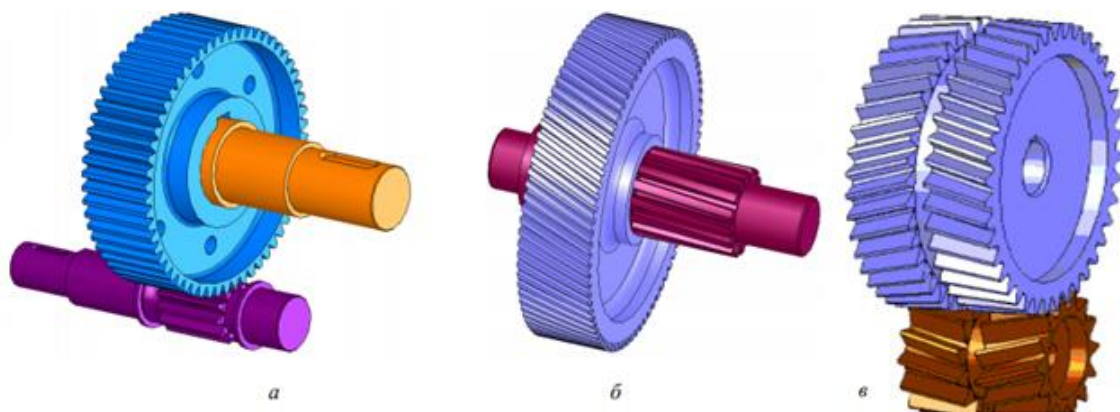


Рисунок 3.12- Классификация зубчатых передач по расположению зубьев относительно образующей обода колеса

Косозубые передачи имеют большую плавность зацепления, меньше шумят, технологически равноценны прямозубым, но в передаче возникают дополнительные осевые нагрузки. Сдвоенная косозубая со встречными наклонами зубьев (шевронная) передача имеет все преимущества косозубой и уравновешенные осевые силы. Но передача несколько сложнее в изготовлении и монтаже. Криволинейные зубья чаще всего применяются в конических передачах для повышения нагрузочной способности, плавности

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.4.2. Методы изготовления зубчатых колес

Изготовление зубчатых колес, как правило, состоит из следующих этапов: получение заготовки (литьем, ковкой или штамповкой) с последующей обточкой на токарном станке; нарезание зубьев на фрезерном, зубодолбежном или другом зубообрабатывающем станке; упрочнение зубьев посредством термических, термохимических и механических способов обработки; отделка зубьев (шлифование, шевингование или притирка).

Зубья получают двумя методами: копированием и обкаткой. Каждый из них может выполняться различными способами.

Способ копирования осуществляется специальными пальцевыми (рисунк 3.13, а) или дисковыми (рисунк 3.13, б) модульными фрезами. Профиль таких фрез имеет очертание впадины между зубьями. При нарезании зубьев фреза вращается вокруг собственной оси и перемещается вдоль оси заготовки. В результате этих двух движений за каждый ход фреза прорезает одну впадину, форма которой в нормальном сечении копирует форму фрезы. Затем инструмент и заготовку возвращают в исходное положение, заготовку поворачивают на угловой шаг, соответствующий шагу зацепления и процесс повторяется.

Основные **недостатки** этого способа — относительно низкая производительность, Малая точность и потребность в большом количестве инструмента. Последнее объясняется тем, что с изменением числа зубьев изменяется и форма профиля зуба, а, следовательно, и форма впадины. Таким образом, для нарезания колес даже одного модуля необходимо иметь набор инструмента, в котором каждому возможному числу зубьев нарезаемых колес соответствует своя фреза.

К способу копирования относятся также способы изготовления зубчатых колес протягиванием, холодной и горячей штамповкой, прессованием и литьем под давлением. Производительность этих способов высокая, но точность их довольно низка, поэтому после получения колес перечисленными способами, зубья колес подвергаются чистовому нарезанию. И лишь для тихоходных малоответственных механизмов зубья колес не подвергаются дополнительной механической обработке.

Наиболее распространенный, универсальный производительный и точный способ нарезания зубьев — **способ обкатки** (огибания). Заключается он в том, что режущему инструменту и заготовке сообщают такое же относительное движение (движение обкатки), какое имели бы два зубчатых колеса (или колесо и рейка), находящиеся в зацеплении. Кроме того, инструмент со-

вершает поступательное движение вдоль оси заготовки (рабочее движение). Нарезание зубьев способом обкатки может осуществляться инструментами: зуборезной гребенкой (рейкой) (рисунок 3.13, в), долбяком (рисунок 3.13, д), червячной фрезой (рисунок 3.13, е), профиль которой в продольном сечении аналогичен профилю рейки-гребенки. При обкатке одновременно нарезается несколько зубьев и профиль зуба получается в виде огибающей ряда последовательных положений режущих кромок инструмента. Одним и тем же инструментом можно нарезать колеса данного модуля с разным числом зубьев, причем на зубодолбежных станках изготавливают зубчатые колеса как с внешними, так и с внутренними зубьями.

К достоинствам метода обкатки относятся высокая производительность и большая степень автоматизации процесса, универсальность инструмента, относительная простота его заточки, возможность получения наивыгоднейшей формы зуба нарезанием со смещением инструмента.

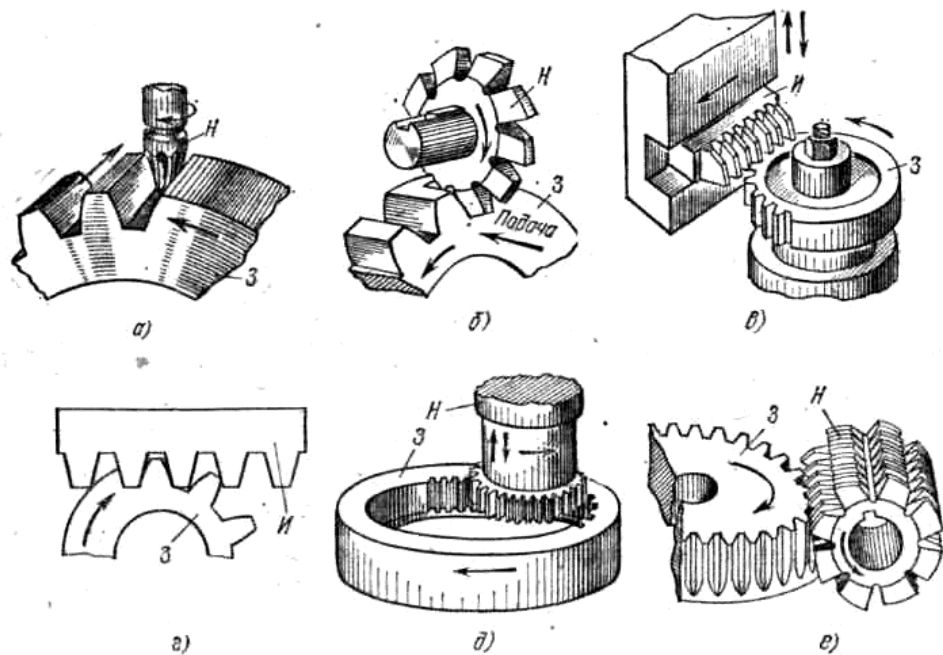


Рисунок 3.13- Методы нарезания зубчатых колес

Конструкция колес. При изучении принципов конструирования зубчатых передач основной целью является усвоение методики определения формы и основных параметров колес по условиям работоспособности и эксплуатации. Достижение указанной цели возможно при решении следующих задач:

- а) выбор оптимальных материалов колес и определение допускаемых механических характеристик;
- б) расчет размеров колес по условиям контактной и изгибной прочности;

в) разработка конструкции зубчатых колес.

Зубчатые передачи являются типовыми преобразователями, для которых разработано достаточно много обоснованных конструктивных оптимальных вариантов. Обобщающая схема конструкции зубчатого колеса может быть представлена как сочетание трех основных конструктивных элементов: зубчатого венца, ступицы и центрального диска (рисунок 3.14, а). Форму и размеры зубчатого колеса определяют в зависимости от числа зубьев, модуля, диаметра вала, а также от материала и технологии изготовления колес.

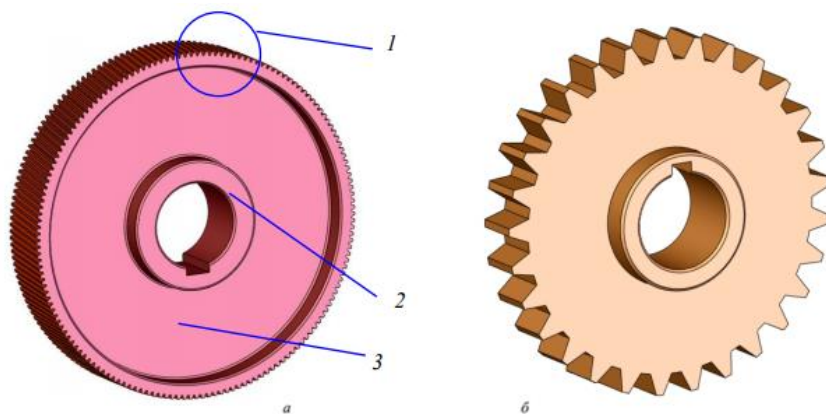


Рисунок 3.14- Обобщающая схема конструкции зубчатого колеса (а),

На рисунке 3.15 показаны примеры конструкций зубчатых колес механизмов. Размеры колес рекомендуется брать в соответствии с указаниями ГОСТ 13733–77.

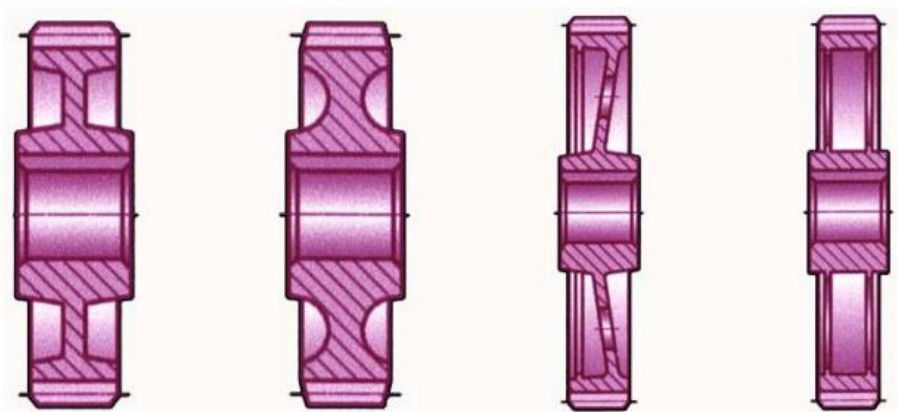


Рисунок 3.15- Конструкция зубчатых колес

На рисунок 3.14, а показаны конструктивные элементы колеса. Зубчатый венец 1 представляет собой цилиндрическое кольцо, на поверхности которого снаружи или внутри (для внутреннего зацепления) нарезаны зубья. Толщина обода зубчатого венца без учета высоты зуба принимается равной 2,5–4 мм. Диаметры зубчатого венца и его ширина определяются расчетами

по условиям работоспособности. В центре колеса обычно выполняется ступица в виде цилиндрической втулки 2. Ступица может быть одно- и двухсторонней. Она предназначена для установки колеса на валу и соединена с ним с помощью шпонок, шлицов или штифтов. Кроме этого ступица обеспечивает параллельность осей зуба и вала и с этой целью выполняется достаточно длинной. Рекомендуемые диаметр $d_{ст}$ и длина $l_{ст}$ ступицы:

$$d_{ст} = (1,6-2) d_b;$$

$$l_{ст} = (1-2) d_b \geq b + (0,6-0,7) d_b,$$

где d_b – диаметр вала, b – ширина зубчатого венца.

При закреплении колеса с помощью штифта длина ступицы должна быть больше ширины колеса на три диаметра штифта $d_{ш}$. Объединяет зубчатый венец и ступицу центральный диск 3 толщиной $S = (0,3-0,5)b$. Если размер центрального диска больше 14 мм, то в диске выполняются отверстия для уменьшения массы. Для зубчатых колес при $(d_f - d_b) < 20$ мм центральный диск не выполняется – зубчатый венец непосредственно переходит в ступицу (рисунок 3.14,б). Узкие зубчатые колеса выполняют без ступицы (рисунок 3.14, а) и укрепляют с помощью винтов к торцевой поверхности вала. Если $(d_f - d_b) < 2,5m$, то колесо выполняется как вал-шестерня (рисунок 3.14, б), т. е. совместно с валом.

Материалы для изготовления зубчатых колес применяются разнообразные. Учитывая, что меньшее зубчатое колесо (шестерня или триб) делает обычно больше оборотов и его зубья тоньше у основания, рекомендуется применять разные материалы для обоих колес: обычно механические характеристики материала шестерни больше, чем у колеса. Наиболее часто зубчатые колеса изготавливаются из конструкционных сталей марок 35, 40, 45, 50, легированных сталей 20Х, 50Г, 40Х, 45ХН. Применение таких сталей после соответствующей термообработки позволяет получать высокую твердость поверхностей зубьев при большой прочности и вязкости сердцевины. Обычно применяются три вида термической и химикотермической обработки: улучшение до твердости $HRC \leq 35$; закалка ТВЧ до $HRC \leq 50$, цементация до $HRC > 50$. Кроме сталей для изготовления колес применяют бронзы (БрОФ10-1, БрАЖ9-4, БрАМ9-2), латуни (ЛС59-1, ЛК80-3л), сплавы алюминия (Д16Т, Д16М), пластмассы (текстолит ПТК, капрон, полиамид П-68). Бронзовые и пластмассовые колеса обычно работают в паре со стальными.

3.4.3. Основные кинематические и геометрические соотношения в цилиндрических передачах

На рисунке 3.16 изображены шестерня с числом зубьев z_1 , находящаяся в зацеплении с зубчатым колесом, имеющим число зубьев z_2 . Окружности диаметров d_1 и d_2 касаются друг друга в полюсе Р зацепления и перекатываются друг по другу без скольжения. Эти окружности называются начальными. Диаметры d_1 и d_2 называются диаметрами начальных окружностей.

Согласно рисунку 3.16 межосевое расстояние равно $a_w = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$

Если это расстояние увеличить, но так, чтобы зубья не выходили из зацепления, то без скольжения будут перекатываться окружности уже больших диаметров. Таким образом, у сопряженных колес начальных окружностей и их диаметров может быть сколько угодно, а у отдельно взятых колес они не существуют.

В процессе нарезания зубьев колеса зуборезной рейкой с прямобочным профилем и постоянным шагом одна из окружностей колеса катится без скольжения по одной из прямых рейки. Следовательно, шаг от этой окружности равен шагу рейки, а сама окружность получила название делительной. Диаметр d_o окружности называется диаметром делительной окружности и является величиной постоянной, так как шаг рейки постоянен.

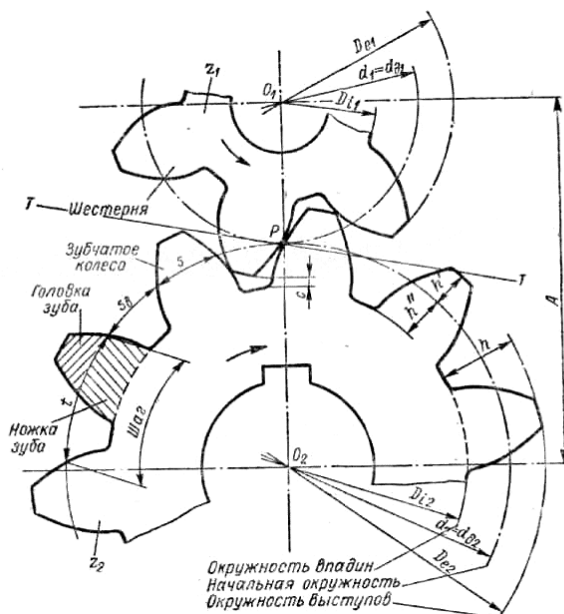


Рисунок 3.16- Зубчатое зацепление

Окружности начальные и делительные могут совпадать, как это показано на рисунке 1. Имея связь между длиной окружности, шагом и числом

зубьев, можно написать выражение для определения делительных диаметров

$$d_{o1} = \frac{t}{\pi} z_1 \text{ и } d_{o2} = \frac{t}{\pi} z_2$$

Частное от деления $\frac{t}{\pi}$ называют модулем зубчатого зацепления и обозначают буквой m . Модуль m всегда выражается в миллиметрах.

Модуль показывает, сколько единиц длины (миллиметров) приходится на один зуб по диаметру делительной окружности. Использование модуля зацепления при определении основных размеров зубчатых колёс упрощает расчеты, исключая иррациональное число π . Модуль является стандартным.

Окружности d_{f1} и d_{f2} , ограничивающие глубину впадин зубьев, называют окружностями впадин.

Окружности d_{a1} и d_{a2} , ограничивающие высоту зубьев, называют окружностями выступов.

Расстояние s , измеренное по делительной окружности между разноименными сторонами одного и того же зуба, называют толщиной зуба.

Расстояние s_e , измеренное по делительной окружности между разноименными сторонами двух соседних зубьев, называют шириной впадины.

Толщину зубьев s делают несколько меньше ширины впадин s_e в зависимости от точности изготовления передачи.

Расстояние h'' , измеренное по радиусу между окружностями начальной и впадин, называют высотой ножки зуба.

Расстояние h' , измеренное по радиусу между окружностями впадин и выступов, называют высотой зуба.

Расстояние C , измеренное между окружностью выступов зачатого колеса и окружностью впадин сопряженной с ним шестёрни, называют радиальным зазором.

Образование зазора между зубьями исключает их заклинивание и позволяет возникнуть масляному слою между зубьями работающей передачи.

На рисунке 3.16 видно, что, в случае совпадения начальных и делительных окружностей диаметры окружностей равны:

- вершин зубьев $d_{a1(2)} = d_1 \pm 2m$;

- ножек зубьев $d_{f1(2)} = d_1 \mp 2,5m$.

Силовые и кинематические параметры валов привода

$$P_{j+1} = P_j \eta, \text{ кВт};$$

$$n_{j+1} = n_j / u_j, \text{ мин}^{-1};$$

$$T_{j+1} = 9550 P_j / n_j, \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Силы в зацеплении определяют в полюсе зацепления (см. рисунок 3.17). На шестерню действует вращающий момент T_1 , который создает распределенную по контактным линиям зуба колеса нагрузку. Эту нагрузку заменяют равнодействующей силой \bar{F}_n , направленной по линии зацепления nn и приложенной в полюсе P . Силами трения в зацеплении пренебрегают, так как они малы. Силу \bar{F}_n раскладывают на **окружную** \bar{F}_t и **радиальную** \bar{F}_r :

$$F_t = F_n \cos \alpha_w = \frac{2T_2}{d_2} ;$$

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w .$$

На ведомом колесе направление силы \bar{F}_t совпадает с направлением вращения, а на ведущем - противоположно ему, т. е. силы на ведущем и ведомом колесах всегда направлены против действия соответствующих моментов. Радиальные силы \bar{F}_r направлены к осям вращения колес и создают «распор» в передаче с внешним зацеплением. У колес с внутренним зацеплением вектор радиальных усилий направлен от центра зубчатого колеса.

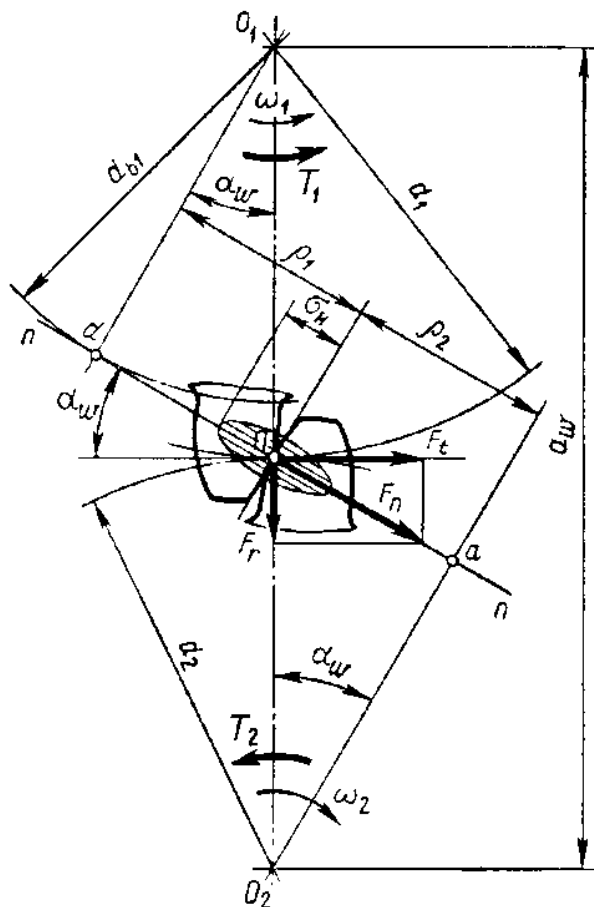


Рисунок 3.17-Силы в зацеплении прямозубой цилиндрической передаче

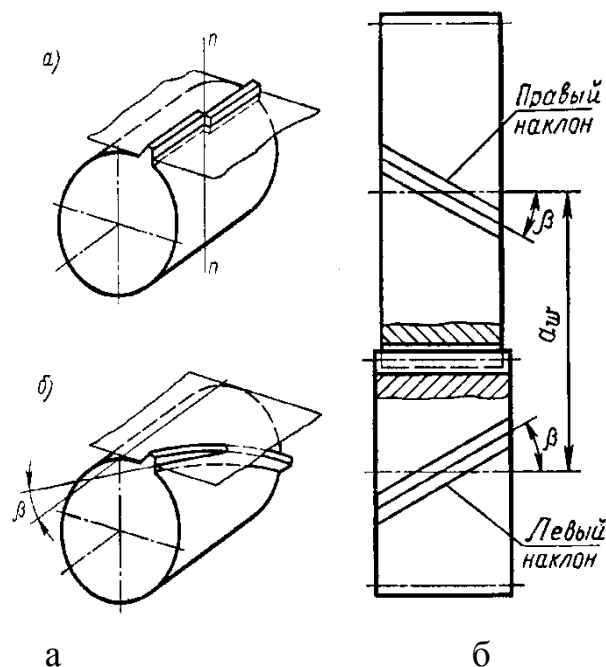


Рисунок 3.18- Косозубая цилиндрическая передача

Косозубая передача. Рассечем мысленно прямозубое колесо на две части средней плоскостью nn , перпендикулярной оси колеса, и сдвинем каждую половину относительно другой на один и тот же угол (рисунок 3.18, а); получим двухступенчатое колесо. Работа передачи с такими колесами будет более плавной. Если увеличить число ступеней до бесконечности, то получим колесо с винтовыми или косыми зубьями с некоторым углом наклона линий зуба β (рисунок 3.18, б). Два сопряженных колеса должны иметь равные углы β , при этом на одном колесе линия зуба должна быть правой, а на другом — левой (рисунок 3.18). При работе такой передачи зубья входят в зацепление не сразу по всей длине, как в прямозубой, а постепенно; передаваемая нагрузка распределяется на несколько зубьев. В результате по сравнению с прямозубой повышается нагрузочная способность, увеличивается плавность работы передачи и уменьшается шум. Поэтому косозубые передачи имеют преимущественное распространение.

С увеличением угла наклона β линии зуба плавность зацепления и нагрузочная способность передачи увеличиваются, но при этом увеличивается и осевая сила \bar{F}_a , что нежелательно. Поэтому в косозубых передачах принимают угол $\beta = 7...20^\circ$.

Основные геометрические размеры зависят от модуля и числа зубьев. При расчете косозубых колес учитывают два шага (рисунок 3.19):

1. нормальный шаг зубьев P_n - в нормальном сечении nn

2. окружной шаг p_t - в торцовом сечении tt при этом

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}$$

Соответственно шагам имеем два модуля зубьев: $m_t = \frac{p_t}{\pi}$ и $m_n = \frac{p_n}{\pi}$ при

этом $m_t = \frac{m_n}{\cos \beta},$

где m_t и m_n — окружной и нормальный модули зубьев.

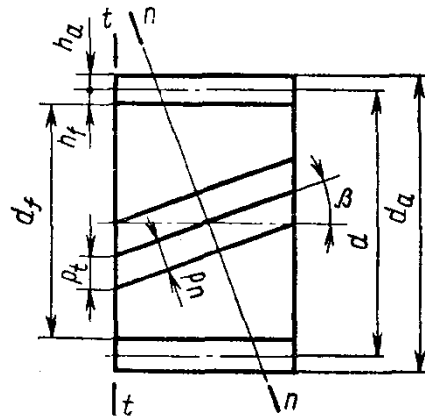


Рисунок 3.19- Модуль в косозубой цилиндрической передаче

За расчетный принимают модуль m_n , значение которого должно соответствовать стандартному. Это объясняется следующим. Для нарезания косых зубьев используют инструмент того же профиля, что и для нарезания прямых. Наклон зуба образуют соответствующим поворотом инструмента относительно заготовки на угол β . Поэтому профиль косого зуба в нормальном сечении совпадает с профилем прямого зуба; следовательно, $m_n = m$.

$$d = d_w = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}$$

Диаметры делительный и начальный

Диаметры вершин и впадин зубьев $d_a = d + 2m_n$; $d_f = d - 2,5m_n$

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_1(u+1)}{2} = \frac{m_n z_1(u+1)}{2 \cos \beta} = \frac{m_t(z_1 + z_2)}{2}$$

Межосевое расстояние

Эквивалентное колесо. Профиль зуба, его размеры и форму определяют в нормальном сечении. Форму зуба в нормальном сечении принято определять через параметры **эквивалентного** прямозубого колеса (рисунок 3.20). Нормальное к линии зуба сечение nn делительного цилиндра имеет форму эллипса.

Делительный цилиндр - соосная цилиндрическая поверхность эвольвентного цилиндрического зубчатого колеса, торцовое сечение которой является делительной окружностью.

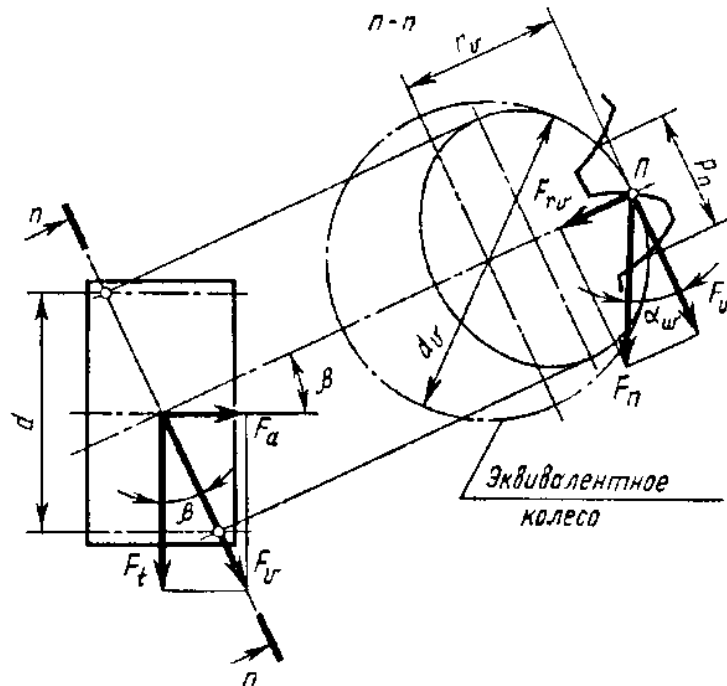


Рисунок 3.20- Параметры *эквивалентного* прямозубого колеса

Радиус кривизны эллипса при зацеплении зубьев в полюсе

$$r_v = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}$$

Профиль зуба в этом сечении достаточно близко совпадает с профилем приведенного прямозубого колеса, называемого эквивалентным, делительный диаметр которого

$$d_v = 2r_v = \frac{d}{\cos^2 \beta}$$

Эквивалентное число зубьев

$$z_v = \frac{d_v}{m_n} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{m_t z}{m_t \cos^3 \beta} \quad \text{или} \quad z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta},$$

где z - действительное число зубьев косозубого колеса.

Увеличение z_v с увеличением β - одна из причин повышения прочности косозубых передач.

Силы в зацеплении определяют в полюсе зацепления Π (рисунок 3.20). Сила \bar{F}_n , действующая на зуб косозубого колеса, направлена по нормали к профилю зуба, т. е. по линии зацепления эквивалентного прямозубого колеса

и составляет угол α_w с касательной к эллипсу. Разложим эту силу на две составляющие: окружную силу на эквивалентном колесе $F_v = F_n \cos \alpha_w$ и радиальную силу на этом колесе $F_{rv} = F_v \operatorname{tg} \alpha_w$.

Переходя от эквивалентного к косозубому колесу, заметим, что сила \bar{F}_{rv} является радиальной силой \bar{F}_r и для этого колеса, т. е. $F_r = F_v \operatorname{tg} \alpha_w$, а сила \bar{F}_v расположена в плоскости, касательной к начальному цилиндру, и составляет угол β с осью колеса. Разложим силу \bar{F}_v на две составляющие:

окружную силу $F_t = F_v \cos \beta$ и **осевую** силу $F_a = F_v \sin \beta$.

Окружную силу определяют по передаваемому моменту и диаметру де-

лительной окружности зубчатого колеса $F_t = \frac{2T_2}{d_2}$, тогда из формулы $F_v = \frac{F_t}{\cos \beta}$.

Окончательно получим:

радиальную силу $F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta}$ и **осевую** силу $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta$.

На зубья шестерни и колеса действуют одинаковые, но противоположно направленные силы. При определении их направления учитывают направление вращения колес и направление наклона линии зубьев β . При правом наклоне зубьев \bar{F}_a направлена вправо, при левом – влево.

Наличие в зацеплении осевой силы, которая дополнительно нагружает валы и подшипники, является недостатком косозубых передач.

Шевронная передача. Для того чтобы исключить недостаток косозубых передач (осевую силу \bar{F}_a) и сохранить их преимущества, применяют шевронные передачи. Шевронное колесо - сдвоенное косозубое колесо, выполненное как одно целое. Каждая половина колеса нарезана со встречным углом наклона β линии зуба (рисунок 3.21). Вследствие разного направле-

ния линии зубьев на полушевронах осевые силы $\frac{F_a}{2}$ взаимно уравниваются на колесе и на валы и подшипники не передаются. Это позволяет принимать у шевронных колес угол $\beta = 25...40^\circ$, что повышает нагрузочную способность передачи и плавность работы.

Шевронные колеса изготавливают с дорожкой в середине колеса для выхода режущего инструмента — червячной фрезы (см. рисунок 3.21) (ширина a дорожки зависит от модуля зубьев, обычно $a = (10...15)m$) или без дорожки — пальцевой фрезой крупного модуля или специальными долбьяками. Колеса без дорожки нарезают на специальных малопроизводительных и дорогих станках, поэтому их применяют реже, чем колеса с дорожкой.

Шевронные передачи применяют в высоконагруженных быстроходных передачах. Их недостаток — высокая стоимость изготовления. Геометрический и прочностный расчеты их подобны расчетам косозубой передачи.

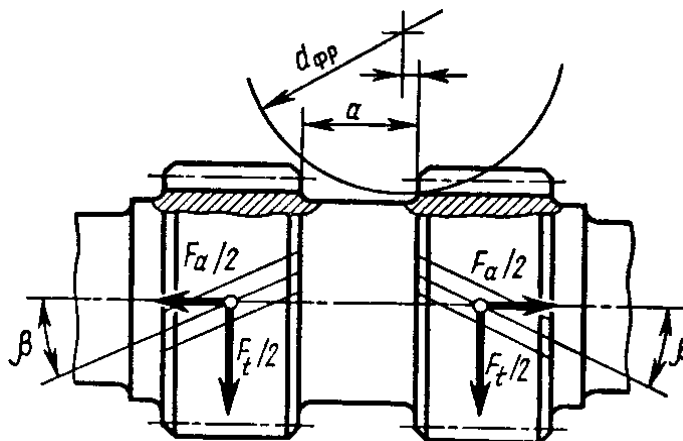


Рисунок 3.21- Силы зацеплении шевронной передачи

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.4.4. Конические передачи. Расчет конических зубчатых передач

Конические зубчатые передачи предназначены для передачи механической энергии между валами с пересекающимися осями под углом Σ (рисунок 3.22).

Наибольшее распространение имеют ортогональные ($\Sigma = 90^\circ$) передачи.

Конические передачи могут быть прямозубые (рисунок 2) и с круговыми зубьями.

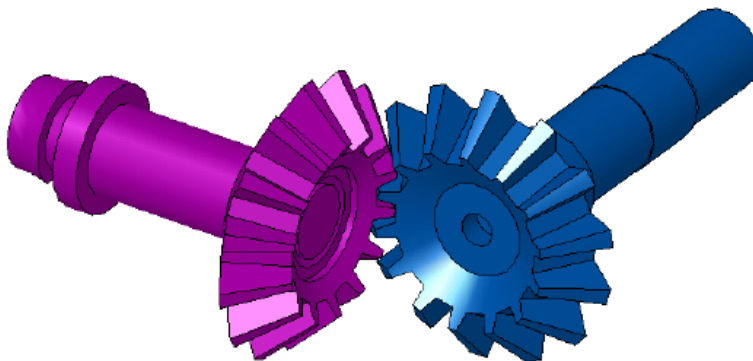


Рисунок 3.22- Коническая передача

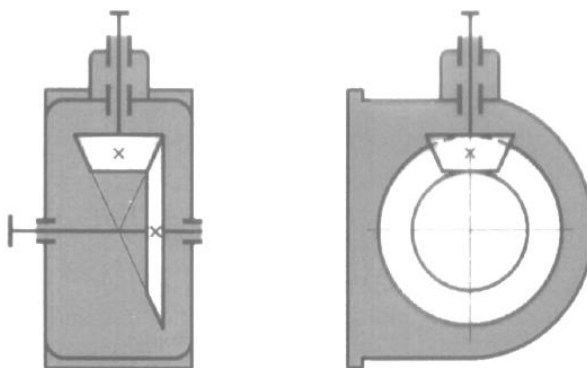


Рисунок 3.23-Коническая передача прямозубая (а) и с круговыми зубьями

Разновидностью конических передач являются гипоидные передачи, у которых оси вращения колес не пересекаются, а перекрещиваются.

Достоинства конических передач – возможность передачи механической энергии между валами с пересекающимися валами.

Недостатки конических передач:

1. Меньшая нагрузочная способность. По опытным данным, она меньше нагрузочной способности передач цилиндрическими колесами до 20 %.
2. Пересечение валов затрудняет расположение опор. Одно из конических колес (как правило, шестерню) располагают консольно, при этом увеличивается неравномерность распределения нагрузки по длине зуба, что приводит к снижению нагрузочной способности;

3. Необходимость регулирования зацепления в передаче;
4. Большая сложность изготовления;
5. Большие нагрузки на опоры из-за значительных осевых нагрузок.

Особенности геометрии зубьев и колес

Линии пересечения боковых поверхностей зубьев с делительной конической поверхностью называют *линией зубьев*.

В зависимости от формы линии зуба различают конические передачи с прямыми зубьями (рисунок 3.24, *а*), у которых линии зубьев проходят через вершину делительного конуса, с тангенциальными (рисунок 3.24, *б*) и с круговыми зубьями (рисунок 3.24, *в*).

Конические колеса с круговыми зубьями характеризуют наклоном зуба в среднем сечении по ширине зубчатого венца. Угол наклона β_m – острый угол между касательной в данной точке к линии зуба и образующей делительного конуса.

Передачи с прямыми зубьями имеют начальный линейный контакт в зацеплении, передачи с круговыми зубьями – точечный.

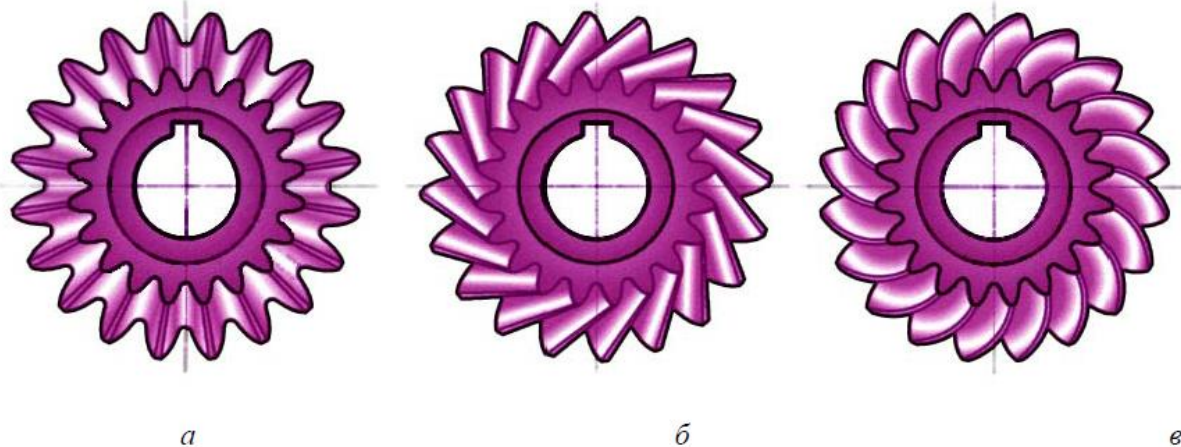


Рисунок 3.24- Конические передачи в зависимости от формы линии зуба

Угол наклона для передач с прямым зубом составляет $\beta_m = 0^\circ$, для передач с круговым зубом принимают $\beta_m = 35^\circ$. Наличие наклона зуба повышает плавность работы, контактную прочность и прочность на изгиб, но увеличивает нагрузки на опоры и валы.

Конические колеса с круговыми зубьями обладают большой несущей способностью, работают с меньшим шумом по сравнению с прямозубыми. Для повышения износостойкости и сопротивления зубьев заеданию смещение исходного контура выравнивают удельные скольжения в граничных точках зацепления. Шестерню и колесо выполняют с одинаковыми значениями смещений, но с разными знаками: шестерню – с положительным смещением, а колесо – с отрицательным.

Основные геометрические параметры зацепления конического колеса приведены на рисунке 3.25. Это углы делительного конуса δ_1 и δ_2 ; внешнее конусное расстояние R_e – длина отрезка образующей делительного конуса от его вершины до внешнего торца; R_m – среднее конусное расстояние; b – ширина венца зубчатого колеса, ограниченного двумя дополнительными конусами – внешним и внутренним.

Пересечение делительных конусов с дополнительными конусами определяют диаметры делительных окружностей конического зубчатого колеса.

Различают внешний d_e и средний d_m делительные диаметры.

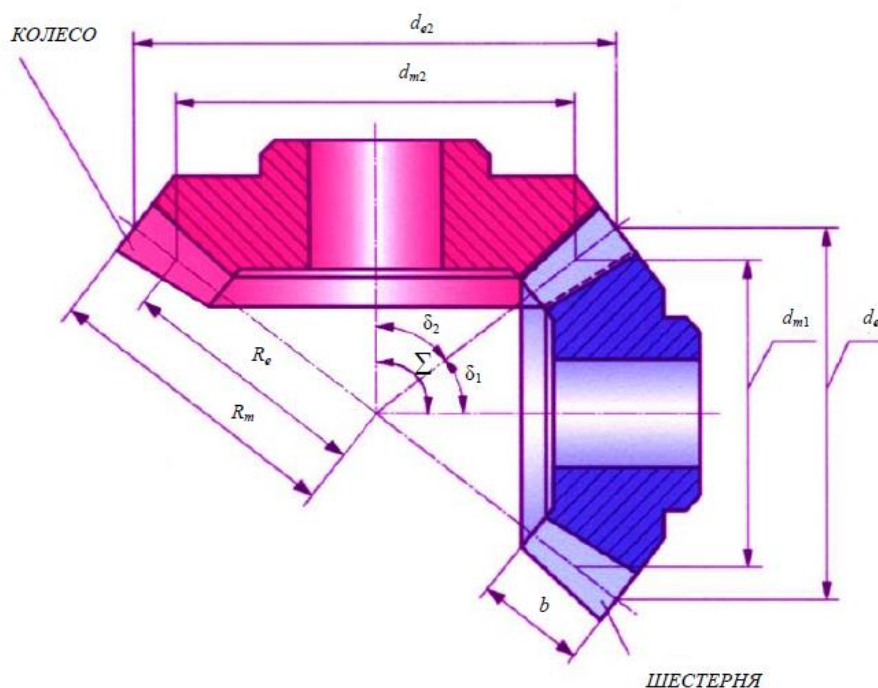


Рисунок 3.25 - Основные геометрические параметры зацепления конического колеса

Передаточное число (мгновенное передаточное отношение) конической передачи вычисляют по формуле:

$$i = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{d_{m2}}{d_{m1}} = \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta_1} = \frac{Z_2}{Z_1},$$

где d_{e1} , d_{e2} , d_{m1} , d_{m2} и δ_1 , δ_2 – соответственно внешние, средние делительные диаметры и углы делительных конусов шестерни и колеса; Z_1 и Z_2 – число зубьев шестерни и колеса.

Для конической прямозубой передачи рекомендуют значение i до 3,15; при колесах с круговыми зубьями – до 6,3.

Осевая форма зуба. Зубья конических колес в зависимости от изменения размеров их нормальных сечений по длине выполняют трех осевых форм (рисунок 3.26):

осевая форма I – нормально понижающиеся зубья (рисунок 4, а). Вершины делительного конуса и конуса впадин совпадают, высота ножки зуба пропорциональна конусному расстоянию. Применяют для прямых зубьев,

а также ограниченно для круговых при $m \geq 2$ мм и $\sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} = 20-50$;

осевая форма II – нормально сужающиеся зубья (рисунок 3.26, б). Вершина конуса впадин расположена так, что ширина дна впадины колеса постоянна, а толщина зуба по делительному конусу пропорциональна конусному расстоянию. Эта форма обеспечивает оптимальную прочность на изгиб во всех сечениях, позволяет одним инструментом обрабатывать сразу обе поверхности зубьев колеса, что повышает производительность при нарезании зубчатых колес. Является основной для колес с круговыми зубьями. Применяют в массовом производстве;

осевая форма III – разновысокие зубья (рисунок 3.26, в). Образующие конусов делительного, впадин и вершин параллельны. Высота зубьев постоянна по всей длине. Применяют для неортогональных передач с межосевым углом

$\Sigma < 40^\circ$ и круговыми зубьями при $\sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} \geq 60$.

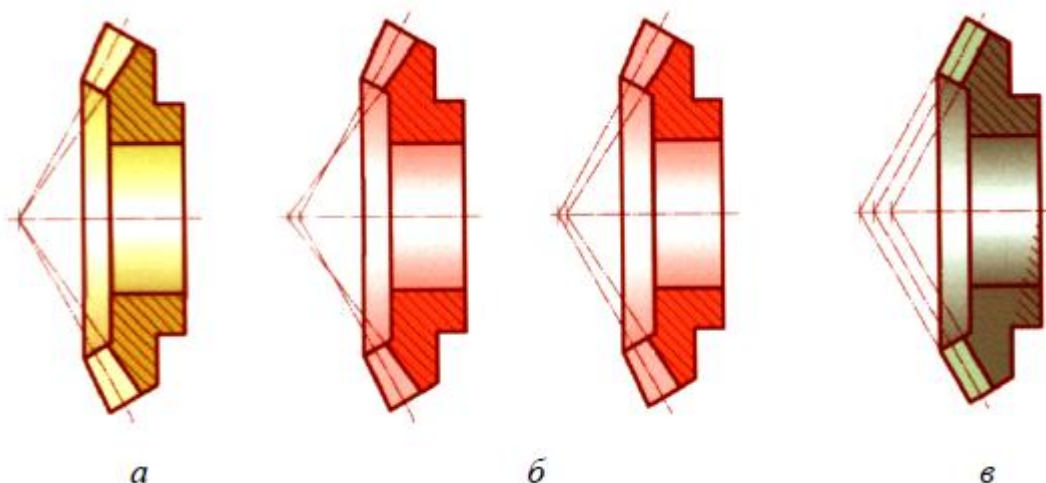


Рисунок 3.26- Осевая форма зубьев конической передачи

Основные геометрические соотношения. В конических зубчатых колесах с осевыми формами I и II высота зуба, h_a следовательно, и модуль зацепления увеличиваются от внутреннего к внешнему дополнительному конусу (рисунок 3.25 а, б). Для удобства измерения размеры конических колес принято определять по внешнему торцу зуба.

Максимальный модуль зубьев – внешний окружной модуль m_{te} получают на внешнем торце колеса.

Ниже приведены основные геометрические соотношения для конических зубчатых передач (рисунок 3.25).

Внешние делительные диаметры шестерни и колеса:

$$d_{e1} = m_{te}Z_1, \quad d_{e2} = m_{te}Z_2.$$

Внешнее конусное расстояние

$$R_e = \sqrt{(0,5d_{e1})^2 + (0,5d_{e2})^2} = 0,5d_{e1}\sqrt{1+i^2}.$$

Ширина зубчатого венца: $b = KbeR_e$. Для большинства конических передач коэффициент ширины зубчатого венца $Kbe = 0,285$. Тогда

$$b = 0,285 \cdot 0,5d_{e1}\sqrt{1+i^2} = 0,143d_{e1}\sqrt{1+i^2}.$$

Среднее конусное расстояние

$$R_m = R_e - 0,5d = R_e - 0,5 \cdot 0,285R_e = 0,857R_e.$$

Тогда средний делительный диаметр шестерни

$$d_{m1} = d_{e1} \frac{R_m}{R_e} = 0,857d_{e1}.$$

Модуль окружной в среднем сечении $m_{tm} = 0,857m_{te}$.

Модуль нормальный в среднем сечении для кругового зуба ($\beta_m = 35^\circ$)

$$m_n = m_{tm} \cos \beta_m \approx 0,702m_{te}.$$

Углы делительных конусов

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{i}, \quad \delta_2 = 90^\circ - \delta_1.$$

Для конических зубчатых колес с прямыми зубьями в качестве расчетного принимают внешний окружной модуль m_{te} , для конических зубчатых колес с круговыми зубьями – средний нормальный модуль m_n в середине зубчатого венца.

Одной и той же зуборезной головкой можно нарезать конические колеса с модулями, изменяющимися в некотором непрерывном диапазоне. Поэтому допускается использовать нестандартные значения модуля.

Усилия в зацеплении

В конической передаче местом приложения силы F_n (рисунок 3.27), действующей перпендикулярно поверхности зуба, считают сечение на середине ширины зубчатого венца.

Силу F_n раскладывают на составляющие: F_t , F_r и F_a .

$$F_{t1} = \frac{2T_1 \cdot 10^3}{d_{m1}},$$

Окружная сила F_{t1} на шестерне

где T_1 – вращающий момент, Н · м; d_{m1} – средний делительный диаметр, мм. В прямозубой передаче для определения составляющих запишем промежуточное выражение ($\alpha_w = 20^\circ$ – угол зацепления)

$$R = F_t \operatorname{tg} \alpha_w.$$

Радиальная сила на шестерне

$$F_{r1} = R \cos \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cdot \cos \delta_1.$$

Осевая сила на шестерне

$$F_{a1} = R \sin \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cdot \sin \delta_1.$$

Силы на колесе (рисунок 6):

$$F_{r2} = F_{a1}, \quad F_{a2} = F_{r1}.$$

В передаче с круговым зубом во избежание заклинивания зубьев при значительных зазорах в подшипниках необходимо обеспечить направление осевой силы F_{a1} на ведущей шестерне к основанию делительного конуса. Для этого направление вращения ведущей шестерни (если смотреть со стороны вершины делительного конуса) и направление наклона зубьев должны совпадать. Шестерня вращается против часовой стрелки, т. е. влево, и зуб шестерни левый.

В передаче с круговым зубом при соблюдении этого условия: радиальная сила на шестерне

$$F_{r1} = \frac{F_t (\operatorname{tg} \alpha_w \cdot \cos \delta_1 - \sin \beta_m \cdot \sin \delta_1)}{\cos \beta_m};$$

осевая сила на шестерне

$$F_{a1} = \frac{F_t (\operatorname{tg} \alpha_w \cdot \sin \delta_1 - \sin \beta_m \cdot \cos \delta_1)}{\cos \beta_m}.$$

Такие же знаки в формулах будут при вращении по часовой стрелке ведущей шестерни с правым зубом.

Силы на колесе:

$$F_{r2} = F_{a1}, \quad F_{a2} = F_{r1}.$$

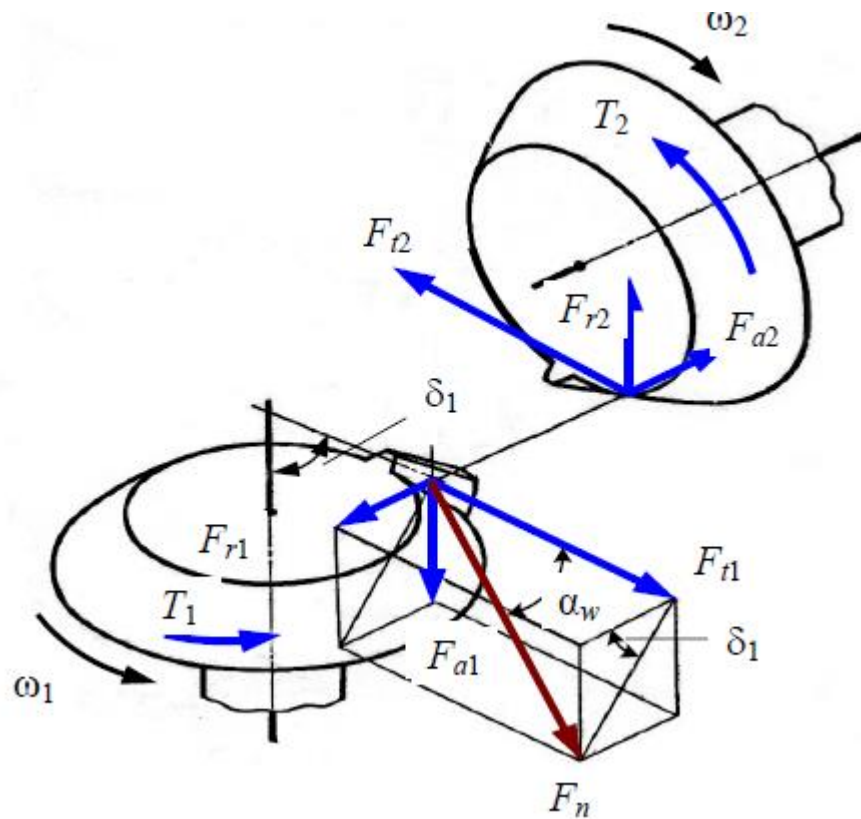


Рисунок 3.27- Силы в зацеплении конической передачи

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.4.5. Виды разрушения зубьев. Критерии работоспособности зубчатых передач

При передаче вращающего момента в зацеплении действует нормальная сила \bar{F}_n и сила трения \bar{R}_f , связанная со скольжением (рисунок 3.28). Под действием этих сил зуб находится в сложном напряженном состоянии. Решающее влияние на его работоспособность оказывают контактные напряжения σ_H и напряжения изгиба σ_F , изменяющиеся во времени по некоторому прерывистому отнулевому циклу. Переменные напряжения являются причиной усталостного разрушения зубьев: излома зубьев от напряжений изгиба и выкрашивания рабочих поверхностей зубьев от контактных напряжений. С контактными напряжениями и трением в зацеплении связаны также износ, заедание и другие виды повреждения поверхностей зубьев.

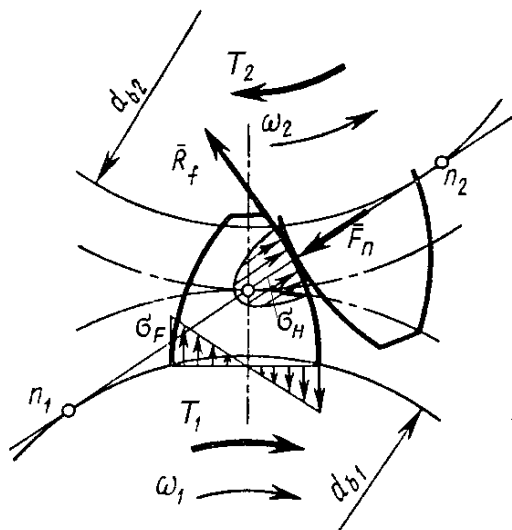


Рисунок 3.28- Силы в зацеплении

Излом зубьев. Различают два вида излома зубьев. Излом от больших перегрузок, а иногда от перекоса валов и неравномерной нагрузки по ширине зубчатого венца (рисунок 3.29,а) и усталостный излом (см. рисунок 3.29,б, поз 1), происходящий от длительного действия переменных напряжений изгиба σ_F , которые вызывают усталость материала зубьев. Усталостные трещины 2 (рисунок 3.29,б) образуются чаще всего у основания зуба (иногда трещина распространяется к вершине зуба) на той стороне, где от изгиба возникают напряжения растяжения. Для предупреждения усталостного излома применяют: колеса с положительным смещением при нарезании зубьев; термообработку; дробеструйный наклеп; жесткие валы, увеличивают модуль и др.

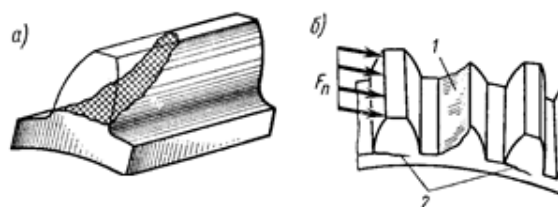


Рисунок 3.29- Излом зубьев

Усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев. Является основным видом разрушения поверхности зубьев для большинства закрытых быстроходных передач, работающих при хорошей смазке. Возникает вследствие длительного действия переменных контактных напряжений σ_H , вызывающих усталость материала зубьев. Выкрашивание обычно начинается вблизи полюсной линии на ножках зубьев (рисунок 3.30), где развивается наибольшая сила трения (нагрузка передается одной парой зубьев), способствующая пластическому течению материала и образованию микротрещин на поверхности зубьев (рисунок 3.31, а). Развитию трещин способствует расклинивающий эффект смазочного материала, который запрессовывается в трещины зубьев при зацеплении (рисунок 3.31, б). Повторяясь, такое действие приводит к откалыванию (выкрашиванию) частиц металла поверхности зубьев (рисунок 3.31, в) и к образованию вначале мелких ямок, переходящих далее в раковины (см. рисунок 3.30). При выкрашивании нарушаются условия образования сплошной масляной пленки, появляется металлический контакт с последующим быстрым износом или задиром поверхности. Для предупреждения усталостного выкрашивания повышают твердость поверхности зубьев и степень их точности, правильно выбирают сорт масла и др.

В передачах, работающих со значительным износом (открытые передачи), выкрашивания не наблюдаются, так как изнашивание поверхностных слоев зубьев происходит раньше, чем появляются усталостные трещины.

Изнашивание зубьев. Является основным видом разрушения зубьев открытых передач, а также закрытых, но недостаточно защищенных от загрязнения абразивными частицами (пыль, песчинки, продукты износа и т. п.). Такие передачи встречаются в сельскохозяйственных, транспортных, грузоподъемных машинах и т. п. По мере изнашивания первоначальный эвольвентный профиль зубьев искажается (рисунок 3.32, а), увеличиваются зазоры в зацеплении, возникают динамические нагрузки и повышенный шум. Прочность изношенного зуба понижается вследствие уменьшения площади поперечного сечения, что может привести к излому зуба. Основные меры предупреждения износа - повышение твердости зубьев, защита от загрязнения и др.

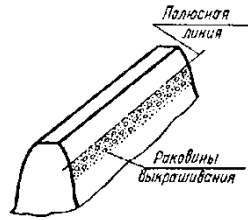


Рисунок 3.30- Усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев

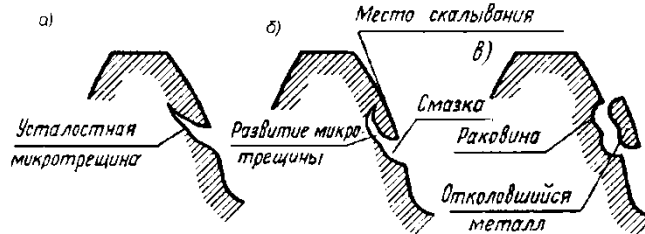


Рисунок 3.31- Изнашивание зубьев

Заедание зубьев происходит преимущественно в высоконагруженных быстроходных передачах. В месте контакта зубьев развиваются высокие давления и температура, масляная пленка разрывается и появляется металлический контакт. Здесь происходит как бы сваривание частиц металла с последующим отрывом их от менее прочной поверхности. Образовавшиеся наросты на зубьях задирают поверхности других зубьев, оставляя на них широкие и глубокие борозды в направлении скольжения (рисунок 3.32, б). Для предупреждения заедания повышают твердость рабочих поверхностей зубьев, применяют противозадирные масла и др.

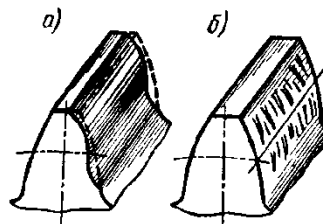


Рисунок 3.32-Изнашивание и заедание зубьев

Так как контактные напряжения являются причиной усталостного разрушения, то **основным критерием работоспособности и расчета закрытых передач является контактная прочность рабочих поверхностей зубьев**. При этом расчет зубьев на изгиб производят как проверочный. В зубчатых передачах при оценке работоспособности используют два условия:

- а) условие контактной прочности поверхности $\sigma_H \leq [\sigma]_H$;
- б) условие объемной прочности при деформации изгиба $\sigma_F \leq [\sigma]_F$.

Условия оптимизации параметров передачи. Стандартная эвольвентная зубчатая передача обеспечивает неразрывность контакта зубьев в процессе работы и постоянное передаточное отношение в пределах допустимой погрешности. Для такой передачи основной критерий работоспособности – обеспечение контактной и изгибной прочности зубьев. Поэтому основная целевая функция оптимизации для закрытых зубчатых передач будет выражена условием контактной прочности поверхности зубьев при допускаемой 20%-ной недогрузке передачи и ее 10%-ной перегрузке, т. е.

$$0,8 \leq \sigma_H / [\sigma]_H \leq 1,1,$$

где σ_H – фактические контактные напряжения на поверхности зуба, Н/мм² ;
 $[\sigma]_H$ – допускаемые контактные напряжения для материала колес.

Такая целевая функция, ввиду невозможности однозначного решения, имеет большое число вариантов. В то же время для зубчатой передачи желательно ввести целый ряд дополнительных условий проектирования и эксплуатации: обеспечение оптимальной изгибной прочности зубьев, минимальных габаритных размеров и массы, стандартного значения модуля и межосевого расстояния, минимального отклонения передаточного отношения, минимального момента инерции передачи и др. Такие дополнительные условия позволяют ввести в расчет дополнительные ограничительные функции и тем самым сократить количество неопределяемых параметров влияния. В рассматриваемой методике введены следующие условия ограничительных функций:

- оптимальная прочность по изгибу зуба:

для шестерни $0,8 \leq \sigma_{Fш} / [\sigma]_{Fш} \leq 0,1,$

для колеса $0,8 \leq \sigma_{Fк} / [\sigma]_{Fк} \leq 1,1;$

- минимальное число зубьев;
- минимальное отклонение передаточного отношения;
- обеспечение стандартных значений модуля и межосевого расстояния;
- снижение до минимума неравномерности распределения нагрузки по длине зуба за счет минимизации ширины венца;
- минимальный угол наклона зубьев из условия торцевого перекрытия;
- минимальная масса и момент инерции колес;
- оптимальные коэффициенты смещения инструмента из условия наибольшей прочности зуба;
- оптимальные твердость и марка материала из условий эксплуатации.

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.4.6. Расчет зубчатых передач на прочность при изгибе

При оценке напряжений изгиба принимают, что зуб ведомого колеса испытывает наибольшие напряжения в начале зацепления, а вся нагрузка передается одной парой зубьев в течение всего периода зацепления. Экспериментальные исследования показывают, что ошибки изготовления, приводящие к расхождению окружных шагов, не компенсируются полностью деформациями зубьев. В результате наиболее нагруженными зубья будут в начале и в конце зацепления.

Расчетную схему зуба можно представить в виде жестко заземленной балки, нагруженной нормальной силой F , приложенной к вершине зуба (рисунк 3.33). Возникающая сила трения $F_{тр}$ между зубьями приводит к отклонению силы нормального давления на угол трения ϕ . Величину силы F' находят по формуле

$$F' = F / \cos \phi$$

Пользуясь приемами схематизации, проведем координатные оси xOz , переместив начало координат из точки пересечения линии действия силы F в точку O на ось симметрии зуба, а ось x направив вдоль нее. Перенесем в точку O силу F и, сложив с силой трения, получим силу F' .

Разложим силу F' на продольную N и поперечную Q составляющие:

$$Q = \frac{F'}{\cos(\alpha - \phi)}; \quad N = \frac{F'}{\sin(\alpha - \phi)}$$

Продольная составляющая N вызывает в зубе деформацию сжатия, а поперечная Q – деформации сдвига и изгиба. Таким образом, зуб испытывает сложную деформацию. Анализ положения опасного сечения зуба показывает, что такое сечение в зубе находится на некотором расстоянии l_x отточки O и имеет ширину зуба в этом месте S_z .

Напряжения сжатия малы по сравнению с напряжениями изгиба. Поэтому суммарные нормальные напряжения в опасном сечении зависят в основном от напряжений изгиба, уменьшенных на величину $\sigma_{сж}$:

$$\sigma_{\Sigma} = \pm \sigma_{из} - \sigma_{сж}$$

Обычно расчет зуба ведут по той стороне зуба, на которой находят растянутые волокна, так как там быстрее появляются усталостные трещины. В этом случае зависимость примет вид

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma_{из} - \sigma_{сж}$$

По ГОСТ 21354–75 напряжения обозначаются также σ_F и именуются для зубчатых передач *напряжениями изгиба*.

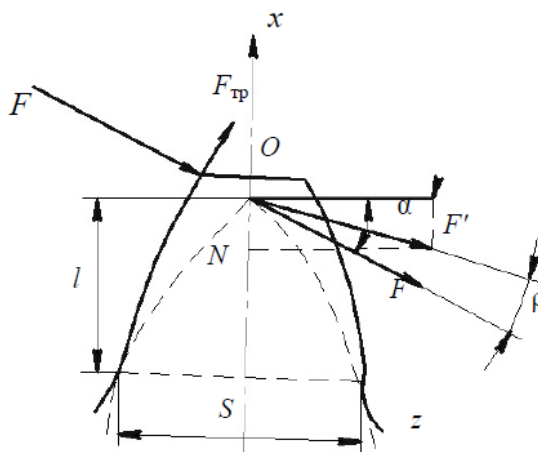


Рисунок 3.33- Расчетная схема зуба

Выразив величину напряжений через нагрузку и характеристики сечения и введя коэффициент нагрузки K_F для компенсации неучтенных других видов напряжений, получим

$$\sigma_F = \frac{F'K_F}{b_w} \left[\frac{6l_x \cos(\alpha - \varphi)}{S_z^2} - \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{S_z^2} \right]$$

Выразив силу F' через окружное усилие F_t , умножим числитель и знаменатель выражения на модуль m . Получим

$$\sigma_F = \frac{F_t K_F}{b_w m} \left[\frac{6l_x m \cos(\alpha - \varphi)}{S_z^2 \cos \alpha \cdot \cos \varphi} - \frac{m \sin(\alpha - \varphi)}{S_z \cos \alpha \cdot \cos \varphi} \right].$$

Выражение в скобках называется *коэффициентом формы зуба* и обозначается через Y_F .

В окончательном виде формула для вычисления напряжений изгиба в зубчатой передаче имеет вид

$$\sigma_F = Y_F Y_\beta \frac{q_i}{m}$$

где Y_β – коэффициент, учитывающий изменение изгибных напряжений в зависимости от угла наклона зуба;

$$Y_\beta = 1 - \beta^0 / 140.$$

Коэффициент формы зуба Y_F зависит от числа зубьев колеса и коэффициента смещения исходного контура. Его величины приведены в таблицах или на графиках в справочной литературе.

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.4.7. Устройство, принцип работы и область применения планетарных и волновых передачи

Планетарная передача. Механизм, в котором имеются зубчатые колеса и геометрическая ось хотя бы одного из них подвижна, называется планетарным, механизмом (планетарной передачей).

На рисунке 3.34 приведены схемы простейших планетарных передач, состоящих из следующих звеньев: двух центральных колес a и b и водила h , несущего сателлиты q . Обычно применяют два-три, а в некоторых случаях и больше сателлитов. В механизмах, показанных на рисунке 3.34, сателлиты q имеют только один зубчатый венец; могут быть сателлиты и с двумя венцами.

Планетарные механизмы могут выполняться как с цилиндрическими колесами внешнего и внутреннего зацепления (рисунок 3.34, а, б), так и с коническими колесами внешнего зацепления (рисунок 3.34, в). В схемах, показанных на рисунок 3.34 а, б, ведущее колесо a передает вращение сателлитам q , которые одновременно находясь в зацеплении с неподвижным колесом b совершают сложное (плоскопараллельное) движение: вращаются вокруг собственных осей обкатываются вокруг центрального (солнечного) колеса a и внутри центрального (колокольного) колеса b . Это движение колес напоминает движение планет, откуда и произошел термин «планетарные передачи».

Из одного и того же механизма посредством последовательной остановки одного из основных звеньев можно получить различные варианты передач. Остановив, например, колесо b , получим широко распространенную планетарную передачу, в которой ведущим и ведомым элементами являются соответственно звенья a и h или h и a (рисунок 3.34, а, б). Остановив колесо a , получим передачу с ведущими и ведомыми звеньями соответственно b и h или h и b (рисунок 3.34, б).

Если оставить свободными все три звена, то одно движение можно разложить на два или наоборот сложить два движения. Например от b к h , от a и h к b и т. д. В этом случае механизм называют дифференциалом или дифференциальной передачей.

На рисунок 3.34, в показан механизм, применяемый в заданных мостах автомобилей (дифференциал).

В кинематических расчетах планетарных механизмов к обозначениям угловой скорости ω добавляют индексы, соответствующие обозначениям вращающихся звеньев. Отношение угловых скоростей вращающихся звеньев называется передаточным отношением и обозначается буквой i с добавлени-

ем внизу двух индексов, соответствующих обозначению вращающихся звеньев и одним индексом вверху, соответствующим неподвижному звену.

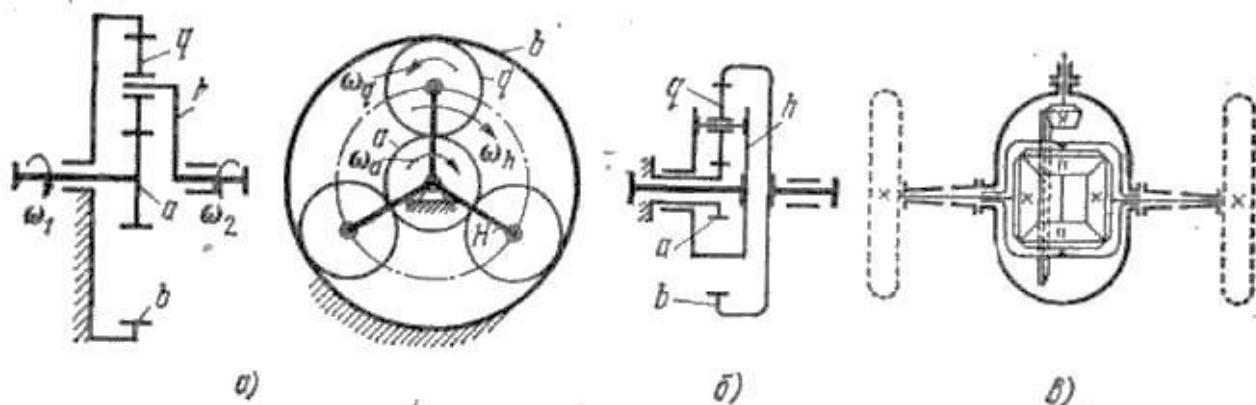


Рисунок 3.34- Планетарная передача

Широкие кинематические возможности планетарной передачи являются одним из основных ее достоинств и позволяют использовать передачу как редуктор с постоянным передаточным отношением, как коробку скоростей, передаточное отношение в которой изменяется путем поочередного торможения различных звеньев и как дифференциальный механизм. Планетарные передачи отличаются от передач с неподвижными осями существенно меньшими габаритами и массой на единицу передаваемой мощности. Переход от простых передач к планетарным позволяет во многих случаях снизить массу в 2...4 раза и более. Это объясняется следующим:

1. Мощность передается по нескольким потокам, число которых равно числу сателлитов. При этом нагрузка на зубья в каждом зацеплении уменьшается в несколько раз.
2. Внутреннее зацепление обладает повышенной нагрузочной способностью.
3. Планетарный принцип позволяет получать большие передаточные отношения (до тысячи) без применения многоступенчатых передач.
4. Нагрузка на опоры мала, так как при симметричном расположении сателлитов силы в передаче взаимно уравниваются. Это снижает потери и упрощает конструкцию опор.

К недостаткам планетарных передач относятся повышенные требования к точности изготовления и монтажа.

Планетарные передачи широко применяют в транспортном машиностроении (самолето- и автомобилестроении), станкостроении, приборостроении и т. д.

Волновая передача

Идею **волновой передачи** рассмотрим на примере работы простейшего одноступенчатого редуктора, представленного на рисунке 3.35. Как и планетарная, волновая передача состоит из трех основных звеньев: жесткого колеса 5 (Ж) с внутренними зубьями; гибкого колеса 4 (Г), представляющего собой упругий тонкостенный стакан с внешними зубьями; гибкое колесо 4 соединено с ведомым валом 6. Третьим звеном является деформатор (генератор волн) h , включающий водило 2, на концах которого смонтированы два шарикоподшипника 3. Водило 2 выполнено заодно с ведущим валом 1, имеющим общую ось с ведомым валом 6.

На обоих колесах нарезаны зубья с одинаковым модулем, число же зубьев неодинаково - у гибкого колеса с числом зубьев $z_г$ на два зуба меньше, чем у жесткого $z_ж$ (разность числа зубьев волновой передачи принимается равной или кратной числу волн $W = z_{ж} - z_г$).

Таким образом, и делительные диаметры колес будут разные. В свободном состоянии колеса находятся в концентричном положении с равномерным зазором между зубьями жесткого и гибкого колес. При установлении внутрь гибкого колеса генератора последний деформирует гибкое колесо в радиальном направлении и, придавая ему форму эллипса, и оно в двух диаметрально противоположных зонах входит в зацепление с жестким колесом. При этом, в двух других зонах, смещенных по окружности на 90° , зубья полностью выходят из зацепления.

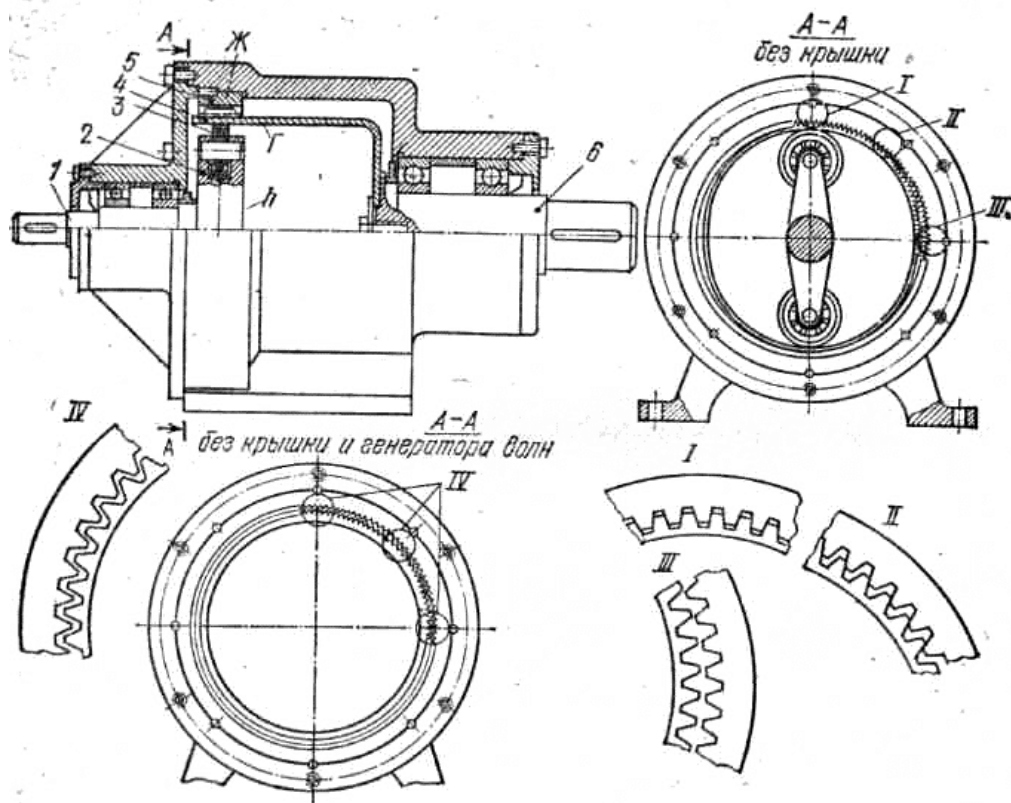


Рисунок 3.35- Волновая передача

Такой генератор называют двухволновым генератором свободной деформации. Двухволновым его называют потому, что при вращении он непрерывно деформирует гибкое колесо, возбуждая в нем две бегущие волны деформации, в вершинах которых происходит зацепление зубчатых колес (поэтому передачу и называют волновой). Название «генератор свободной деформации» связано с тем, что зона опоры гибкого колеса на ролики генератора меньше зоны взаимодействия зубьев. Это обстоятельство приводит к тому, что генератор не обеспечивает требуемой устойчивости расчетной формы деформированного гибкого колеса и при больших угловых скоростях на участках между роликами гибкое колесо ведет себя свободно, не сохраняя запроектированную форму. Поэтому данный тип генераторов в силовых, высокоскоростных и точных волновых передачах применять нецелесообразно.

Большее распространение получили всевозможные разновидности генераторов принудительной деформации. Схематическое изображение такого генератора показано на рисунке 3.36, а. Генератор состоит из профилированного кулачка 1, гибкого подшипника 2, внутреннее колесо которого сопряжено с образующей кулачка, а верхнее — с внутренним диаметром гибкого колеса 3, обеспечивая ему постоянную, наперед заданную форму деформации. Следует заметить, что и эта конструкция не лишена недостатков. Одним из них является требование весьма сложной конструкции гибкого подшипника. Поэтому дальнейшим развитием конструкции механических генераторов принудительной деформации явились дисковые генераторы волн, исключаяющие необходимость применения гибких подшипников. Принципиальная схема дисковых генераторов представлена на рисунке 3, б.

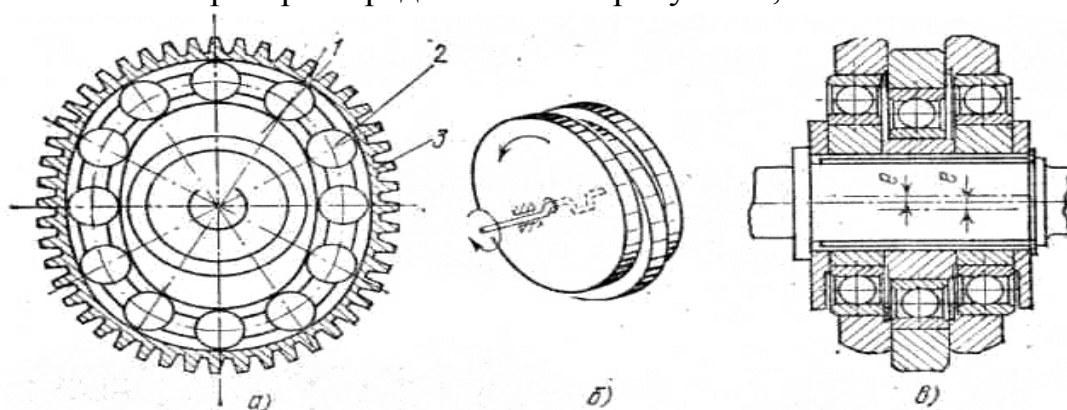


Рисунок 3.36- Генератор принудительной деформации

В описываемой конструкции редуктора ведущим звеном является генератор, а ведомым — гибкое колесо при неподвижном — жестком, т. е. рассматриваются передача типа $h — Ж — Г$.

В одноступенчатых зубчатых волновых передачах передаточное от-

ношение может находиться в диапазоне $i = 50 \dots 1000$.

Этот параметр является основным качественным показателем волновой зубчатой передачи, «выгодно отличающим ее от других зубчатых передач, в том числе и планетарных.

Отметим, кроме того, что в зацеплении у волновой передачи находится одновременно 25...30% от общего числа зубьев пары колес, что обеспечивает высокую кинематическую точность при меньшей (по сравнению с обычными зубчатыми) степени точности изготовления, высокую нагрузочную способность на единицу массы. Тем самым волновая передача наиболее полно удовлетворяет требованию снижения металлоемкости машин. Волновая передача отличается высокой плавностью и бесшумностью в работе. К числу неоспоримых преимуществ волновых передач относится возможность передачи механического движения в герметическое пространство или агрессивную среду.

Конструкции волновых передач не вызывают особых технологических трудностей при их изготовлении.

Лишь недостаточная долговечность гибкого колеса и невозможность получения значений малых передаточных отношений ($i < 50$) препятствуют массовому внедрению этих передач. Как было отмечено, по всем остальным характеристикам волновые передачи выгодно отличаются от других механических передач.

Несмотря на «молодой возраст» волновые передачи (впервые они запатентованы в 1959 г.) применяются в самых различных устройствах: в летательных аппаратах, атомных реакторах, в вакуумных установках, в механизмах приборов с высокой кинематической точностью, в различных механизмах строительной техники и т. д. Несомненно, что рациональное внедрение волновых передач в практику машиностроения и приборостроения несет с собой большую конструктивную и экономическую выгоду.

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

3.6 Червячные передачи

3.6.1. Классификация, устройство и принцип работы червячной передачи

Червячная передача (рисунок 3.37) состоит из червяка 2, т. е. винта с трапецеидальной или близкой к ней по форме резьбой, и червячного колеса 1, т. е. зубчатого колеса с зубьями особой формы, получаемой в результате взаимного огибания с винтами червяка.

Червячные преобразователи предназначены для передачи движения между скрещивающимися осями. При этом проблема повышения нагрузочной способности решается путем увеличения линейного контакта зубьев за счет их особой конструктивной формы.

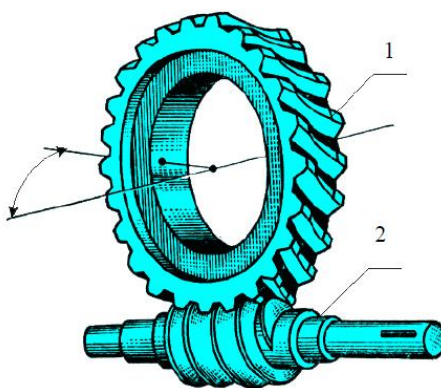


Рисунок 3.37- Червячная передача

В промышленности применяются два вида червяков:

цилиндрический червяк (рисунок 3.38, а), в котором винтовая линия нарезается

на поверхности цилиндра;

глобоидный червяк, имеющий форму глобоида, образованного вращением дуги окружности вокруг червяка (рисунок 3.38,б).

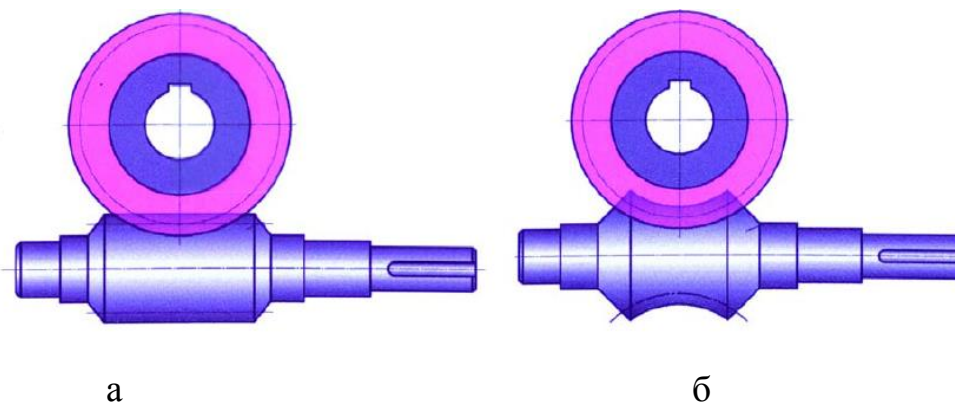


Рисунок 3.38- Виды червяков

Вторым фактором повышения работоспособности является конструктивное исполнение червячного колеса с вогнутым зубом.

Теория червячного зацепления базируется на представлении его в виде плоского реечного зацепления. Поэтому все теоретические предпосылки, разработанные для эвольвентного зубчатого зацепления, справедливы и для червячной передачи. В этом случае червячный преобразователь эквивалентен зубчатому, у которого число зубьев одного колеса равно бесконечности.

Такое колесо превращается в червяк, имеющий в осевом сечении форму зубчатой рейки со стандартным модулем m . Для нормальной работы передачи необходимо равенство осевого шага червяка и окружного шага колеса.

В зависимости от формы-профиля боковой поверхности витков применяются червяки трех типов:

архимедов, имеющий в осевом сечении прямолинейный трапецеидальный профиль с углом $\alpha = 20^\circ$ (рисунок 3.39, а);

конволютный, у которого профиль прямолинеен в сечении, перпендикулярном к витку (рисунок 3.39, б);

эвольвентный с выпуклым эвольвентным профилем в осевом сечении (рисунок 3.39, в).

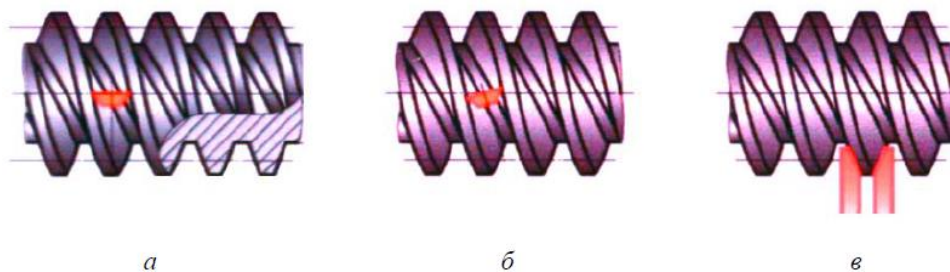


Рисунок 3.39- Типы червяков.

Основными геометрическими параметрами червячной передачи в соответствии с ГОСТ 2144–76 являются:

- 1) число заходов червяка Z_1 – количество винтовых поверхностей, нанесенных на червяке. В практике используются червяки с числом заходов 1, 2, 4;
- 2) осевой модуль mt , величина которого принимается в соответствии со стандартом;
- 3) коэффициент диаметра червяка q , представляющий отношение делительного диаметра к модулю и равный $q = Z_1/\tan \alpha$, где α – угол подъема винтовой линии червяка.

Параметры, определяющие размеры зуба по высоте и толщине, находятся по тем же соотношениям, что для эвольвентного зубчатого зацепления.

Значения величины q стандартизованы и вычисляются в соответствии с модулем в пределах $q = 8\text{--}28$. Проблема увеличения жесткости червяка при малых значениях модуля решается за счет увеличения q . Поэтому при $m < 1$ мм величину q принимают более 15.

Диаметры делительных окружностей червяка и колеса определяются по формулам (рисунок 3.40):

$$d_{w1} = mq; \quad d_{w2} = mZ_2,$$

где Z_2 – число зубьев колеса, определяемое через передаточное отношение;
 $Z_2 = Z_1 i > 28$.

Соответственно межосевое расстояние передачи

$$a_w = (d_{w1} + d_{w2})/2 = m(Z_2 + q)/2.$$

Длина нарезанной части червяка:

при $Z_1 = 1\text{--}2$
$$l_1 \geq (11 + 0,06Z_2)m,$$

при $Z_1 = 3\text{--}4$
$$l_1 \geq (12,5 + 0,09Z_2)m.$$

Условный угол обхвата червяка колесом находят по формуле

$$\sin \gamma = b_2/(d_{a1} - 0,5m),$$

где b_2 – ширина венца червячного колеса:

при $Z_1 = 1\text{--}2$
$$b_2 \leq 0,75da_1,$$

при $Z_1 = 3\text{--}4$
$$b_2 \leq 0,67da_1.$$

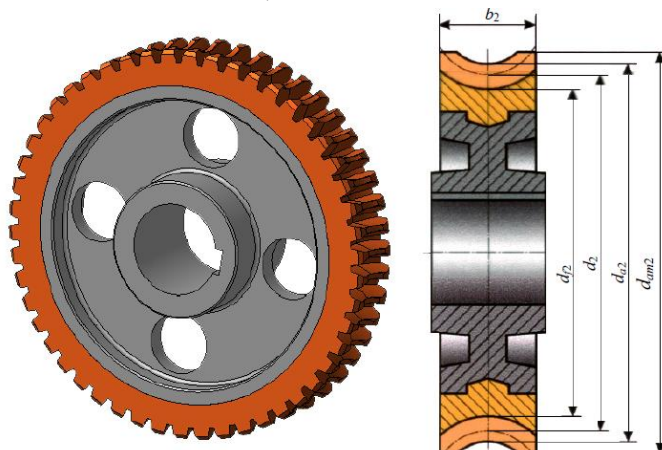


Рисунок 3.40- Червячная передача

Червячные преобразователи при особых условиях являются устройствами необратимыми, т. е. не позволяющими преобразовывать движение от червячного колеса к червяку. Это условие носит название *самоторможения*.

Факторами, влияющими на условие самоторможения, являются угол подъема винтовой линии α и приведенный угол трения ϕ .

Аналитическое выражение условия самоторможения имеет вид

$$\alpha < \phi' = \arctg (f/\cos \alpha)$$

где f – коэффициент трения материалов червяка и колеса.

Увеличение числа заходов червяка ведет к увеличению α и, следовательно, к устранению самоторможения передачи.

При рассмотрении усилий в червячной передаче нормальное к поверхности зуба давление раскладывают на окружную F_t , осевую F_a и радиальную F_r составляющие.

Окружная сила на червяке F_{t1} численно равна осевой силе на колесе F_{a2} и направлена против вращения червяка (рисунок 3.41):

$$F_{t1} = F_{a2} = 2T_1/d_{w1}$$

Окружная сила на колесе F_{t2} численно равна осевой силе на червяке F_{a1} и направлена в сторону вращения колеса:

$$F_{t2} = F_{a1} = 2T_2/d_{w2}.$$

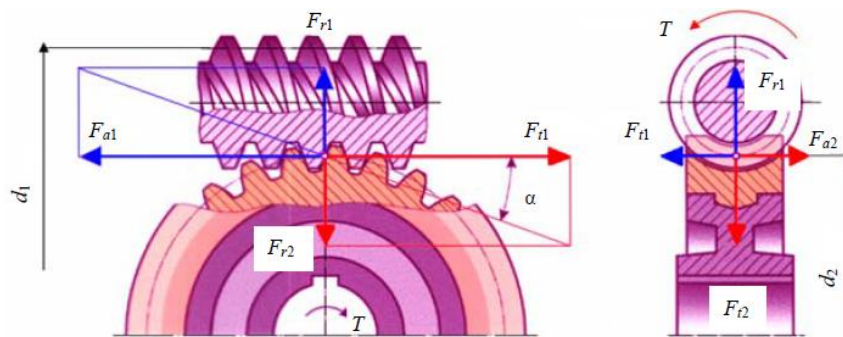


Рисунок 3.41- Силы в зацеплении червячной передачи

Радиальные силы на червяке и колесе равны между собой:

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha.$$

Самый крупный недостаток червячных передач – низкий КПД в связи с большими потерями мощности на трения в зацеплении.

Высокая скорость скольжения профилей, представляющая собой геометрическую разность окружных скоростей червяка и колеса, приводит к значительной работе сил трения.

Коэффициент полезного действия с учетом потерь в опорах определяется по зависимости: $\eta = (0,95-0,96) \operatorname{tg} \alpha / [\operatorname{tg} (\alpha + \phi')]$.

Потерянная энергия трения превращается в теплоту, нагревая передачу. Для обеспечения нормальной работы передачи необходимо, чтобы количество теплоты, выделенное в передаче, не превышало количества теплоты охлаждения, т. е. уравнение теплового баланса имеет вид: $Q_{\text{тр}} = Q_{\text{охл.}}$

Поскольку охлаждение передачи осуществляется через поверхность корпуса, то в ряде случаев при значительной мощности поверхность снабжают охлаждающими ребрами, увеличивающими общую площадь охлаждения

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

3.6.2. Критерии работоспособности и расчет элементов червячной передачи

Условия работоспособности червячной передачи сводятся к обеспечению контактной и изгибной выносливости зубьев червячного колеса и ограничению температуры нагрева передачи.

Контактная выносливость зубьев червячного колеса. Главным критерием в этом случае является отсутствие выкрашивания поверхности зубьев, а также отсутствие заедания и задира рабочих поверхностей зубьев.

Условие контактной выносливости имеет вид

$$\sigma_{H2} \leq [\sigma]_{H2}$$

где σ_{H2} – фактические контактные напряжения на поверхности зубьев червячного колеса; $[\sigma]_{H2}$ – допускаемые контактные напряжения для материала колеса.

При этом обычно устанавливают следующие ограничения в контактном нагружении: не более 10 % перегрузки и 20 % недогрузки передачи;

$$0,8 \leq K_H = \frac{\sigma_{H2}}{[\sigma]_{H2}} \leq 1,1,$$

где K_H – коэффициент контактного нагружения передачи.

Оценка работоспособности червячной передачи, как и зубчатых передач, производится на контактную выносливость при изгибе. При этом расчет на контактную выносливость должен обеспечить отсутствие не только выкрашивания, но и заедания, приводящего к задирам рабочих поверхностей зубьев.

Поскольку витки червяка более прочные, чем зубья колеса, расчеты работоспособности выполняются для червячного колеса. Расчеты по контактными напряжениям основаны на использовании формулы определения напряжений при линейном контакте, имеющей применительно к червячной передаче вид

$$\sigma_H = \frac{1,31}{d_{w2}} \sqrt{\frac{K_H T_2 E_{\text{пр}}}{d_{w1}}} \leq [\sigma]_H,$$

где $E_{\text{пр}}$ – приведенный модуль упругости; K_H – коэффициент нагрузки;

$$K_H = K_{H\beta} K_{H\gamma}.$$

Коэффициент $K_{H\beta}$, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий, зависит от деформации червяка и от характера изменения нагрузки:

$$K_{H\beta} = 1 + (Z_1/\theta)^3 (1 - \chi),$$

где θ – коэффициент деформации червяка; χ – коэффициент режима нагрузки.

Коэффициенты θ и χ определяются по таблицам, приводимым в справочной литературе. Коэффициент динамической нагрузки K_{Hv} зависит от скорости скольжения и точности изготовления передачи и также приведен в справочной литературе.

Так как червячное колесо с целью увеличения износостойкости обычно изготавливается из бронзы, то допускаемое напряжение определяется по зависимости

$$[\sigma]_H = 0,9c_v\sigma_B\sqrt[3]{10^7/N_{HE}},$$

где c_v – коэффициент, зависящий от скорости скольжения $v_{ск}$;

при $v_{ск} \leq 4$, м/с $c_v = 1,42 - 0,1v_{ск}$;

при $v_{ск} > 4$ м/с $c_v = 1,66v_{ск}$

σ_B – предел прочности бронзы; N_{HE} – эквивалентное число циклов нагружения.

При проектных расчетах данное выражение преобразуют относительно межосевого расстояния

$$a_w = \left(\frac{Z_2}{q} + 1\right)\sqrt[3]{(0,463/(Z_2[\sigma]_H/q))^2 T_2 K_H E_{np}}.$$

Точность изготовления червячных передач регламентируется стандартом. В механизмах чаще всего используются передачи, выполненные с 6–8-й степенями точности.

Изгибная выносливость зубьев червячного колеса. Коэффициент изгибного нагружения K_F оценивается величиной отношения фактических напряжений изгиба зуба червячного колеса σ_{F2} к допускаемым изгибным-напряжениям материала колеса $[\sigma]_{F2}$, т. е.

$$K_F = \frac{\sigma_{F2}}{[\sigma]_{F2}} \leq 1,1.$$

Обычно коэффициенты изгибного нагружения имеют значения меньше коэффициента контактного нагружения.

Только в редких случаях для открытых передач при большом числе зубьев колеса ($Z_2 > 80$) может оказаться, что прочность на изгиб недостаточна. Так как обычно контактная выносливость в червячной передаче является определяющей, то проектные расчеты геометрических параметров передачи в программе выполняются через контактную прочность.

Ограничение температуры нагрева передачи. Значительные потери мощности в передаче могут привести к ее недопустимому перегреву. Усло-

вие теплового расчета сводится к ограничению температуры нагрева корпуса t по условию $t \leq 80\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Если это требование не выполняется, то условие оптимизации передачи позволяет внести изменения в ее конструкцию и параметры:

- а) увеличением площади поверхности корпуса передачи за счет дополнительных ребер охлаждения;
- б) введением вентилятора принудительного обдува корпуса для его охлаждения;
- в) применением специальной системы прокачки смазки.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.7. Цепные передачи

3.7.1. Классификация, устройство и принцип работы цепной передачи

Цепную передачу (рисунок 3.42) относят к передачам зацеплением с гибкой связью. Движение передает шарнирная цепь 1, охватывающая ведущую 2 и ведомую 3 звездочки и зацепляющаяся за их зубья.

Цепные передачи выполняют как понижающими, так и повышающими.

Достоинства цепных передач:

по сравнению с зубчатыми передачами цепные передачи могут передавать движение между валами при значительных межосевых расстояниях (до 5м); по сравнению с ременными передачами цепные более компактные, передают большие мощности, имеют возможность применения в значительном диапазоне межосевых расстояний, требуют значительно меньшей силы предварительного натяжения, обеспечивают постоянство передаточного числа (отсутствует скольжение и буксование), обладают высоким КПД; могут передавать движение одной цепью нескольким ведомым звездочкам.

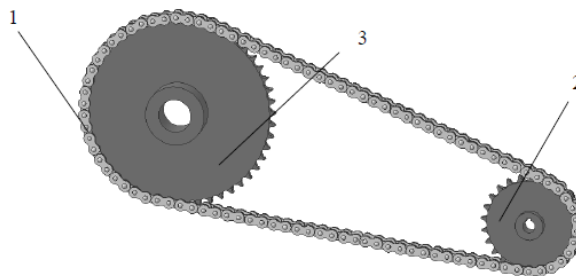


Рисунок 3.42- Цепная передача

Недостатки цепных передач:

значительный шум при работе вследствие удара звена цепи о зуб звездочки при входе в зацепление, особенно при малых числах зубьев и большом шаге, что ограничивает применение цепных передач при больших скоростях; сравнительно быстрое изнашивание шарниров цепи (увеличение шага цепи), необходимость применения системы смазывания и установки в закрытых корпусах; удлинение цепи из-за износа шарниров и сход ее со звездочек, что требует применения натяжных устройств; неравномерность вращения звездочек; необходимость в большой точности сборки передачи.

Цепные передачи применяют в станках, мотоциклах, велосипедах, промышленных роботах, буровом оборудовании, строительно-дорожных, сельскохозяйственных, полиграфических и других машинах для передачи движения между параллельными валами на значительные расстояния, когда

применение зубчатых передач нецелесообразно, а использование ременных передач невозможно. Наибольшее применение получили цепные передачи мощностью до 120 кВт при окружных скоростях до 15 м/с.

Главный элемент цепной передачи – приводная цепь состоит из соединенных шарнирами отдельных звеньев. Приводные цепи служат для передачи механической энергии от одного вала к другому.

Основные типы стандартизованных приводных цепей: роликовые, втулочные и зубчатые.

Роликовые приводные цепи. Стандартом предусмотрены следующие типы роликовых цепей: приводные роликовые (ПР, рисунок 3.43), легкой серии (ПРЛ), длиннорычажные (ПРД), двух-, трех- и четырехрядные (2ПР, 3ПР, 4ПР).

Звенья роликовых цепей (рисунок 3.44) состоят из двух рядов наружных 1 и внутренних 2 пластин. В наружные пластины запрессованы оси 3, пропущенные через втулки 4, запрессованные, в свою очередь, во внутренние пластины. На втулки предварительно надеты свободно вращающиеся закаленные ролики 5. Концы осей после сборки расклепывают с образованием головок, препятствующих спаданию пластин. При относительном повороте звеньев ось проворачивается во втулке, образуя шарнир скольжения.

Зацепление цепи со звездочкой происходит через ролик, который, поворачиваясь на втулке, перекачивается по зубу звездочки. Такая конструкция позволяет выравнивать давление зуба на втулку и уменьшить изнашивание как втулки, так и зуба. Пластины очерчены контуром, напоминающим цифру 8 и обеспечивающим равную прочность пластины во всех сечениях.

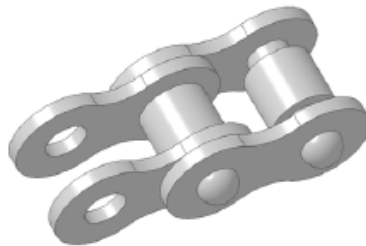


Рисунок 3.43- Роликовая приводная цепь

Шаг P цепи является основным параметром цепной передачи. Чем больше шаг, тем выше нагрузочная способность цепи.

Делительная окружность звездочек проходит через центры шарниров цепи:

$$d = P / [\sin (180^\circ / Z)],$$

где Z – число зубьев звездочки.

Шаг P у звездочек измеряют по хорде делительной окружности.

Роликовые цепи имеют широкое распространение. Их применяют при скоростях 15–30 м/с.

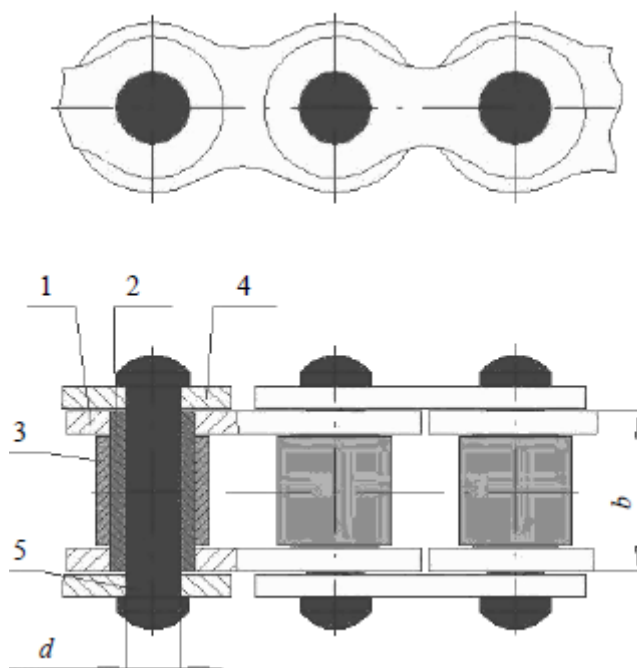


Рисунок 3.44- Звенья роликовой приводной цепи

Втулочные приводные цепи (рисунок 3.45) по конструкции подобны роликовым, но не имеют роликов, что удешевляет изготовление цепи, уменьшает ее массу, но существенно увеличивает износ втулок цепи и зубьев звездочек. Втулочные цепи применяют в неответственных передачах при скоростях 15–35 м/с.

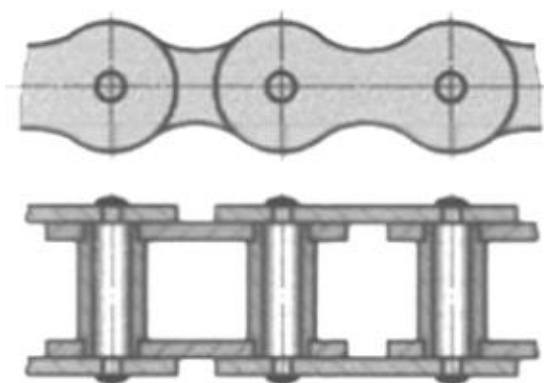


Рисунок 3.45-Втулочная приводная цепь

Втулочные и роликовые цепи изготавливают однорядными и многорядными с числом рядов 2–4 и более. Многорядная цепь с меньшим шагом P позволяет заменить однорядную с большим шагом и тем самым уменьшить диаметры звездочек, снизить динамические нагрузки в передаче. Многорядные цепи могут работать при существенно больших скоростях движения це-

пи. Нагрузочная способность цепи возрастает почти прямо пропорционально числу рядов.

Соединение концов цепи при четном числе ее звеньев производят соединительным звеном, при нечетном – переходным звеном, которое менее прочное, чем основные. Поэтому применяют цепи с четным числом звеньев.

Зубчатые приводные цепи (рисунок 3.46) состоят из звеньев, составленных из набора пластин, шарнирно соединенных между собой. Каждая пластина имеет по два зуба и впадину между ними для размещения зуба звездочки. Число пластин определяет ширину цепи, которая, в свою очередь, зависит от передаваемой мощности. Рабочими гранями являются плоскости пластин, расположенные под углом 60° . Этими гранями каждое звено цепи вклинивается между двумя зубьями звездочки, имеющими трапецевидный профиль. Благодаря этому зубчатые цепи работают плавно, с малым шумом, лучше воспринимают ударную нагрузку и допускают скорости 25–40 м/с.

Для устранения бокового спадания цепи со звездочек применяют направляющие пластины, расположенные посередине или по бокам цепи. Делительный диаметр звездочки для зубчатых цепей больше ее наружного диаметра.

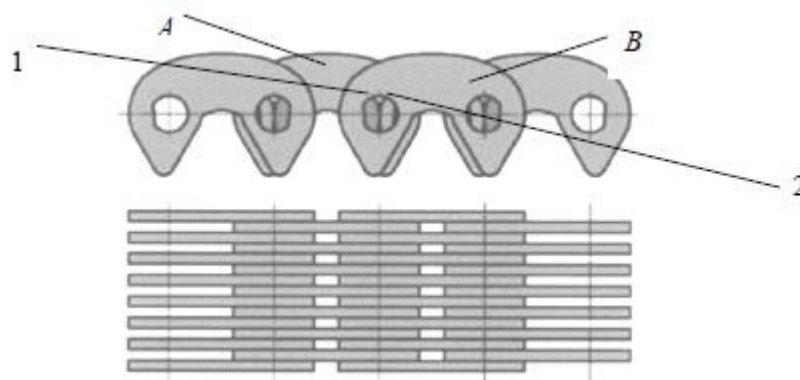


Рисунок 3.46- Зубчатая приводная цепь

Относительный поворот звеньев обеспечивают шарниры скольжения или качения.

Шарнир качения (рисунок 3.46) состоит из двух призм 1 и 2 с цилиндрическими рабочими поверхностями и длиной, равной ширине цепи. Призмы опирают на лыски. Призма 1 закреплена в фигурном пазе пластины В, призма 2 – в пластине А. Призмы при повороте звеньев обкатываются одна по другой, обеспечивая чистое качение. Цепи с шарнирами качения более дорогие, но имеют малые потери на трение.

Шарнир скольжения состоит из оси, двух вкладышей, закрепленных в фигурных пазах пластин А и В. При повороте пластин вкладыш скользит по

оси, поворачиваясь в пазу пластины. Вкладыши позволяют увеличить площадь контакта в 1,5 раза. Шарнир допускает поворот пластины на угол φ_{\max} .

Обычно $\varphi_{\max} = 30^\circ$.

По сравнению с другими, зубчатые цепи тяжелее, сложнее в изготовлении и дороже.

Преимущественное применение в настоящее время имеют передачи роликowymi и втулочными цепями.

Материал цепей. Цепи должны быть износостойкими и прочными. Пластины цепей изготавливают из сталей марок 50, 40Х и других с закалкой до твердости 40–50 HRC, оси, втулки, ролики и призмьы – из цементуемых сталей марок 20, 15Х и других с закалкой до твердости 52–65 HRC. Повышением твердости деталей можно повысить износостойкость цепей.

Оптимальное межосевое расстояние передачи принимают из условия долговечности цепи (рисунок 3.47): $a = (30–50)P$, где P – шаг цепи.

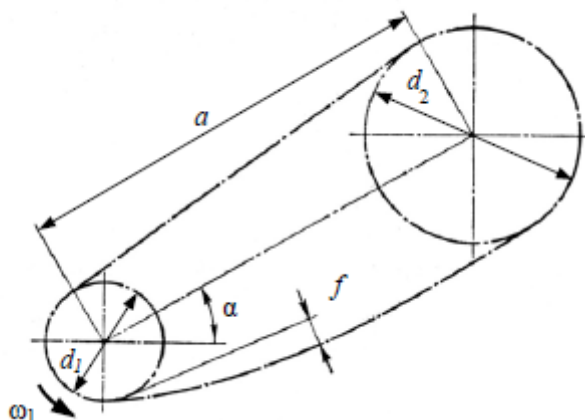


Рисунок 3.47 –Геометрические параметры цепной передачи

При наклоне оси цепной передачи, с делительными окружностями d_1 и d_2 , к горизонту под углом α , ведомая ветвь провисает на величину f .

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.8. Ременные передачи

3.8.1. Классификация, устройство и принцип работы ременной передачи

Простейшая ременная передача (рисунок 3.48) состоит из двух шкивов – ведущего и ведомого, закрепленных на валах и ремнях, охватывающих шкивы. Нагрузка передается силами трения, возникающими между шкивами и ремнями, вследствие предварительного натяжения ремня.

Применяется ременная передача для привода от электродвигателя небольшой и средней мощности отдельных механизмов. Окружная скорость до 5 м/с для передач с ремнем не рекомендуется. Обычные ременные передачи работают со скоростью до 10 м/с, а быстроходные – до 60–100 м/с.

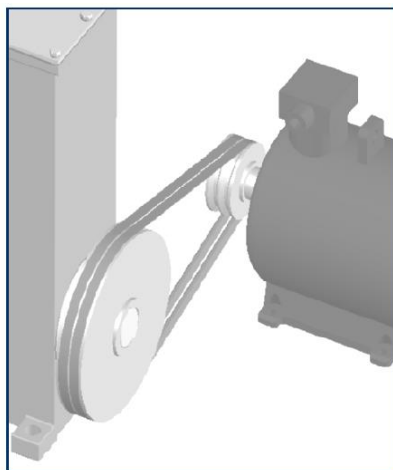


Рисунок 3.48- Ременная передача

Достоинства ременных передач:

1. Простота конструкции и эксплуатации, относительно низкая стоимость.
2. Плавность и бесшумность работы, обусловленная эластичностью ремня.
3. Возможность передачи мощности на большие расстояния (клиновыми ремнями до 15 м) при скорости до 100 м/с.
4. Смягчения вибраций и толчков благодаря упругости ремня.
5. Возможность предохранения механизмов от перегрузок за счет упругой вытяжки ремня и проскальзывания ремня.
6. Пониженные требования к точности взаимного расположения осей валов.

Недостатки ременных передач:

1. Непостоянство передаточного числа из-за упругого проскальзывания ремня, в зависимости от величины нагрузки.
2. Значительные габариты.
3. Значительные нагрузки на валы и опоры от натяжения ремня.
4. Незначительная долговечность ремней (1000–5000 ч) в быстроходных передачах.

5. Необходимость в постоянном контроле во время работы из-за возможного соскакивания, обрыва и вытяжки ремней.
6. Неприменимость во взрывоопасных помещениях.
7. Необходимость предохранения от попадания масла на ремень.

Классификация ременных передач

По конструктивной разновидности. Основные разновидности ременных передач показаны на рисунке 3.49. Наибольшее распространение имеют открытые передачи (рисунок 3.49, а), перекрестные передачи (рисунок 3.49, б) применяют для изменения направления вращения ведомого шкива.

При использовании натяжного ролика (рисунок 3.49, в) увеличивается угол обхвата ремня шкивов.

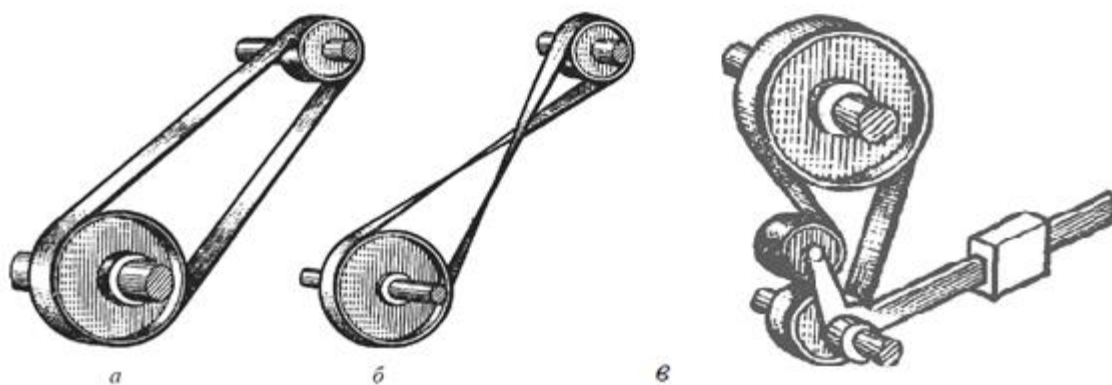


Рисунок 3.49- Виды ременных передач

Полуперекрестные, или угловые (рисунок 3.50), ременные передачи осуществляют движение между валами с пересекающимися осями.

Передаточное число открытых ременных передач – до 5, перекрестных – до 6, полуперекрестных – до 3, с натяжным роликом – до 10.

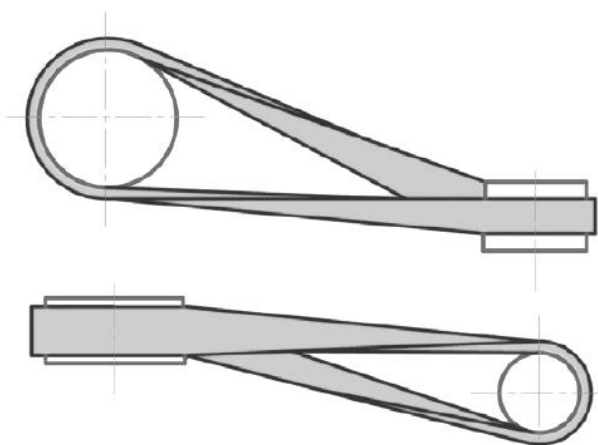


Рисунок 3.50- Виды ременных передач

Ременные передачи позволяют передавать движение одного ведущего шкива (поз. 1 рисунок 3.51) к нескольким ведомым (поз. 2 рисунок 3.51).

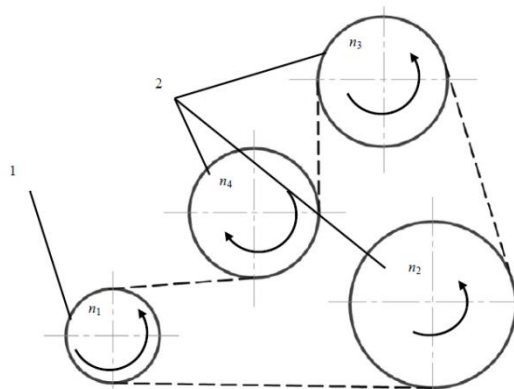


Рисунок 3.51- Ременная передача

По профилю ремня. В зависимости от профиля ремни делятся на плоские (рисунок 3.52, а), клиновые (рисунок 3.52, б), круглые (рисунок 3.52, в) и поликлиновые (рисунок 3.52, г).

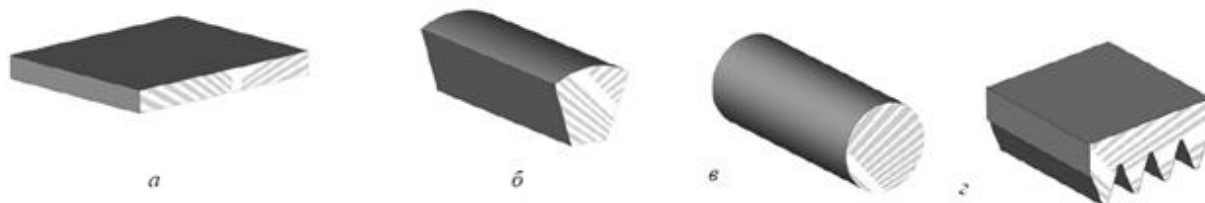


Рисунок 3.52- Виды ремней

Круглые ремни предназначены для передач в приводах малых мощностей: швейных машин, бытовых приборов, настольных станков, радиоаппаратуры и т. д. Разновидностью приводных ремней является зубчатый ремень, передающий движения за счет зацепления зубьев шкива и трения.

Плоские ремни. Среди традиционных плоских ремней наибольшей тяговой способностью обладают кожаные ремни. Они могут работать со скоростью до 40–45 м/с на шкивах малых диаметров и имеют изнosoустойчивые кромки. Ремни хорошо работают в условиях переменных и ударных нагрузок. Размеры кожаных ремней стандартизированы по ГОСТ 18670–73. В то же время стоимость их велика, вследствие чего они имеют ограниченное применение.

Хлопчатобумажные ремни (ГОСТ 6982–75) применяются в быстроходных передачах при небольших мощностях. Они обеспечивают плавную работу и более дешевые. Такие ремни не применяются в условиях трения по кромкам и при работе в сырых помещениях или температурах выше 50 °С. Для быстроходных передач используют шитые и тканые бесконечные ремни толщиной 1,5–2 мм.

Шерстяные ремни (ОСТ/НКТП 3157) применяются для передачи средних мощностей, отличаются высокими упругими свойствами и поэтому хорошо зарекомендовали себя при работе с большими ударными нагрузками. Они менее чувствительны к взаимодействию температуры, влажности, паров кислоты и щелочей.

Наибольшее применение имеют *плоские прорезиненные ремни*. Основная нагрузка воспринимается хлопчатобумажной тканью (бельтингом), резиновые прослойки обеспечивают работу ремня как единого целого. Ремни выпускаются с шириной 20–120 мм, обладают хорошей нагрузочной способностью и допускают работу при скоростях до 30 м/с. Основным недостатком таких ремней – высокая чувствительность к воздействию агрессивных сред. Прорезиненные ремни выполняют как бесконечными, так и конечными, которые потом соединяют склеиванием.

Прорезиненные ремни выпускают трех видов: нарезные – тип А, плоской закрутки – тип Б и спирально закрученные – тип В. Нарезные ремни, состоящие из нескольких (нарезанных) слоев, используют при работе с большими скоростями и малыми диаметрами шкивов. Ремни типа Б выпускают с резиновыми прокладками и без них и применяют при скорости до 20 м/с. Ремни типа В работают со скоростями не выше 15 м/с, их применяют на шкивах с ребрами и в перекрестных передачах.

Весьма перспективны *ремни из синтетических материалов*. Пленочные, или синтетические, ремни (МРТУ 17-645–69) обладают высокой статической прочностью и долговечностью, выдерживают температуру 50 °С и относительную влажность до 95 %. Изготавливают пленочные ремни из тканей просвечивающего и гарнитурного переплетения для ширины до 75 мм и с переплетением на основе двухуточной саржи для ширины до 50 мм с пропиткой и облицовкой синтетическим материалом. Ремни из ткани просвечивающего переплетения более легкие. Пленочные ремни могут работать при скорости от 50 до 100 м/с.

На основе синтетических материалов разработаны многослойные ремни Exstramultus, которые не выдерживают действие кислот, фенола, но малочувствительны к маслам, охлаждающей жидкости, бензину, бензолу.

Вследствие высокого предела упругости материала (сердечник из полиамида, наружный слой из хромовой кожи и поливинилхлорида) ремни не получают остаточных удлинений даже при перегрузке и не требуют подтягивания. Кроме перечисленных типов плоских ремней в отдельных случаях (чаще всего в специальных установках) применяют льняные, пеньковые и шелковые ремни.

Клиновые ремни. Обычные клиновые ремни изготавливают двух конструкций: кордтканевые и кордшнуровые (рисунок 3.53, а, б) в которых передатчиком нагрузки служит корд из бельтинга, расположенный в нейтральном слое. Слой под кордом (слой сжатия) изготавливают из более твердой резины, а слой над кордом (слой растяжения) – из резины средней твердости.

Оболочку клиновых ремней изготавливают из текстильной пряжи, искусственного шелка или нейлона с покрытиями из специальных материалов для повышения сопротивляемости разрушению.

Кордшнуровые ремни более гибкие и долговечные, а кордтканевые лучше переносят перегрузки, имеют большую поперечную жесткость и амортизирующую способность.

Замена бельтинга синтетическими волокнами (лавсан, вискоза, анид) позволяет повысить прочность ремней или уменьшить их ширину (узкие клиновые ремни).

В зависимости от отношения расчетной ширины b_p к высоте h клиновые ремни изготавливают трех видов сечения: нормального ($b_p / h \approx 1,4$), узкого ($b_p/h = 1,05-1,1$) и широкого ($b_p/h = 2-4,5$).

Ремни нормального сечения (ГОСТ 1284.1–80, ГОСТ 1284.2–80, ГОСТ 1284.3–80) выпускают семи сечений (0, А, Б, В, Г, Д, Е), отличающихся друг от друга размерами при геометрическом подобии и бесконечной длине. Профили Г, Д, Е в настоящее время все чаще заменяются поликлиновыми ремнями. Допускаемая скорость для профилей 0, А, Б, В – до 25 м/с (рисунок 6, в), для профилей Г, Д, Е – до 30 м/с.

Узкие клиновые ремни (РТМ 51-15-15-70) имеют сечения четырех размеров: У0, УА, УБ и УВ, которые по нагрузочной способности могут заменить все сечения нормальных клиновых ремней. Максимальная скорость для них – до 40 м/с.

Широкие клиновые ремни используют в основном в вариаторах. Благодаря повышенному сцеплению со шкивами, обусловленному эффектом клина, тяговая способность клиновых ремней выше, чем плоскоременных.

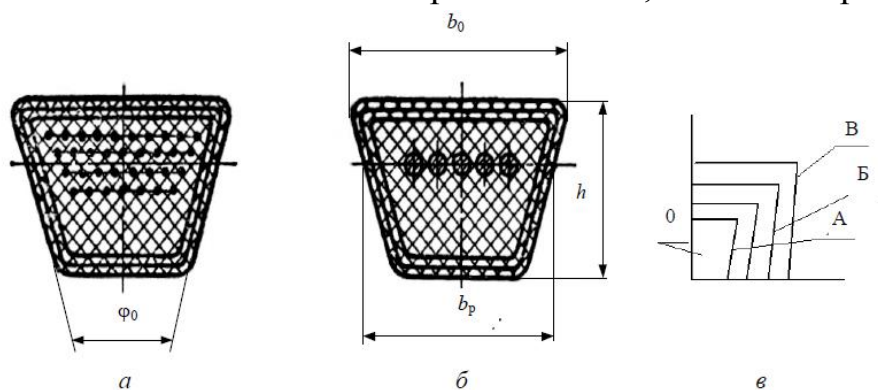


Рисунок 3.53- Клиновые ремни

Недостатки клиновых ремней: большие потери на трение и большие напряжения изгиба в ремне.

К клиновым ремням относят поликлиновые ремни (рисунок 3.54), которые сочетают достоинства клиновых ремней (повышенное сцепление со шкивами) и плоских (гибкость). Такие ремни могут передавать большие мощности, хорошо работать на малых шкивах, допустимые скорости для них – до 40 м/с. Передачи с поликлиновыми ремнями отличаются меньшими габаритами.

Разработаны ремни трех сечений (рисунок 3.54): К, Л, М, размеры которых регламентированы РТМ 38-40528-74. В американских и канадских стандартах предусмотрены еще два сечения (*H* и *J*) меньших размеров, в основном для бытовой техники и легкой промышленности.

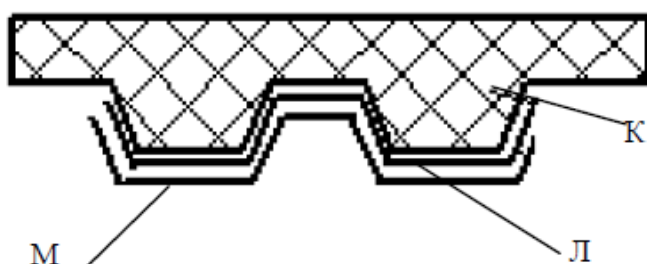


Рисунок 3.54- Поликлиновой ремень

Наряду с перечисленными видами клиновых ремней выпускают ремни с вогнутым нижним, а иногда и выпуклым верхним основаниями. Вогнутость увеличивает продольную гибкость ремня при его изгибе. Выпуклость превышает поперечную жесткость ремня и способствует сохранению трапецевидной формы ремня, предупреждая его деформацию. Чтобы сделать ремень достаточно гибким, по нижнему основанию, а иногда и по обоим, делают зубцы. Для уменьшения износа кромки ремней скашивают.

Двойной клиновой ремень, работающий верхней и нижней частями на различных шкивах, широко используют в сельхозмашиностроении, хотя его долговечность ниже, чем у обычного.

В некоторых случаях (при необходимости сложного монтажа) целесообразно использовать конечные клиновые ремни или ремни, составленные из отдельных элементов, но их долговечность меньше бесконечных.

Зубчатые и круглые ремни. Зубчатые ремни сочетают преимущества плоских ремней и зубчатых зацеплений. Их изготавливают из маслостойких искусственных материалов, из резины на основе хлоропреновых каучуков, из вулкана, которые армируют стальными или полиамидными проволочками.

Зубчатые ремни не имеют скольжения, требуют меньшего натяжения, создают меньшие нагрузки на валы и опоры, работают почти бесшумно со скоростью до 80 м/с. Однако расход мощности на деформацию зубьев у них больше, больший собственный вес, шкивы для них дороже, ремень нуждается в предохранении от осевого смещения (используют шкивы с ребордами).

Зубчатые ремни выпускают шириной 5–380 мм, с модулем от 2–10 мм. Из круглых ремней наиболее распространены хлопчатобумажные, капроновые, реже используют прорезиненные и кожаные.

Кинематические и геометрические зависимости в ременных передачах

Мощности. Диапазон мощностей, передаваемых ремнями, довольно широк – от 0,3 до 50 кВт. Можно использовать ремни и при больших мощностях, но при этом резко возрастают габариты.

Скорости. В ременных передачах верхний предел скоростей ограничивается ухудшением условий работы ремня в связи с ростом центробежных сил, что приводит к образованию воздушной подушки между шкивом и ремнем и уменьшает долговечность ремня.

Скорость ведущего шкива, м/с:

$$v_1 = \frac{\omega_1 d_1}{2} = \frac{\pi d_1 n_1}{60}$$

Значение скоростей для отдельных видов передач и материалов, из которых они выполняются, имеют определенный предел:

Обычные материалы От 5 до 30 м /с

Специальные текстильные или прорезиненные До 50 м /с

Полиамидные, пленочные До 100 м /с

Ремни клиновые:

типа 0, А, Б, В До 25 м /с

типа Г, Д, Е До 30 м /с

Из-за неизбежного скольжения окружные скорости ведущего и ведомого шкивов не равны, т. е. $v_1 \neq v_2$ и $v_1 > v_2$;

$$v_2 = (1 - \xi) v_1,$$

где ξ – коэффициент упругого или относительного скольжения; для плоских ремней $\xi = 0,01–0,012$; для клиновых ремней $\xi = 0,015–0,02$.

Передаточные отношения ограничиваются габаритами передачи, а также условием получения достаточного угла обхвата на малом шкиве:

$$i_{\max} = 10, \quad i_{\text{опт}} = 2,5-4,$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1(1-\xi)}.$$

Диаметры шкивов:
для плоских ремней

$$d_1 = (1100-1300) \sqrt[3]{\frac{P_1}{n_1}},$$

$$d_2 = d_1 i (1-\xi);$$

для клиновых ремней d_1 выбирают по таблицам в зависимости от типа ремня, а d_2 – как для плоских ремней;

для поликлиновых ремней

$$d_1 = a \sqrt[b]{T_1},$$

где a и b – коэффициенты диаметра d_1 ; $a = 65$, $b = 3$ при $T_1 \leq 25$ Н·м; $a = 45$, $b = 2$ при $T_1 \geq 26-90$ Н·м;

для зубчатых ремней d_1 выбирают по таблицам в зависимости от модуля зацепления. Модуль m вычисляют исходя из усталостной прочности зубьев ремня:

$$m = k \sqrt[3]{\frac{P_1 c_p}{n_1}},$$

где k – коэффициент, учитывающий форму зуба; $k = 35$ для ремней с трапециевидальной формой зубьев, $k = 25$ для ремней с полукруглой формой зубьев; P_1 – номинальная мощность на ведущем валу, кВт; c_p – коэффициент динамичности и режима работы, $c_p = 1,3-2,4$.

Диаметр ведомого шкива

$$d_2 = m \cdot Z_2.$$

Межосевое расстояние выбирают таким, чтобы можно было обеспечить необходимый угол обхвата на малом шкиве (рисунок 3.55):

для плоских ремней $\alpha > 150^\circ$, для клиновых – $\alpha > 120^\circ$.

Для плоских ремней: $a_{\min} = 2(d_1 + d_2)$,

Для клиновых ремней: $a_{\min} = 0,5(d_1 + d_2) + h$.

Максимальное межосевое расстояние a_{\max} ограничивается габаритными размерами и стоимостью передачи.

Малые размеры шкивов снижают долговечность передачи, так как увеличиваются изгибные напряжения.

Малые размеры шкивов снижают долговечность передачи, так как увеличиваются изгибные напряжения.

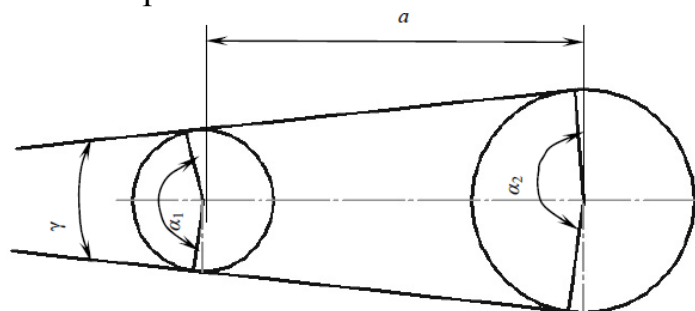


Рисунок 3.55- Угол обхвата ременной передачи

Угол наклона ветвей

$$\gamma = \frac{d_1 + d_2}{a} \cdot 57^\circ.$$

Угол обхвата на малом шкиве

$$\alpha_1 = 180 - \gamma = 180 - \frac{d_1 - d_2}{a} \cdot 57^\circ.$$

Длина ремня

$$l = 2a + \frac{\pi}{2}(d_1 + d_2) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}.$$

Для конечных ремней расчетная длина ремня согласуется с ГОСТом, а затем по окончательно принятой длине ремня уточняется величина межцентрового расстояния.

Уточненное значение межцентрового расстояния

$$a = 0,25 \left(2l - \pi(d_1 + d_2) + \sqrt{(2l - \pi(d_1 + d_2))^2 - 8(d_2 - d_1)^2} \right).$$

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.5 Передача винт-гайка

3.5.1. Классификация, устройство и принцип работы передачи винт-гайка

Передача винт — гайка состоит из винта и гайки и служит для преобразования вращательного движения в поступательное. При этом вращение закрепленной от осевых перемещений гайки вызывает поступательное перемещение винта или вращение закрепленного от осевых перемещений винта приводит к поступательному перемещению гайки.

Передачи винт — гайка делят на передачи скольжения и качения. В передачах скольжения используют резьбы различного профиля. В передачах качения между витками винта и гайки размещены тела качения — шарики **Достоинства** передачи винт—гайка скольжения.

1. Большой выигрыш в силе.
2. Возможность получения медленного перемещения с высокой точностью.
3. Плавность и бесшумность.
4. Простота конструкции и изготовления.
5. Малые габариты.

Недостатками передачи являются повышенные потери на трение, изнашивание и низкий КПД.

Применение. Передачи винт — гайка широко применяют:

для создания больших осевых сил (прессы, разрывные машины, домкраты, тиски и т. п.);

для точных перемещений (механизмы подачи в станках, установочные и регулировочные устройства в приборах, в механизмах управления и др.).

Кинематика передачи. Ведущим звеном в передаче может быть как винт, так и гайка.

Скорость поступательного перемещения гайки (винта), м/с,

$$v = i_3 p n / 60000.$$

где i_3 — число заходов винта; p — шаг резьбы, мм; n — частота вращения винта (гайки), мин⁻¹. В зависимости от назначения передачи винты бывают:

1) грузовые, применяемые для создания больших осевых сил. При знакопеременной нагрузке имеют трапецеидальную резьбу, при большой односторонней нагрузке — упорную. Гайки грузовых винтов цельные (рисунок 1,а). В домкратах (рисунок 3.57) для большего выигрыша в силе и обеспечения самоторможения применяют однозаходную резьбу с малым углом подъема.

2) ходовые, применяемые для перемещений в механизмах подачи. Для снижения потерь на трение применяют преимущественно трапецеидальную многозаходную резьбу. Для устранения «мертвого» хода вследствие износа резьбы гайки ходовых винтов выполняют разъемными (рисунок 3.56, б).

3) установочные, применяемые для точных перемещений и регулировок. Имеют метрическую резьбу. Для обеспечения безлюфтовой передачи гайки делают сдвоенными (рисунок 3.56, в).

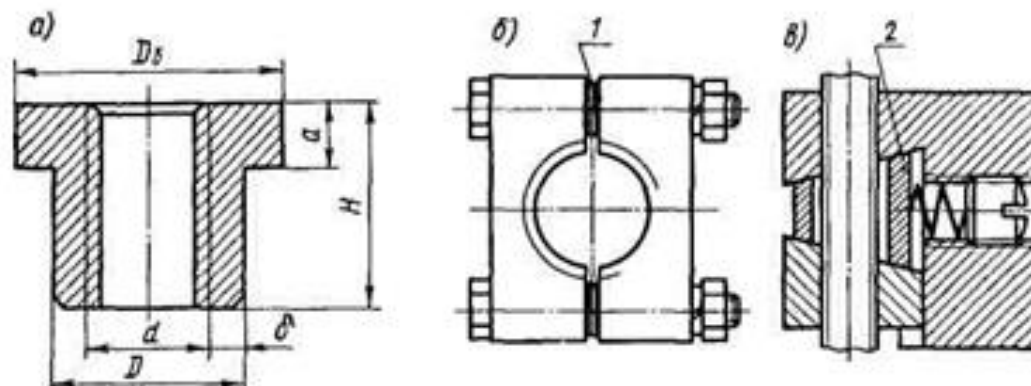
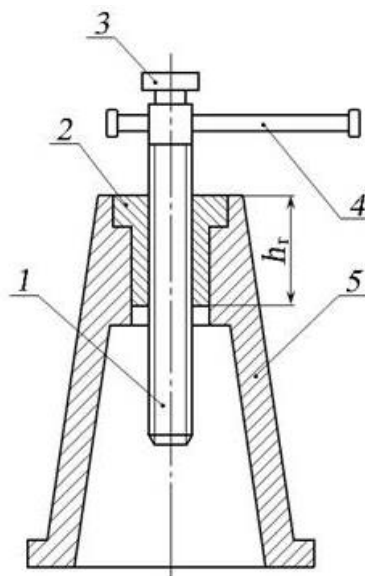


Рисунок 3.56- Гайки передачи винт —гайка скольжения: 1—набор металлических прокладок; 2— устройство для выбора осевого зазора в передаче.



1 - винт; 2 - гайка; 3 - опорная пята; 4 - рукоятка; 5 - корпус

Рисунок 3.57- Винтовой домкрат

Материалы винта и гайки должны представлять собой антифрикционную пару, т. е. быть износостойкими и иметь малый коэффициент трения. Выбор марки материала зависит от назначения передачи, условий работы и способа обработки резьбы.

Для винтов применяют стали марок 45, 50, 40ХГ, У10 и др. В ответственных передачах для повышения износостойкости применяют закалку винтов до твердости >45 HRC с последующей шлифовкой резьбы.

Гайки ответственных передач изготавливают из оловянных бронз марок БрО10Ф1, БрО6Ц6С3 и др., а в тихоходных передачах — из антифрикционных чугунов марок АВЧ-1, АКЧ-1 или серого чугуна марки СЧ20.

В передачах винт — гайка качения на винте и в гайке выполнены винтовые канавки (рисунок 3.58) (резьба) полукруглого профиля, служащие дорожками качения для шариков. Такие передачи называют **шариковинтовыми**.

Достоинства шариковинтовой передачи.

1. Малые потери на трение. КПД передачи достигает 0,9 и выше.
2. Высокая несущая способность при малых габаритах.
3. Возможность получения малых и точных перемещений.
4. Большой ресурс.

Недостатки.

1. Требование высокой точности изготовления, сложность конструкции гайки.

2. Требование хорошей защиты передачи от загрязнений.

Применение. Шариковинтовые передачи применяют в механизмах точных перемещений, в следящих системах и в ответственных силовых передачах (станкостроение, робототехника, авиационная и космическая техника, атомная энергетика и др.).

При вращении винта шарики вовлекаются в движение по винтовым канавкам поступательно перемещают гайку и через перепускной канал возвращаются обратно. Перепускной канал выполняют между соседними или между первым и последним витками гайки (рисунок 3.58). Таким образом перемещение шариков происходит по замкнутой внутри гайки траектории.

Наиболее распространена передача, в которой канал возврата соединяет два соседних витка. Число рабочих витков в гайке $z \leq 6$ (больше число z применяют в тяжело нагруженных передачах).

В станкостроении применяют **трехвитковые** гайки. Перепускной канал выполняют в специальном вкладыше, который вставляют в овальное окно гайки. В трехвитковой гайке предусматривают три вкладыша, расположенные под углом 120° один к другому и смещенные по длине гайки на один шаг резьбы по отношению друг к другу (рисунок 3.58). Таким образом, шарики в гайке разделены на три (по числу рабочих витков) независимые группы. При работе передачи шарики, пройдя по винтовой канавке на винте путь, равный длине одного витка, выкатываются из резьбы в перепускной канал

вкладыша и возвращаются обратно в исходное положение на тот же виток гайки.

Полукруглый профиль резьбовой канавки винта и гайки выполняют радиусом на 3...5 % больше радиуса шариков (рисунок 3.59, б), что создает четырехточечный контакт в винтовом канале передачи с углом α контакта шариков. Благодаря применению четырехточечного контакта зазоры в соединении винта с гайкой остаются постоянными независимо от направления действия осевой силы F_a и изменения ее величины.

Шариковинтовые передачи выполняют с **одной** или чаще с **двумя гайками**, установленными в одном корпусе 1 (рисунок 3.59, а). В конструкциях с двумя гайками наиболее просто исключить осевой зазор в сопряжении винт — гайка и тем самым повысить осевую жесткость передачи и точность перемещения. Устраняют осевой зазор и создают предварительный натяг путем относительного осевого (например, с помощью прокладок 2 на рисунке 3.59, а) или углового смещения двух гаек.

Шариковинтовые передачи стандартизованы. В соответствии с допускаемыми значениями кинематической погрешности установлено 10 классов точности.

Для гаек применяют стали марок ХВГ, ШХ15, 18ХГТ. Винты изготавливают из сталей марок ХВГ, 8ХФ, 20ХЗМВФ. Рабочие поверхности закаливают до твердости $H > 61$ HRC. Шарики изготавливают из сталей марок ШХ15, ШХ20СГ.

Комплектность деталей передачи, принятую при заводской сборке (винт, гайка, шарики), нарушать не рекомендуется.

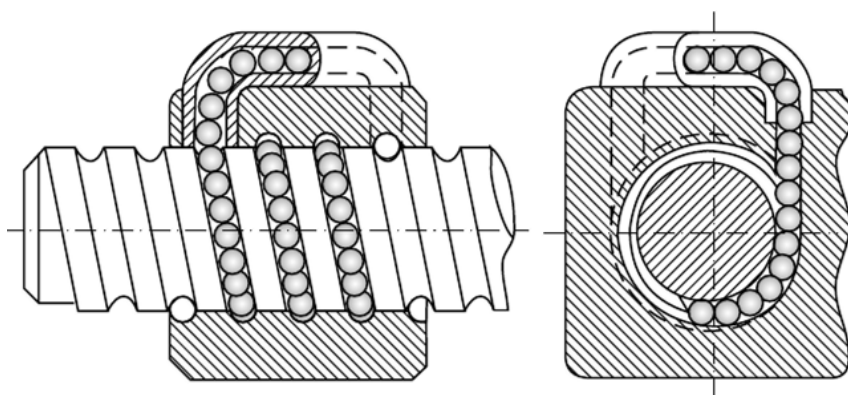


Рисунок 3.58 – Шариковая передача винт-гайка с одинарной гайкой

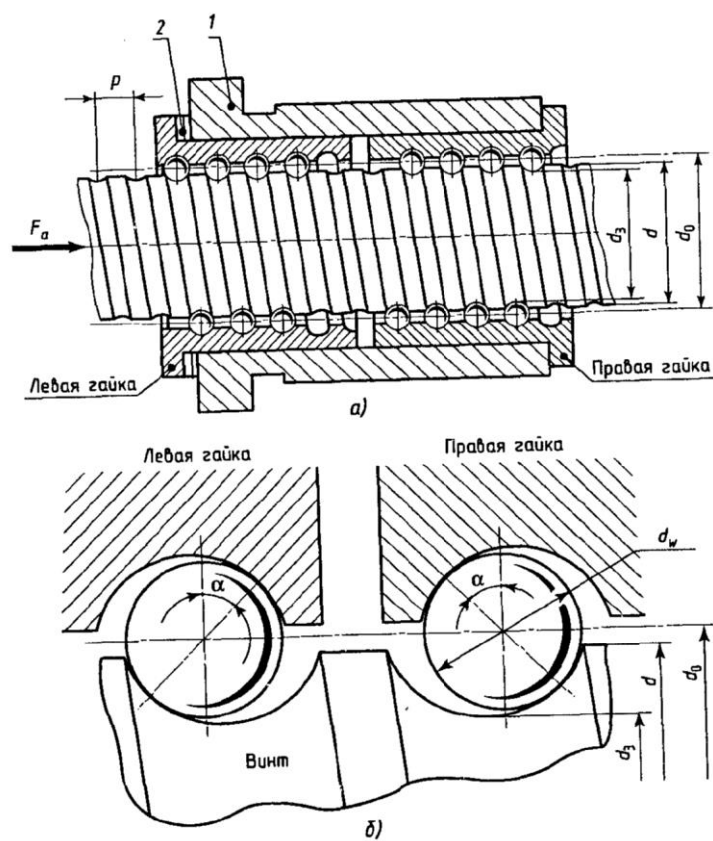


Рисунок 3.59- Расчетная схема шариковой передачи с двумя гайками: 1- корпус, 2- регулировочные прокладки

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.5.2. Расчет элементов передач скольжения на износостойкость

Основной причиной отказа винтов и гаек является изнашивание их резьбы. Поэтому при определении размеров передачи исходят из расчета на *износостойкость резьбы* по допускаемому давлению $[q]_{\min}$ с последующей проверкой винта на прочность. Потеря устойчивости длинных сжатых винтов может быть также причиной выхода из строя передачи.

Расчет передачи **на износостойкость** (основной критерий работоспособности) ведут из условия невыдавливания смазочного материала, предполагая, что вследствие приработки нагрузка по виткам резьбы распределяется равномерно:

$$q_{\text{изн}} = \frac{F_a}{A \cdot z_B} = \frac{F_a}{\pi \cdot d_2 \cdot H_1 \cdot z_B} \leq [q_{\text{изн}}]$$

где F_a — внешняя осевая сила; A — площадь рабочей поверхности витка; d_2 — средний диаметр резьбы; H_1 — рабочая высота профиля резьбы. z_B — число витков в гайке высотой H ; $z_B = H/p$ (здесь p — шаг резьбы); $[q_{\text{изн}}]$ — допускаемое давление в резьбе

Подставив в формулу значение z_B и выразив $H = \psi_H \cdot d_2$ и $H = \psi_h \cdot p$, получим **формулу для проектировочного расчета передачи винт — гайка скольжения**:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [q_{\text{изн}}]}}$$

где $\psi_H = H/d_2$ — коэффициент высоты гайки: для цельных гаек $\psi_H = 1,2 \dots 2,5$; для разъемных и сдвоенных гаек $\psi_H = 2,5 \dots 3,5$; $\psi_h = H_1/p$ — коэффициент рабочей высоты профиля резьбы: для трапецеидальной резьбы $\psi_h = 0,5$; для упорной $\psi_h = 0,75$; для метрической $\psi_h = 0,541$

Наружный диаметр гайки D и диаметр борта D_6 принимают конструктивно: $D = 1,5d$; $D_6 = 1,25D$,

где d — наружный диаметр резьбы.

Проверку прочности тела гайки проводят по напряжениям растяжения с учетом кручения:

$$\sigma_p = \frac{4F_{\text{расч}}}{\pi \cdot (D^2 - d^2)} \leq [\sigma_p]$$

где $F_{\text{расч}}$ — расчетная сила

Опорную поверхность борта гайки проверяют на условную прочность на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{4F_a}{\pi \cdot (D_0^2 - D^2)} \leq [\sigma_{\text{см}}]$$

Высоту а борта гайки принимают $a = 0,25 \cdot H$.

Длину винта назначают конструктивно в зависимости от заданной величины перемещения l_0 . Для домкратов обычно $l_0 = (8 \dots 12)d$

Стержень винта работает на сжатие и имеет большую свободную длину. Поэтому *винт проверяют на прочность и отсутствие продольного изгиба по объединенному условию прочности и устойчивости:*

$$\sigma = \frac{4F_a}{\pi \cdot d_3^2} \leq \varphi \cdot [\sigma]$$

где F_a — внешняя осевая сила; $[\sigma]$ — допускаемое напряжение сжатия, Н/мм²; d_3 — внутренний диаметр резьбы по впадине, мм.

Коэффициент φ уменьшения допускаемого напряжения для сжатых стержней выбирают по таблице 1 в зависимости от **гибкости винта:**

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i}$$

где l — длина винта (за расчетную принимают длину винта при крайнем положении гайки; при этом l равно расстоянию между опорой и серединой гайки);

$i = \left(\frac{2}{d}\right) \cdot \sqrt{\frac{J}{\pi}}$ — радиус инерции поперечного сечения винта; J — момент инерции поперечного сечения винта

$$J = (\pi d_3^4 / 64)(0.4 + 0.6d/d_3)$$

μ — коэффициент приведения длины, учитывающий способ закрепления концов винта: $\mu = 1$ — оба конца оперты шарнирно, $\mu = 2$ — один конец свободен, другой заделан, $\mu = 0,7$ — один конец заделан, другой закреплен шарнирно, $\mu = 0,5$ — оба конца заделаны.

Для винтов, одной из опор которых служит гайка, учитывая наличие зазоров в сопряжении винт-гайка, закрепление в этой опоре считают шарнирным.

Опору с одной подшипником рассматривают как шарнирную, с двумя — как заделку.

Сжатые винты большой длины проверяют на статическую устойчивость по условию Эйлера:

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^3 \cdot E \cdot d_3^4}{64 \cdot s(\mu \cdot l)^2} \geq F_{a \text{ max}}$$

где $F_{\text{кр}}$ — критическая осевая сила, Н; $F_{a \text{ max}}$ — наибольшая осевая сила, нагружающая винт на длине l . Н; E — модуль упругости материала винта, Н/мм² (для стали $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н/мм²); s — коэффициент безопасности, $s = 2 \dots 4$

Сильно нагруженные винты (винтовые толкатели, прессы и др.) проверяют на прочность по эквивалентному напряжению σ_E по гипотезе энергии формоизменения):

$$\sigma_E = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_k^2} = \sqrt{\left(\frac{4N}{\pi \cdot d_3^2}\right)^2 + 3\left(\frac{M_k}{0.2d_3^2}\right)^2} \leq [\sigma]$$

где σ_E — эквивалентное напряжение для опасной точки расчетного сечения винта; N и M_k — продольная сила и крутящий момент, действующие в проверяемом поперечном сечении; d_3 — внутренний диаметр резьбы винта по дну впадины.

В передаче винт — гайка скольжения потери возникают в резьбе и в опорах. Потери в резьбе составляют главную часть. Они зависят от профиля резьбы, ее заходности, материала винтовой пары, точности изготовления, шероховатости контактирующих поверхностей и вида смазочного материала

$$\eta_{в пер} = \eta_{оп} \cdot \eta_{в п} = \frac{\eta_{оп} \operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg}(\psi + \varphi')}$$

где $\eta_{оп}$ — коэффициент, учитывающий потери в опорах. Этот коэффициент зависит от конструкции винтового механизма. Так, для ходовых винтов станков (опоры — подшипники качения) $\eta_{оп} = 0{,}98$.

Рекомендации по конструированию передачи винт — гайка скольжения.

1. Винты не должны иметь высокие буртики и глубокие канавки, в противном случае в местах резкого изменения поперечного сечения винта будут возникать высокие местные напряжения.
2. Во избежание большой деформации гайки при запрессовке и уменьшения вследствие этого зазора в резьбе толщина тела гайки $5 > 4$ мм.
3. Для повышения долговечности передачи винты защищают от загрязнений телескопическими трубами или цилиндрическими гармониками.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.9. Валы и оси

3.9.1. Назначение, классификация, конструктивные элементы и материалы валов и осей

Валы – это детали, служащие для передачи вращающего момента вдоль своей оси и удержания расположенных на них других деталей (колеса, шкивы, звездочки и другие вращающиеся детали машин) и восприятия действующих сил.

Оси – это детали, которые только удерживают установленные на них детали и воспринимают действующие на эти детали силы (ось не передает полезного крутящего момента).

Классификация валов и осей

Классификация валов группирует последние по ряду признаков: по назначению, по форме поперечного сечения, по форме геометрической оси, по внешнему очертанию поперечного сечения, по относительной скорости вращения и по расположению в узле.

По назначению различают:

валы передач, на которых устанавливают колеса, шкивы, звездочки, муфты, подшипники и другие детали передач. На рисунке 3.60, а представлен трансмиссионный вал, на рисунке 3.60, б – вал передачи;

коренные валы (рисунок 3.61 – шпиндель станка), на которых устанавливают не только детали передач, но и рабочие органы машины (шатуны, диски турбин и др.).

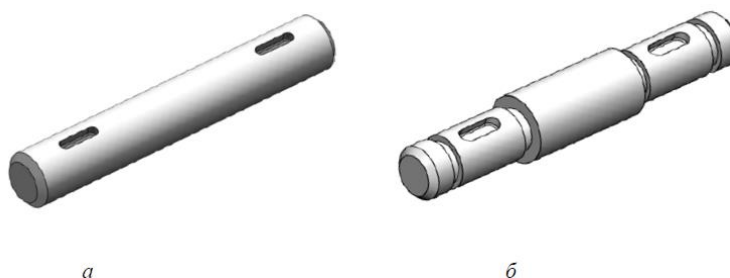


Рисунок 3.60- Валы передач

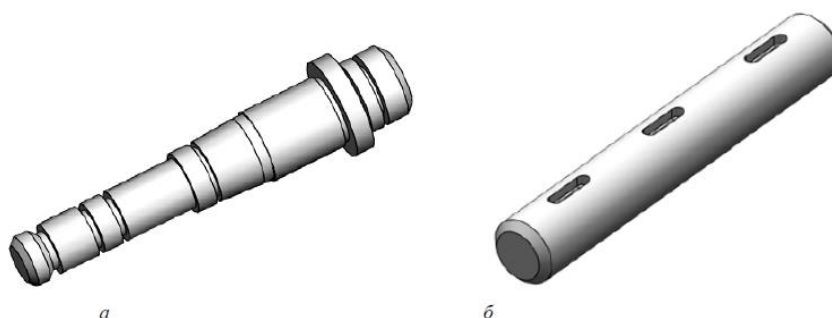


Рисунок 3.61- Коренные вал (а), прямой постоянного диаметра (б)

По форме поперечного сечения изготавливают:

сплошные валы;

полые валы обеспечивают уменьшение веса или размещение внутри другой детали. В крупносерийном производстве применяют полые сварные валы из намотанной ленты.

По форме геометрической оси выпускают:

прямые валы:

а) постоянного диаметра (рисунок 3.61,б). Такие валы менее трудоемки в изготовлении и создают меньшую концентрацию напряжений;

б) ступенчатые (рисунок 3.62). Исходя из условия прочности целесообразно конструировать валы переменного сечения, приближающиеся по форме к телам равного сопротивления. Ступенчатая форма удобна для изготовления и сборки, уступы могут воспринимать большие осевые силы;

в) с фланцами. Длинные валы являются составными, соединенными фланцами;

г) с нарезанными шестернями (вал-шестерня);

коленчатые валы (рисунок 3.62) в кривошипно-шатунных передачах служат для преобразования вращательного движения в возвратнопоступательное или наоборот;

гибкие валы (рисунок 3.63), представляющие собой многозаходные витые из проволок пружины кручения, применяют для передачи момента между узлами машин, меняющими свое относительное положение в работе (переносной инструмент, тахометр, зубоорубные бормашины и т. п.).

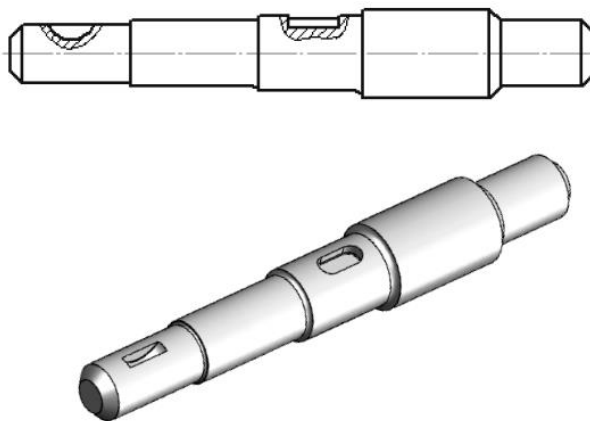


Рисунок 3.61- Прямой ступенчатый вал

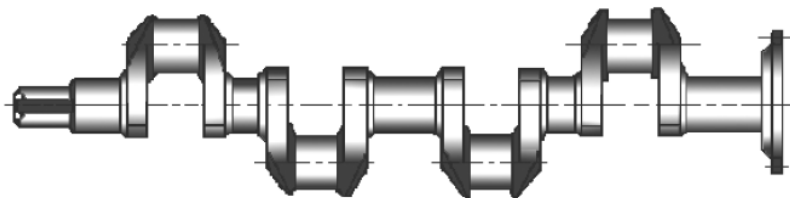


Рисунок 3.62- Коленчатый вал

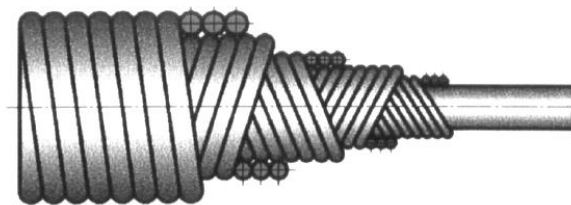


Рисунок 3.63- Коленчатый вал

По внешнему очертанию поперечного сечения валы бывают:

гладкие;
шпоночные;
шлицевые;
профильные;
эксцентриковые.

По относительной скорости вращения и по расположению в узле (редукторе) производят валы:

быстроходные и входные (ведущие) (поз. 1 рисунок 3.64);
среднескоростные и промежуточные (поз. 2 рисунок 3.64);
тихоходные и выходные (ведомые) (поз. 3 рисунок 3.64).

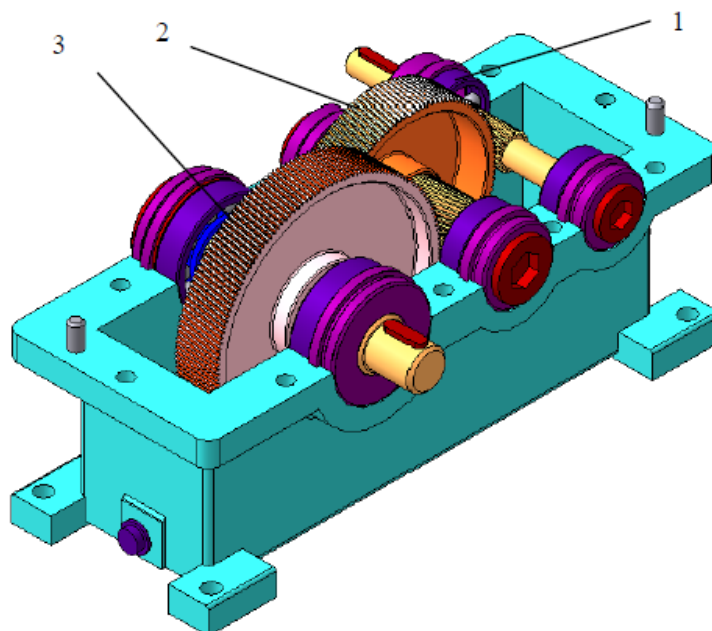


Рисунок 3.64- Виды валов по относительной скорости вращения и по расположению в узле

Классификация осей. Оси могут быть неподвижными (рисунок 3.65) и вращающимися вместе с насаженными на них деталями. Вращающиеся оси обеспечивают лучшие условия работы подшипников, неподвижные дешевле, но требуют встройки подшипников во вращающиеся на осях детали.

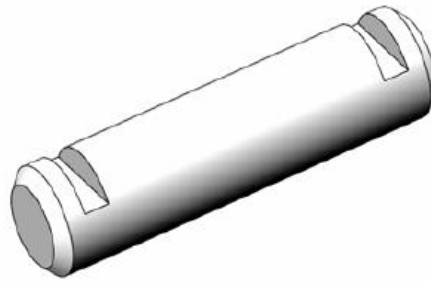


Рисунок 3.65- Ось

Конструкции валов и осей. Наиболее распространена ступенчатая форма вала. Детали закрепляются на валах чаще всего шпонками призматическими (ГОСТ 23360–78, ГОСТ 10748–79), шлицами прямобочными (ГОСТ 1139–80) или эвольвентными (ГОСТ 6033–80) или посадками с гарантированным натягом. Опорные части валов и осей называются цапфами. Промежуточные цапфы именуются шейками, концевые – шипами. Опорные участки, воспринимающие осевую нагрузку, называют пятami. Опорами для пят служат подпятники.

На рисунке 3.66 приведены конструктивные элементы валов, где 1 – шпонка призматическая, 2 – шлицы, 3 – цапфа, 4 – пята, 5 – цилиндрическая поверхность, 6 – коническая поверхность, 7 – уступ, 8 – заплечик, 9 – канавка под стопорное кольцо, 10 – резьбовой участок, 11 – галтель, 12 – канавка, 13 – фаска, 14 – центровое отверстие.

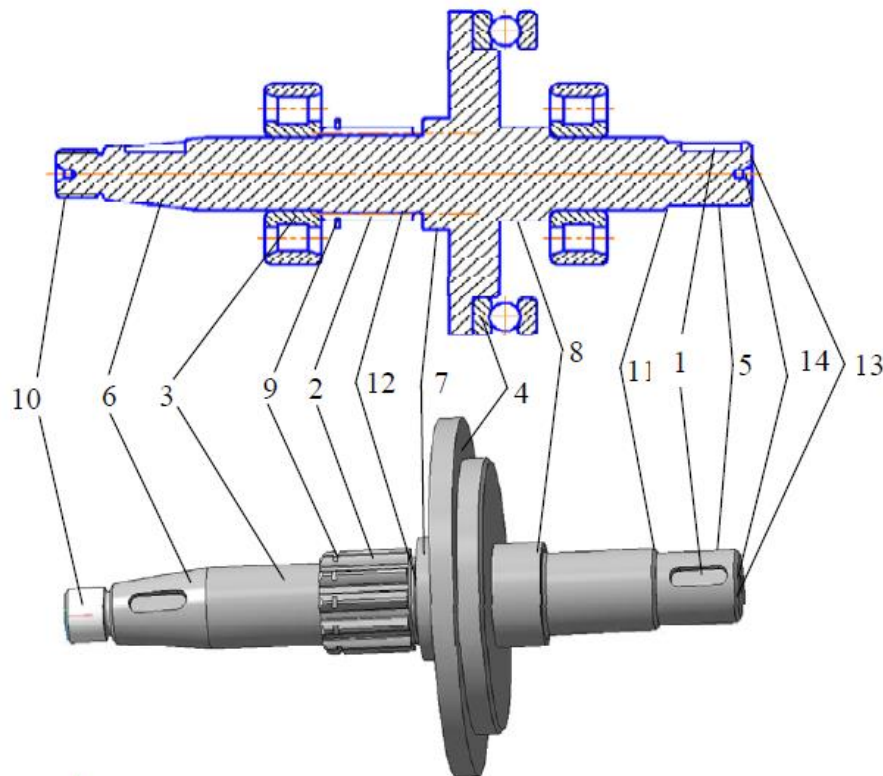


Рисунок 3.66- Элементы вала

Цапфы валов и осей, работающие в подшипниках качения, почти всегда бывают цилиндрическими, а в подшипниках скольжения – цилиндрическими, коническими или сферическими (рисунок 3.67).

Основное применение имеют цилиндрические цапфы (рисунок 3.67, а, б) как более простые. Конические цапфы с малой конусностью (рисунок 3.67, в) применяют для регулирования зазора в подшипниках и иногда для осевого фиксирования вала. Сферические цапфы (рисунок 3.67, г) ввиду трудности их изготовления применяют при необходимости компенсации значительных угловых смещений оси вала.

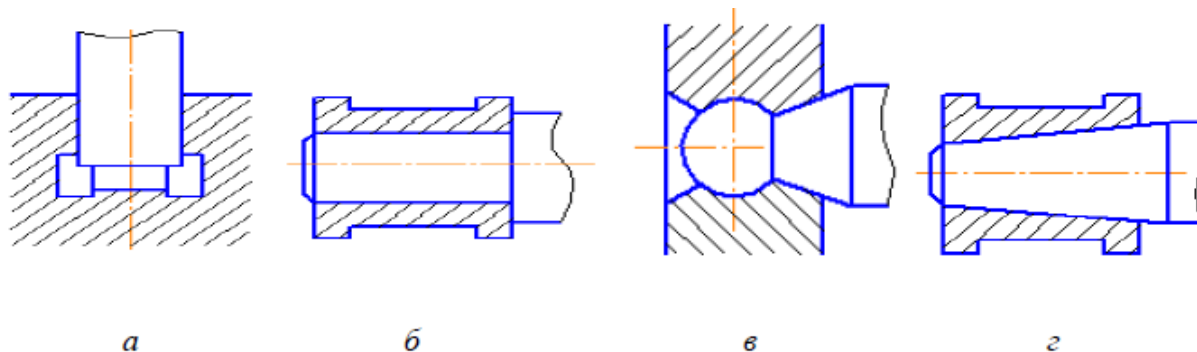


Рисунок 3.67- Цапфы

Посадочные поверхности под ступицы разных деталей (по ГОСТ 6536–69 из нормального ряда), насаживаемых на вал, и концевые участки валов выполняют цилиндрическими (поз. 5 рисунок 3.66, ГОСТ 12080–72) или коническими (поз. 6 рисунок 3.66, ГОСТ 12081–72). Конические поверхности применяют для обеспечения быстросъемности и заданного натяга, повышения точности центрирования деталей.

Для осевого фиксирования деталей и самого вала используют уступы (поз. 7 рисунок 8) и заплечики вала (поз. 8 рисунок 3.66, ГОСТ 20226–74), конические участки вала, стопорные кольца (поз. 9 рисунок 3.66, ГОСТ 13940–86, (ГОСТ 13942–86) и резьбовые участки (поз. 10 рисунок 3.66) под гайки (ГОСТ 11871–80).

Переходные участки от одного участка вала к другому и торцы валов выполняют с канавками (поз. 12 рисунок 3.66, рисунок 3.67, ГОСТ 8820–69), фасками (поз. 13 рисунок 3.66, ГОСТ 10948–65) и галтелями. Радиус R галтели постоянного радиуса (рисунок 3.67, а) выбирают меньше радиуса закругления или радиального размера фаски насаживаемых деталей. Желательно, чтобы радиус закругления в сильнонапряженных валах был больше или равен $0,1d$. Радиусы галтелей рекомендуется брать возможно большими для уменьшения концентрации нагрузки. Когда радиус галтели сильно ограничи-

вается радиусом закругления кромок насаживаемых деталей, ставят дистанционные кольца.

Галтели специальной эллиптической формы и с поднутрением или чаще галтели, очерчиваемые двумя радиусами кривизны (рисунок 3.67, б), применяют при переходе галтели в ступень меньшего диаметра (дает возможность увеличения радиуса в зоне перехода).

Применение канавок (рисунок 3.67, в) может быть рекомендовано для неотчетственных деталей, так как они вызывают значительную концентрацию напряжений и понижают прочность валов при переменных напряжениях. Канавки применяются для выхода шлифовальных кругов (существенно повышают их стойкость при обработке), а также на концах участков с резьбой для выхода резьбонарезного инструмента. Канавки должны иметь максимально возможные радиусы закруглений.

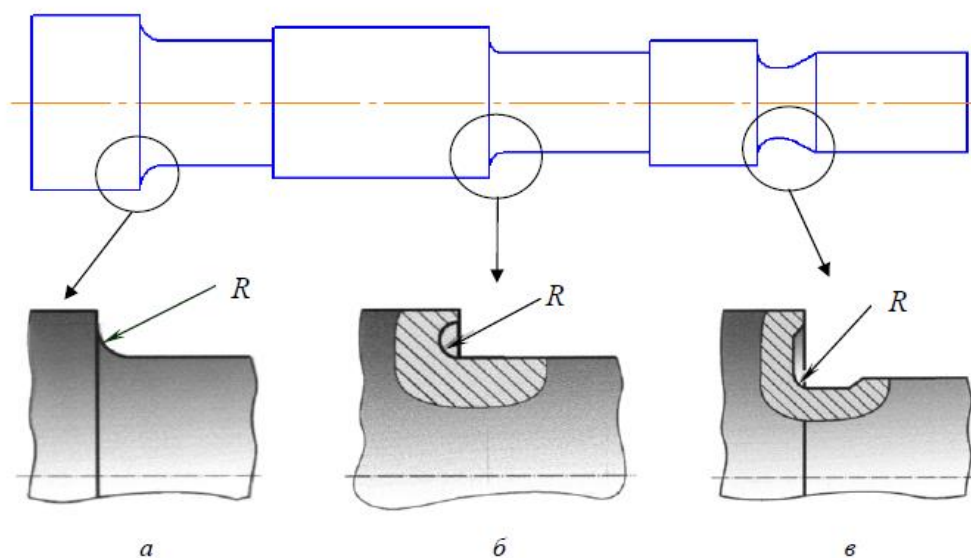


Рисунок 3.67- Канавки и галтели на валах

Торцы валов, во избежание обмятий и повреждения рук рабочих, для облегчения насадки деталей выполняют с фасками.

Механическую обработку валов производят в центрах, поэтому на торцах валов следует предусмотреть центровые отверстия (поз. 14 рисунок 3.65, ГОСТ 14034–74).

Длина осей обычно не превышает 3 м, длина цельных валов по условиям изготовления, транспортировки и монтажа не должна превышать 6 м.

Материалы и обработка валов и осей

Материал для валов и осей должен хорошо обрабатываться, иметь возможности малую чувствительность к концентрации напряжений, способность к термической и химико-термической обработке, в ряде случаев быть

износостойким. Учитывая эти требования, обычно используют углеродистые и легированные стали.

Для малоответственных валов и осей без термической обработки рационально применение углеродистых сталей Ст5 и Ст6. Наиболее употребительны стали 30, 40, 45, 50 (ГОСТ 1080–70). Обычно их подвергают улучшению. Чаще других применяют сталь 45, отличающуюся хорошей обрабатываемостью.

Валы с повышенной несущей способностью изготавливают из сталей с последующей термообработкой: 45, 40Х, 45Х и др.

Для высоконагруженных валов и осей целесообразно использовать легированные многокомпонентные стали: 40ХН, 40ХН2МА, 40ХНТА, 30ХГТ, 30ХГСА. Валы из этих сталей обычно подвергают улучшению, закалке с высоким отпуском или поверхностной закалке ТВЧ с низким отпуском. Однако из-за высокой стоимости и повышенной чувствительности к концентрации напряжений их применение несколько ограничено. К тому же высокие механические свойства легированных сталей реализуются не всегда, так как при малом диаметре вала часто не гарантируется жесткость.

Быстроходные валы на подшипниках скольжения требуют высокой твердости цапф и изготавливаются из цементуемых сталей типа 20, 20Х, 12ХНЗА, 18ХГТ или азотируемых типа 38Х2МЮА.

Валы и оси обрабатывают на токарных станках с последующим шлифованием цапф и посадочных поверхностей. Шероховатость поверхности под подшипники $Ra = 0,16–0,32$. Высоконапряженные валы шлифуют по всей поверхности. Наибольшую износостойкость имеют хромированные валы.

Хромирование увеличивает ресурс до перешлифовки почти в 5 раз. В качестве заготовок для стальных валов диаметром до 150 мм обычно используют круглый прокат или выдавливание, для валов большого диаметра и фасонных валов – поковки. Иногда валы больших диаметров выполняют с фланцами (приварными или насадочными) или сварными из труб. Применение сварных валов позволяет уменьшить расход металла до 40 %. Выбор заготовки зависит от масштаба производства. В крупносерийном производстве ступенчатые валы и оси изготавливают из штампованных заготовок, формы и размеры которых, приближаясь к очертаниям готовых деталей, уменьшают объем механической обработки. Иногда тихоходные и фасонные валы выполняют из модифицированного или высокопрочного чугунов: СЧ 36–56.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.9.2. Критерии работоспособности и расчет валов и осей на прочность

Поломки валов и осей в большинстве случаев (до 50 %) носят усталостный характер. Причинами в этом случае являются циклические перегрузки, неправильная оценка влияния концентрации напряжений.

У тихоходных валов, работающих с большими перегрузками, возможны поломки из-за недостаточной статической прочности.

Обеспечение необходимой жесткости на изгиб и кручение и способности гасить колебания являются важными условиями работоспособности. Таким образом, основными критериями работоспособности являются: *выносливость* при действии переменных нагрузок; *статическая прочность* при перегрузках; *жесткость* и *виброустойчивость*.

Основными расчетными силовыми факторами являются крутящие T и изгибающие M моменты. Влияние растягивающих и сжимающих сил, как правило, невелико и в большинстве случаев не учитывается.

При расчете оси или вала на прочность, жесткость и колебания составляют расчетные схемы (в виде балок на шарнирных опорах): принимают, что детали передают осям и валам силы и моменты посередине своей ширины (рисунок 3.68, *а*); собственная масса и масса расположенных на них деталей, а также силы трения, возникающие в опорах, не учитываются.

На рисунке 3.68 представлены условные опоры: *а* – радиальный шарикоподшипник качения, *б* – подшипник скольжения, *в* – роликовый радиально-упорный подшипник качения.

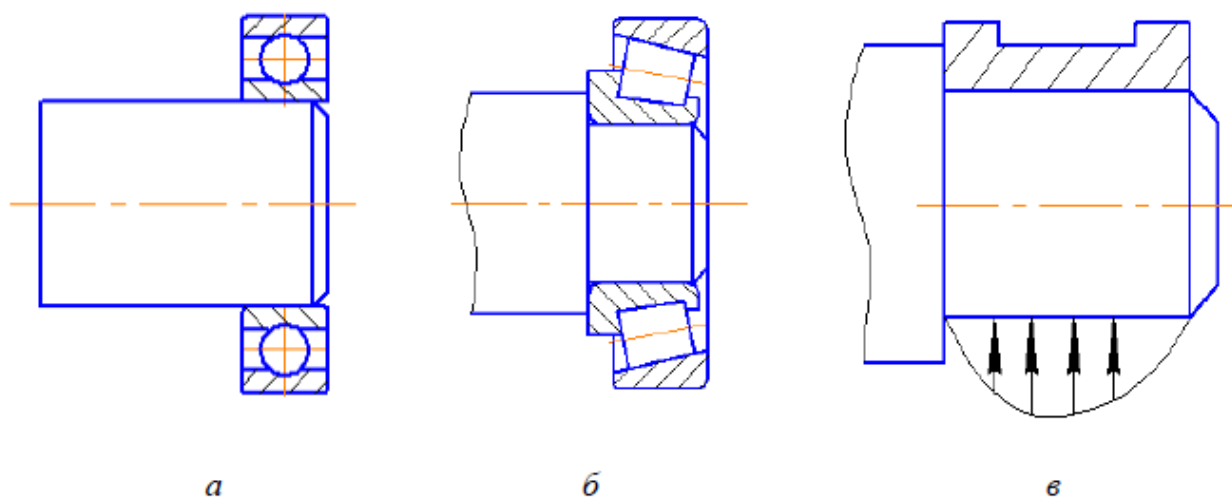


Рисунок 3.68-Условные опоры вала

При установке в опоре двух подшипников условную опору вала располагают на $1/3$ суммарной ширины опоры со стороны нагруженного пролета, так как наиболее нагруженным является внутренний подшипник. При ис-

пользовании подшипников скольжения опору помещают на расстоянии 0,25–0,3 длины подшипника (рисунок 3.68, б).

Если применяются радиально-упорные подшипники, то реакции считаются приложенными в точках, отстоящих от торца подшипника на расстоянии a : для шариковых радиально-упорных подшипников:

$$a = \frac{B + 0,5(D + d)\operatorname{tg} \alpha}{2};$$

для роликовых радиально-упорных подшипников (рисунок 3.68, в)

$$a = \frac{T}{2} + \frac{(D + d)e}{6},$$

где B – ширина подшипника; D и d – наружный и внутренний диаметры подшипника; α – угол наклона тел качения; T – монтажный размер; e – параметр осевого нагружения, $e = 1,5\operatorname{tg} \alpha$.

Для расчета на прочность валов и осей строят эпюры изгибающих и крутящих моментов, продольных сил. При расчете на изгиб вращающиеся оси и валы рассматривают как балки на шарнирных опорах. Для неподвижных осей каждая отдельная опора принимается как заделка или как шарнир в зависимости от конструкции опоры.

Расчеты валов и осей

Предварительные расчеты. На ранней стадии проектирования при отсутствии данных об изгибающих моментах M приближенно диаметры валов (мм) могут быть найдены по величине крутящего момента

$$d \approx 10 \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]_{\text{кр}}}},$$

где T – крутящий момент, возникающий в расчетном сечении вала и обычно численно равный передаваемому вращающему моменту; $[\tau]_{\text{кр}}$ – допускаемое напряжение на кручение; для входных валов $[\tau]_{\text{кр}} = 10\text{--}13$ МПа, для промежуточных – $[\tau]_{\text{кр}} = 10\text{--}20$ МПа, для выходных – $[\tau]_{\text{кр}} = 25\text{--}35$ МПа.

Если между двигателем и редуктором стоит муфта, то диаметр входного вала редуктора принимают $d = (0,8\text{--}1,2)d_{\text{дв}}$ ($d_{\text{дв}}$ – диаметр вала двигателя).

В многоступенчатых редукторах диаметр ведомого вала под колесом i -й ступени $d_i = (0,33\text{--}0,45)a_{wi}$ (a_{wi} – межосевое расстояние i -й ступени).

Диаметр вала, работающего на изгиб и кручение по энергетической теории прочности:

$$d \approx 10^3 \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M^2 + 0,75T^2}}{0,1[\sigma]_{\text{из}}}},$$

где $[\sigma]_{\text{из}}$ – допускаемое напряжение на изгиб.

Для полого вала с соотношением внутреннего диаметра к внешнему β ($\beta = \frac{d_{\text{вн}}}{d}$) приобретает вид:

$$d \approx 10^3 \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M^2 + 0,75T^2}}{0,1[\sigma]_{\text{из}} (1 - \beta^4)}}.$$

Расчет на выносливость. Проверочные расчеты валов выполняются после окончательной проработки конструкции вала и подбора подшипников: вычерчивается эскиз вала со всеми размерами и шероховатостями.

Подшипники качения или скольжения, воспринимающие одновременно радиальные и осевые усилия, рассматривают как шарнирно-неподвижные опоры, а подшипники, воспринимающие только радиальные усилия, – как шарнирно-подвижные.

Расчеты на выносливость учитывают характер изменения напряжений, статические и усталостные характеристики материала, концентрацию напряжений, размеры, состояние поверхности и поверхностное упрочнение. Расчет проводится в форме проверки в опасных сечениях коэффициента запаса выносливости с учетом сложного напряженного состояния сечений вала и сравнения его с минимально допустимыми.

При расчете принимают, что напряжения кручения изменяются по от нулевому (пульсирующему) циклу для нереверсивных передач и по симметричному циклу для реверсивных передач. Совместное действие нагрузок создает асимметричный цикл изменения нормальных напряжений изгиба, но весьма близкий к симметричному циклу.

Опасное сечение вала находят по критерию напряженности:

$$\frac{K_\sigma \sqrt{M^2 + T^2}}{W},$$

где K_σ – эффективный коэффициент концентрации напряжений в данном сечении; W – осевой момент сопротивления. Опасными сечениями считаются те, где критерий напряженности достигает максимального значения или отличается от максимального не более чем на 30 %.

Для опасных сечений валов определяют запасы выносливости:

по нормальным напряжениям

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{k_{\sigma D} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m},$$

по касательным напряжениям

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{k_{\tau D} \sigma_a + \psi_{\tau} \sigma_m},$$

где σ_{-1} , τ_{-1} – пределы выносливости при изгибе и кручении с симметричным циклом нагружения; $k_{\sigma D}$, $k_{\tau D}$ – эффективные приведенные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении; ψ_{τ} , ψ_{σ} – коэффициенты чувствительности материала к асимметрии цикла нагружения.

Коэффициенты $k_{\sigma D}$, $k_{\tau D}$ определяют по формулам

$$k_{\sigma D} = \left(\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + k_F - 1 \right) / k_V$$

$$k_{\tau D} = \left(\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}} + k_F - 1 \right) / k_V,$$

где k_{τ} , k_{σ} – коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении, связанные с конструкцией вала; ε_{τ} , ε_{σ} – коэффициенты, учитывающие абсолютные размеры поперечного сечения при изгибе и кручении; k_F – коэффициент влияния шероховатости поверхности; k_V – коэффициент влияния поверхностного упрочнения.

Общий запас выносливости для валов n должен быть не менее $[n]_{\min}$:

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \geq [n]_{\min}.$$

При высокой точности определения напряжений и механических характеристик $[n]_{\min} = 1,3-1,5$; при приближенной расчетной схеме, отсутствии экспериментальной проверки напряжений и механических характеристик $[n]_{\min} = 1,6-1,8$; при пониженной точности расчета и ориентировочной оценке механических свойств, неоднородности материала (литье) и валов большого диаметра ($d > 200$ мм) $[n]_{\min} = 1,8-2,5$.

Расчет на статическую прочность выполняется для предупреждения появления пластических деформаций или хрупкого разрушения (для высокопрочных материалов).

За расчетные принимаются наибольшие кратковременные нагрузки, которые повторяются меньше 10^5 циклов (для редукторов – пусковой момент). Расчет

проводится в форме проверки запаса прочности в опасных сечениях, а положение опасного сечения определяется по критерию напряженности:

$$\frac{\sqrt{M_{\max}^2 + T_{\max}^2}}{W},$$

где M_{\max} , T_{\max} – изгибающий и крутящий моменты в сечении от наибольших кратковременных нагрузок.

Опасными сечениями считаются те, где критерий напряженности достигает максимальной величины или отличается от максимального не более чем на 10 %.

Частные коэффициенты запаса прочности:

по нормальным напряжениям

$$n_{\tau\sigma} = \frac{\sigma_{\tau}}{\sigma_{\max}},$$

по касательным напряжениям

$$n_{\tau\tau} = \frac{\tau_{\tau}}{\tau_{\max}},$$

где σ_{τ} , τ_{τ} – пределы текучести по нормальным и касательным напряжениям; σ_{\max} , τ_{\max} – наибольшие кратковременные напряжения изгиба и кручения.

Общий запас прочности n с учетом сложного напряженного состояния должен быть не менее $[n]_{\tau\min}$:

$$n_{\tau} = \frac{n_{\tau\sigma} n_{\tau\tau}}{\sqrt{n_{\tau\sigma}^2 + n_{\tau\tau}^2}} \geq [n]_{\tau\min}$$

Для весьма пластичных материалов с $\sigma_{\tau}/\sigma_{\text{в}} \leq 0,6$ при высокой точности определения напряжений и механических характеристик $[n]_{\tau\min} = 1,2\text{--}1,4$. Для пластичных материалов с $0,6 \leq \sigma_{\tau}/\sigma_{\text{в}} \leq 0,8$ при приближенной расчетной схеме, отсутствии экспериментальной проверки напряжений и механических характеристик для пластичных материалов $[n]_{\tau\min} = 1,4\text{--}1,6$. Для материалов умеренной пластичности с $0,8 \leq \sigma_{\tau}/\sigma_{\text{в}} \leq 0,9$ при пониженной точности расчета и ориентировочной оценке механических свойств $[n]_{\tau\min} = 1,6\text{--}2,2$. Для хрупких материалов и литых валов $[n]_{\tau\min} = 2,0\text{--}3,0$. Если в конструкции не предусмотрены надежные предохранительные устройства и точное определение кратковременных нагрузок затруднительно, то следует $[n]_{\tau\min}$ для пластичных материалов увеличить до 2–3, для хрупких – до 3–4.

Расчет на жесткость. Различают изгибную и крутильную жесткость валов. Потребная жесткость по изгибу осей и валов в основном определяется условиями работы передач и подшипников. Деформация валов вызывает вза-

имный наклон колес, концентрацию нагрузки по длине зубьев и раздвигание осей колес. У подшипников качения из-за большого угла поворота на опоре возможно защемление тел качения в результате перекоса колец, а у роликоподшипников создается еще и неравномерное распределение давления по длине роликов.

Расчет на изгибную жесткость сводится к определению прогибов y и углов поворотов θ сечений валов (рисунок 3.69) и сопоставлению их с допустимыми: $y \leq [y]$ и $\theta \leq [\theta]$.

Допускаемый прогиб под зубчатыми колесами $[y] = (0,01-0,03)m$, коническими и глобоидными – $[y] = (0,005-0,007)m$, где m – модуль передачи; величина прогибов для валов общего назначения $[y] = (0,0002-0,003)l$, где l – расстояние между опорами.

Допускаемый угол перекоса зубчатых колес и опор скольжения $[\theta] = 0,001$ рад, со сферическими шарикоподшипниками $[\theta] = 0,05$ рад, для радиальных шарикоподшипников $[\theta] = 0,005$ рад, для радиальных роликоподшипников $[\theta] = 0,0025$ рад, для конических роликоподшипников $[\theta] = 0,0016$ рад.

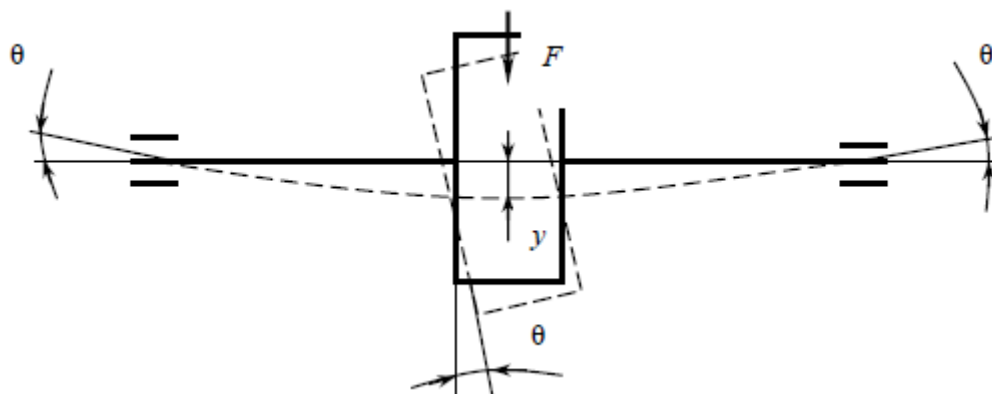


Рисунок 3.69- Определение прогибов y и углов поворотов θ сечений валов

Крутильная жесткость для многих машин, таких как автомобили, трактора, суда, не имеет существенного значения. В случаях, когда движение должно синхронно передаваться нескольким механизмам, а также в точных металлорежущих станках и устройствах автоматического управления, необходима высокая крутильная жесткость. Недостаточная крутильная жесткость вала-шестерни приводит к возникновению концентрации нагрузки по длине зуба.

Задача расчета на крутильную жесткость (для гладкого вала) сводится к определению угла закручивания:

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_n} \leq [\varphi]$$

где T – крутящий момент на валу; l – длина свободного участка вала; G – модуль упругости второго рода (сдвига); J_p – полярный момент инерции сечения вала; $[\varphi]$ – максимально допустимый угол закручивания.

Значение допустимого угла закручивания: для транспортных машин $[\varphi] = 3\text{--}4^\circ$ на один погонный метр; для точных металлорежущих станков и устройств автоматического управления $[\varphi] = 5\text{--}10^\circ$ на один погонный метр; для механизмов движения, крановых мостов $[\varphi] = 15\text{--}20^\circ$ на один погонный метр.

Расчет валов на колебания. Основное практическое значение для валов имеют расчеты частот собственных колебаний для предотвращения явления резонанса (нарастание амплитуд колебаний при совпадении или кратности частоты возмущающих сил и собственной частоты колебаний). В валах наблюдаются поперечные или изгибные колебания, угловые или крутильные колебания, а также изгибно-крутильные колебания. Соответствующие частоты вращения называются *критическими*: $n_{кр} = 60f$, где f – частота поперечных колебаний, Гц.

Зона оборотов от $0,7 n_{кр}$ до $1,3 n_{кр}$ является резонансной. Большинство валов работают в дорезонансной зоне и для уменьшения опасности резонанса повышают их жесткость и, следовательно, собственные частоты вращения. При больших частотах вращения применяют валы повышенной податливости, работающие в зарезонансной зоне $n_{кр} \geq (2 - 3)n$. Сами валы тщательно балансируют, а проход через критические частоты вращения осуществляют с возможно большей скоростью.

Содержание	Контрольные вопросы	Обратная связь
----------------------------	-------------------------------------	--------------------------------

3.10 Опоры осей и валов

3.10.1. Классификация, устройство и область применения подшипников скольжения

Опорные устройства скольжения для вращающихся деталей (валов, осей и др.) называются подшипниками, для поступательного движения – направляющими скольжения.

Подшипник скольжения является основной частью опоры вала, обеспечивает режим вращения вала в условиях относительного скольжения по поверхности цапфы вала по соответствующей поверхности подшипника.

Подшипники скольжения воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу. От качества опор скольжения во многом зависит работоспособность машины.

Подшипники скольжения состоят из корпуса, вкладышей (втулок) и смазывающих устройств. Опорный участок вала называется цапфой. Форма рабочей поверхности подшипника скольжения, так же как и форма цапфы вала, может быть цилиндрической, конической, плоской. Цапфу называют шипом, если она расположена на конце вала, и шейкой при расположении в середине вала (рисунок 3.70).

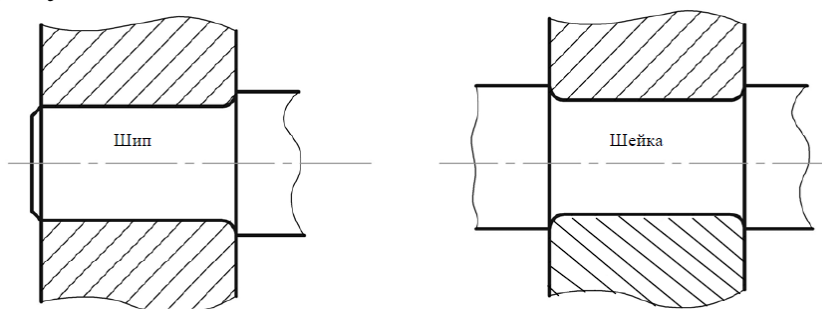


Рисунок 3.70- Цапфа и шейка вала.

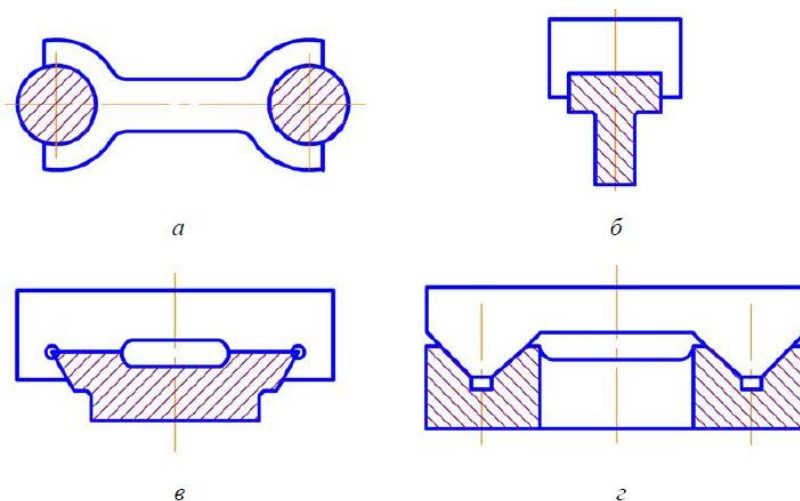


Рисунок 3.71- Конструкции направляющих скольжения

Направляющие скольжения широко используются в металлорежущих станках, в кузнечно-прессовых машинах, приборах и др. Некоторые конструкции направляющих в эскизном виде показаны на рисунке 3.71, где а – цилиндрические, б – прямоугольные, в – «ласточкин хвост», г – охватывающие.

Достоинства подшипников скольжения:

- имеют повышенную долговечность в высокоскоростных механизмах;
- хорошо воспринимают вибрационные и ударные нагрузки;
- работают бесшумно;
- имеют сравнительно малые радиальные размеры;
- допускают установку на шейки коленчатых валов.

Недостатки подшипников скольжения:

- в процессе работы требуют постоянного контроля за состоянием смазочного материала и возможностью перегрева;
- имеют сравнительно большие осевые размеры;
- имеют значительные потери на трение в период пуска и при несовершенной смазке;
- требуют большой расход смазочного материала, его очистку и охлаждение.

Подшипники скольжения применяют во многих отраслях техники. Обычно их используют в тех случаях, когда применение подшипников качения невозможно или нецелесообразно:

- для валов изделий, работающих с ударными и вибрационными нагрузками (двигатели внутреннего сгорания, прокатные станы, молоты и др.);
- для валов больших диаметров (валы гидротурбин, валы прокатных станов и др.);
- для валов высокоскоростных машин (центрифуги и др.);
- для устройств повышенной точности (шпиндели станков, опоры механизмов телескопов и др.);
- в тихоходных машинах, бытовой технике;
- в приборах с малыми диаметрами валов и осей (часы, хронометры и др.);
- в машинах, работающих в воде и агрессивных средах.

Конструкции подшипников скольжения. Основные элементы подшипника скольжения – корпус и вкладыш. Корпус может быть цельным и разъемным. У подшипника с разъемным корпусом соединение крышки с основанием корпуса осуществляется с помощью болтов, шпилек, винтов или клиньев.

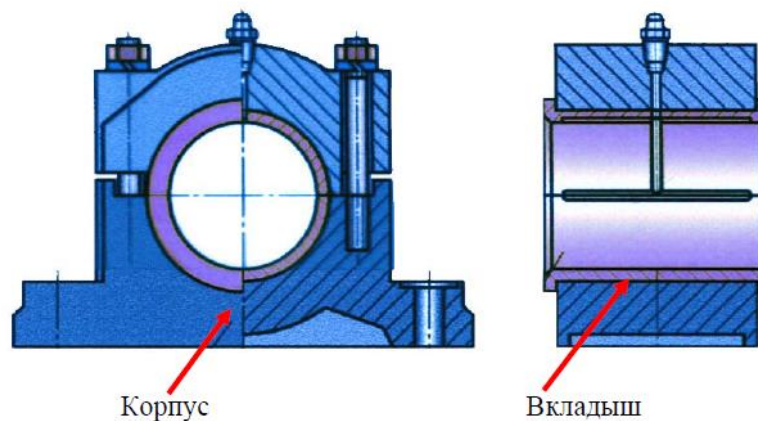


Рисунок 3.72- Корпус подшипника скольжения.

Корпус подшипника может представлять собой отдельную литую или сварную деталь, присоединяемую к машине (рисунок 3.72). В целях разгрузки последних от поперечных усилий, возникающих при работе, крышка и основание должны быть снабжены координационными поверхностями.

Вкладыши бывают с регулируемым и нерегулируемым зазором. Одновременно конструкции втулок и вкладышей обеспечивают во время работы один или несколько масляных клиньев.

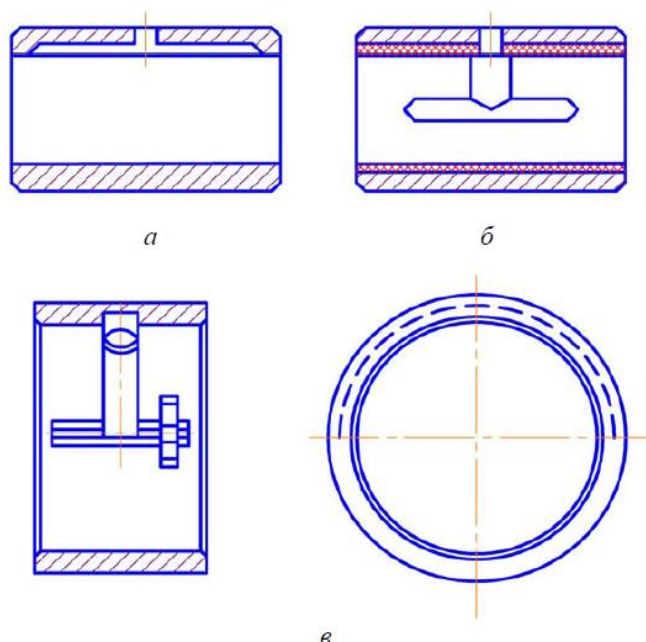


Рисунок 3.73- Вкладыши в неразъемных подшипниках скольжения.

Вкладыши в неразъемных подшипниках изготавливают в виде втулок, представленных на рисунок 3.73, где а – втулка, б – вкладыш из двух половин с заливкой, в – вкладыш из лент.

Подшипники скольжения современных машин характеризуются сравнительно небольшой длиной ($l/d = 0,4 - 1,0$, где l и d – соответственно длина и

диаметр подшипника, мм), что понижает требования к жесткости валов и к выбору зазора в посадке, который в коротком подшипнике может быть минимальным без опасности заедания вала в подшипнике при перекосах.

С увеличением d растет надежность работы, однако свобода выбора d ограничена, так как он связан с прочностью и жесткостью вала и с его габаритами.

Короткие подшипники характеризуются быстрой потерей масла, но в них допускаются меньшие зазоры. Кроме того, они обеспечивают лучший теплоотвод от трущихся поверхностей. При большой длине цапф применяют самоустанавливающиеся подшипники, сферические выступы вкладышей которых позволяют им самоустанавливаться для устранения перекосов.

Классификация подшипников скольжения:

по направлению воспринимаемой нагрузки:

радиальные (рисунок 3.74, а); *упорные* (рисунок 3.74, б); *радиально-упорные* (рисунок 3.74, в, г);

по конструкции корпуса:

с разъемным корпусом; неразъемным корпусом;

по конструкции вкладышей (втулок):

с регулируемым зазором; нерегулируемым зазором.

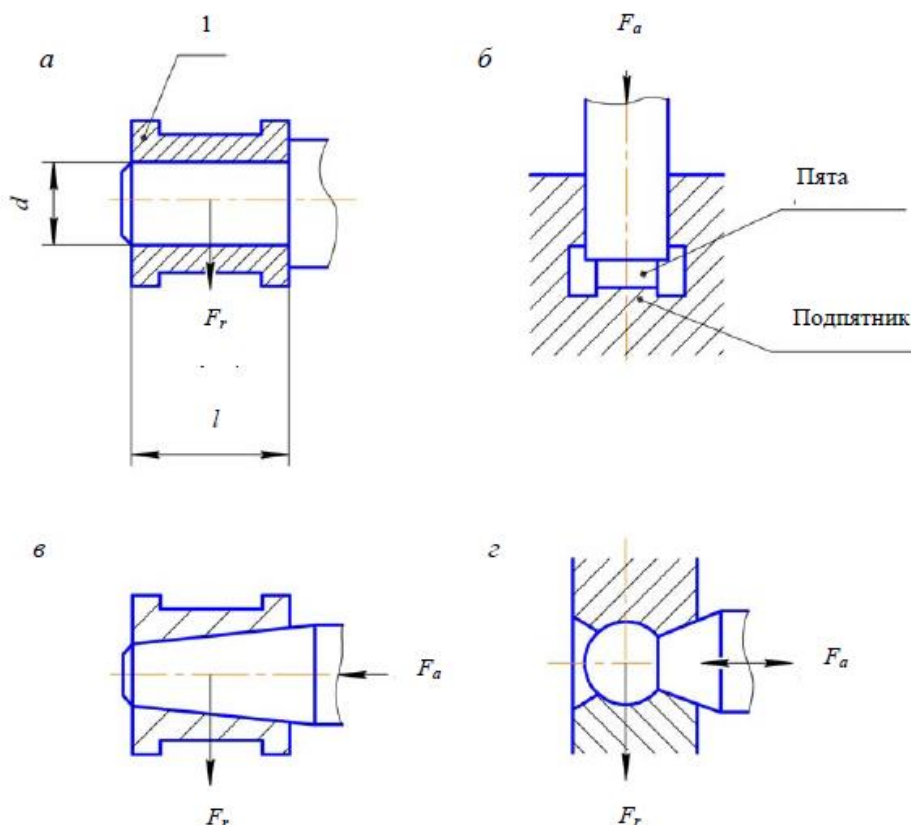


Рисунок 3.74- Классификация подшипников скольжения по направлению воспринимаемой нагрузки.

На рисунке 3.75 представлены два вида форм подшипников скольжения.

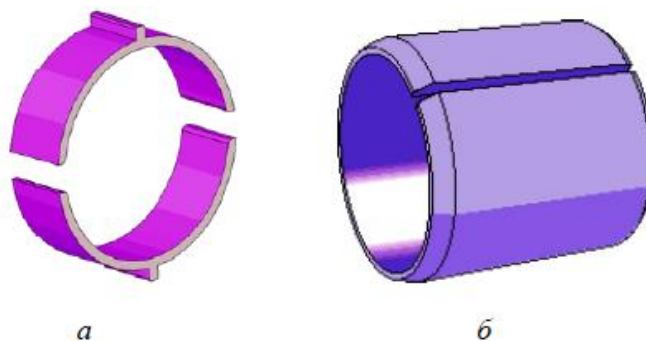


Рисунок 3.75- Формы подшипников скольжения.

Материалы, применяемые для изготовления подшипников скольжения

Основными требованиями, предъявляемыми к материалу вкладыша, являются:

1. Малый коэффициент трения f в паре с валом.
2. Износоустойчивость.
3. Прирабатываемость.
4. Смачиваемость маслом.
5. Теплопроводность.

Вкладыши подшипников скольжения бывают металлические, металлокерамические и неметаллические. Металлические вкладыши имеют наибольшее распространение благодаря своей высокой прочности и хорошей теплопроводности.

Металлические вкладыши выполняют из бронзы, алюминиевых сплавов и антифрикционных чугунов. Наилучшими антифрикционными свойствами обладают оловянистые бронзы Бр010Ф1, Бр04Ц4С17 и др. Алюминиевые (БрА9ЖЗЛ и др.) и свинцовые (БрС30) бронзы применяют с закаленными цапфами.

Наиболее часто употребляют баббиты – сплавы на основе олова, свинца, сурьмы и др., марки Б83, Б90, Б92, БС; они имеют небольшую твердость (НВ 20–35) и мало изнашивают вал.

Вкладыши с баббитовой заливкой применяют для ответственных подшипников при тяжелых и средних режимах работы (компрессоры, дизели и др.).

Баббит-сплав на основе олова и свинца является одним из лучших антифрикционных материалов. Его заливают тонким слоем на рабочую поверхность втулки.

В малоответственных тихоходных механизмах используются чугунные вкладыши (АЧС-1 и др.). Металлокерамические вкладыши изготавлива-

ют прессованием и последующим спеканием порошков меди или железа с добавлением графита, олова или свинца. Пористость этих вкладышей позволяет пропитывать их маслом и использовать их долго, без подвода смазочного материала. Такие вкладыши применяют в тихоходных механизмах и в узлах, труднодоступных для подвода масла.

Неметаллические материалы применяют в подшипниках гребных винтов, насосов, пищевых машин и др. Материал неметаллических вкладышей: текстолит, фторопласт, древеснослоистые пластики, резина. Эти материалы хорошо прирабатываются, могут работать при смачивании водой.

<u>Содержание</u>		<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

3.10.2. Классификация, устройство и область применения подшипников качения

Подшипники качения – это опоры вращающихся или качающихся деталей, использующие элементы качения (шарики или ролики) и работающие на основе трения качения. Основные детали подшипников качения.

Подшипники качения состоят из следующих деталей (рисунок 3.76): 1 – наружного кольца с диаметром D ; 2 – внутреннего кольца с диаметром отверстия d и шириной B ; 3 – тел качения с диаметром D_w (шариков или роликов), которые катятся по дорожкам качения колец; 4 – сепаратора, отделяющего и удерживающего тела качения в собранном состоянии. Основное применение имеет змейковый сепаратор, в подшипниках с высокой точностью вращения применяют массивные сепараторы (цельные или клепанные).

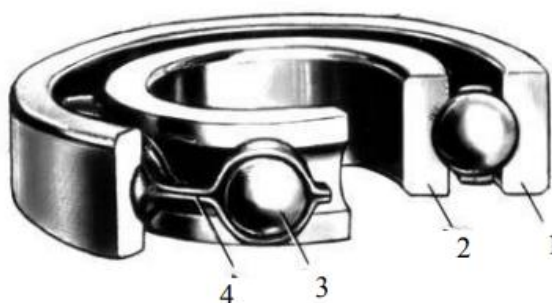


Рисунок 3.76- Устройство подшипника качения

Достоинства подшипников качения: малые моменты сил трения и пусковые моменты, малый нагрев, незначительный расход смазочных материалов, простое обслуживание. Эти преимущества подшипников качения обеспечивают им широкое распространение в различных областях машиностроения и приборостроения. Подшипники качения стандартизованы. Массовое производство их на специализированных заводах позволяет выпускать подшипники качения высокого качества при сравнительно небольшой стоимости. Отечественная промышленность изготавливает подшипники качения свыше 1000 типоразмеров с диапазоном наружных диаметров 1 мм...3 м.

Недостатки подшипников качения: низкая долговечность при больших угловых скоростях и больших нагрузках; ограниченная способность воспринимать ударные и динамические нагрузки; большие габариты по диаметру, особенно при больших нагрузках; высокая стоимость при мелкосерийном производстве уникальных подшипников. Поэтому в соответствующих областях машиностроения вместо подшипников качения применяют подшипники скольжения.

Классификация подшипников качения:

По форме тел качения различают: шариковые подшипники (рисунок 3.77, а). Они наиболее быстроходные; роликовые подшипники имеют большую грузоподъемность.

В зависимости от формы роликов бывают: с цилиндрическими короткими роликами (рисунок 3.77, б); цилиндрическими длинными роликами (рисунок 3.77, в); игольчатыми роликами (рисунок 3.77, г); бочкообразными роликами (рисунок 3.77, д); коническими роликами (рисунок 3.77, е); комбинированными роликами (рисунок 3.77, ж), с небольшой выпуклостью поверхности (7–30 мкм на сторону); витыми или пустотелыми роликами (рисунок 3.77, з).

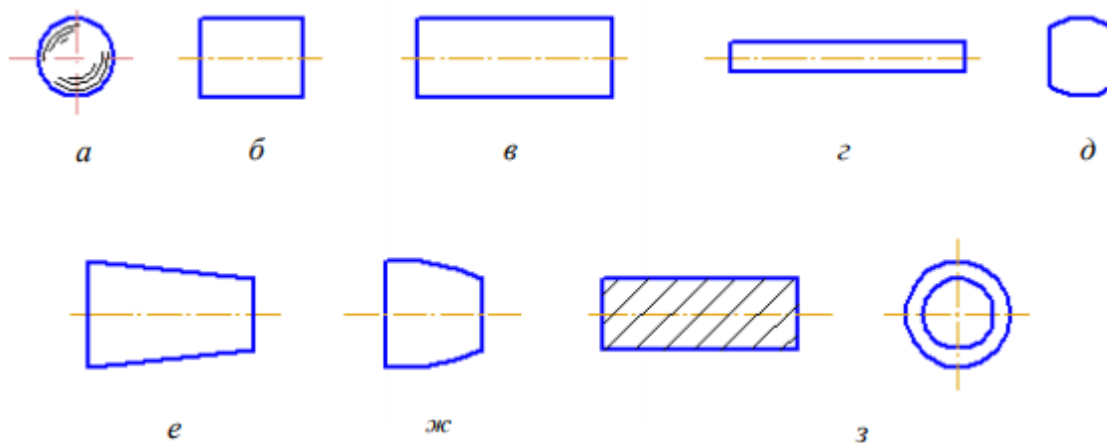


Рисунок 3.77- Формы тел качения подшипников качения

По направлению воспринимаемой нагрузки изготавливают:

радиальные подшипники, предназначенные для восприятия радиальных сил; некоторые типы могут воспринимать и осевые силы. На рисунке 3.78 приведены схемы шарикового (рисунок 3.78, а), роликового (рисунок 3.78, б) и игольчатого (рисунок 3.78, в) радиальных подшипников;

упорные подшипники (рисунок 3.79), предназначенные для восприятия осевых сил; радиально-упорные подшипники – шарикоподшипник (рисунок 3.80, а) и роликоподшипник (рисунок 3.80, б). Предназначены для восприятия комбинированной (с учетом угла наклона осей тел качения α) радиальной и осевой нагрузки. Подшипники регулируемых типов без осевой силы работать не могут; упорно-радиальные подшипники – для восприятия осевых и небольших радиальных нагрузок.

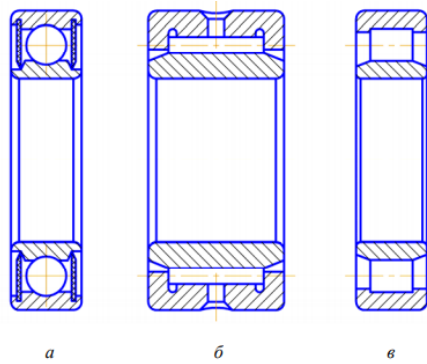


Рисунок 3.78- Радиальные подшипники качения.

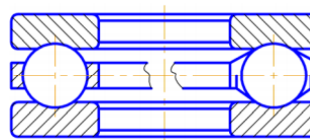


Рисунок 3.79- Упорный подшипник качения

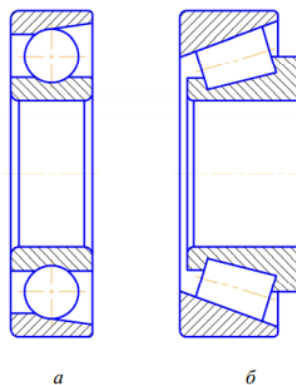


Рисунок 3.80- Радиально-упорные подшипники качения

По числу рядов тел качения выпускают: однорядные подшипники (рисунок 3.81, а); двухрядные подшипники (рисунок 3.81,б); многорядные подшипники.

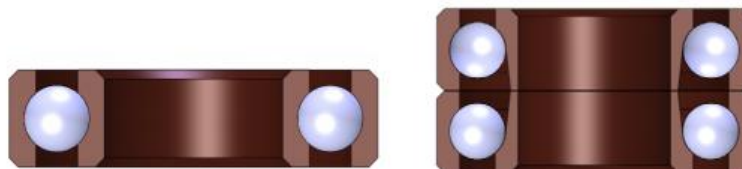


Рисунок 3.81- Однорядный (а) и двухрядный (б) подшипник качения

По признаку самоустанавливаемости бывают: несамоустанавливающиеся подшипники (рисунок 3.82); самоустанавливающиеся подшипники (рисунок 3.83). Например, сферические самоустанавливаются при неточном угловом расположении осей вала и отверстия в корпусе.

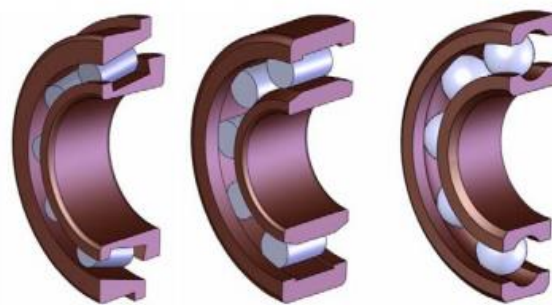


Рисунок 3.82- Несамоустанавливающиеся подшипники качения

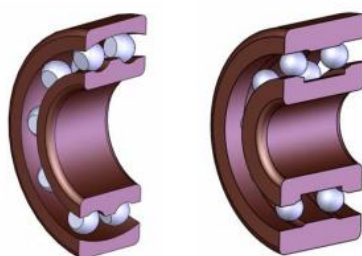


Рисунок 3.83- Самоустанавливающиеся подшипники качения

По радиальным габаритным размерам производят подшипники качения: сверхлегкие (две серии); особо легкие (две серии) (рисунок 3.84, а); легкие и легкие широкие (рисунок 3.84, б, в); средние и средние широкие (рисунок 3.84, г, д); тяжелые (рисунок 3.84, е); особо тяжелые.

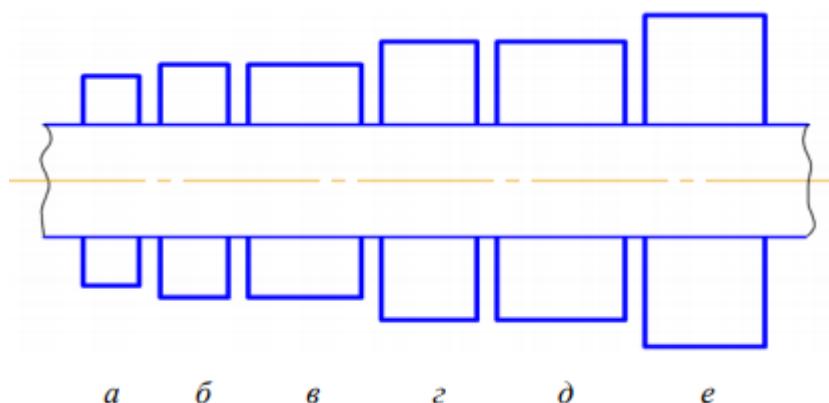


Рисунок 3.84- Классификация подшипников качения по габаритным размерам.

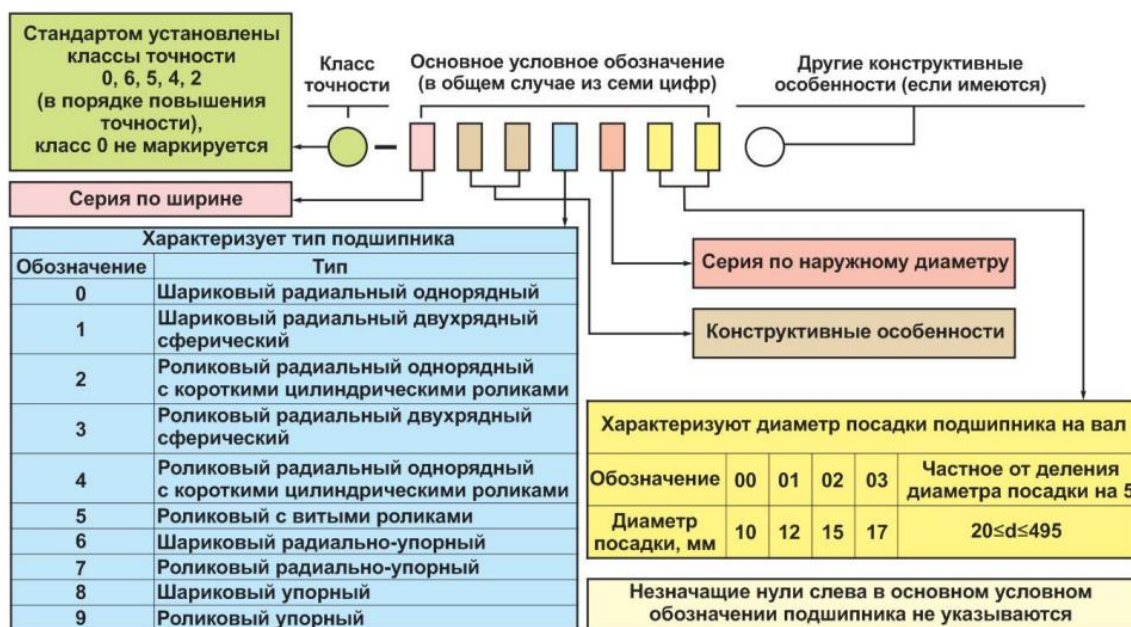
По ширине одного и того же диаметра подшипники бывают: узкие; нормальные; широкие; особо широкие.

По степени точности ГОСТ 520–89 предусматривает пять классов точности (в порядке возрастания): нормальной точности – 0; повышенной – 6; высокой – 5; прецизионной – 4; сверхпрецизионной – 2. Подшипники ка-

чения могут выполняться с коническими посадочными отверстиями (угол конуса 1 : 12).

Обозначение подшипников качения.

Подшипники имеют условное обозначение, состоящее из цифр и букв. Пятая или пятая и шестая справа цифры обозначают конструктивные разновидности подшипников: угол контакта шариков в радиально-упорных подшипниках; наличие защитных шайб, канавок под упорное кольцо и др. Перед основными знаками условного обозначения через дефис могут ставиться: класс точности (нормальный класс точности (0) не указывается), радиальный зазор в подшипниках и величина момента трения (в этом случае нормальный класс точности указывается). Справа от основного обозначения указываются дополнительные обозначения (буквы и цифры), учитывающие: отличия по материалам деталей, конструкции, покрытиям, зазорам, чистоте обработки; специальные требования по шуму (вибрации); обозначение сортов закладываемой смазки, специального отпуска деталей подшипников и др.



Назначение подшипников качения.

Шарикоподшипники наиболее быстроходные и дешевле роликоподшипников. Шариковый радиальный однорядный подшипник (рисунок 3.85, а) предназначен для восприятия радиальных нагрузок, но может воспринимать и двухсторонние осевые нагрузки 0,7 от неиспользованной радиальной. Удовлетворительно работает при перекосе колец до 15'. Подшипник шариковый радиальный сферический двухрядный (рисунок 3.85, б) имеет два ряда шариков, дорожка качения наружного кольца выполнена по сферической поверхности и допускает перекос колец до 3–4°, благодаря чему возможны

большие деформации валов и несоосность отверстий в опорах (возможность исполнения отдельно). Подшипник предназначен для восприятия радиальных нагрузок, но может воспринимать и двухсторонние осевые нагрузки до 0,2 от неиспользованной радиальной. При скоростях более 10 м/с рекомендуется применять массивный сепаратор. Шариковый радиально-упорный однорядный подшипник (рисунок 3.85, в) воспринимает и радиальную, и одностороннюю осевую нагрузку. По конструкции один из бортов наружного кольца срезан, что дает возможность устанавливать больше шариков того же диаметра, повышает грузоподъемность этих подшипников до 30 %. Чем больше осевое усилие, тем с большим углом наклона осей шариков применяются подшипники (углы контакта – 12, 26 и 36°). Шарикоподшипник радиально-упорный двухрядный (рисунок 3.85, г) воспринимает значительные радиальные, знакопеременные осевые и комбинированные нагрузки при высоких требованиях к жесткости опор вала. Шариковый подшипник с четырехточечным контактом предназначен для работы при значительных радиальных и двухсторонних осевых нагрузках (равных неиспользованной радиальной). Радиальная грузоподъемность в 1,5 раза больше, чем у обычного однорядного шарикоподшипника.

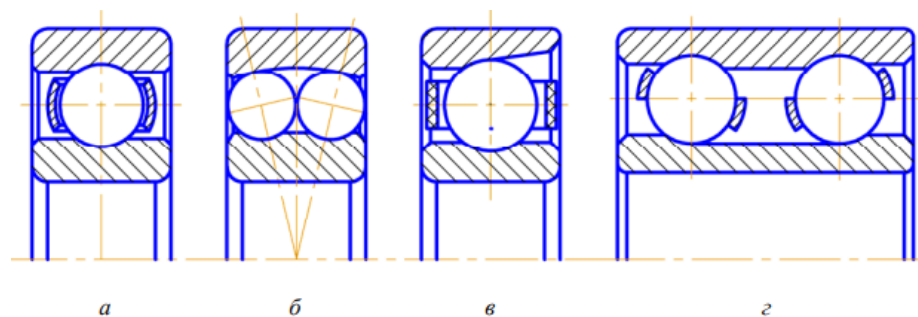


Рисунок 3.85- Шариковые подшипники

Шариковые упорный одинарный (рисунок 3.86, а) и двойной (рисунок 3.86, б) подшипники воспринимают только осевые нагрузки, а двойной – знакопеременные. Удовлетворительно работают при скоростях до 5–10 м/с. Роликоподшипники работают при меньших скоростях, но их грузоподъемность в 1,5–1,7 раза выше, чем у шарикоподшипников.

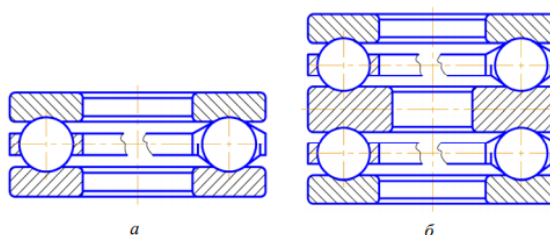


Рисунок 3.86- Шариковые подшипники

Роликовый радиальный подшипник с короткими цилиндрическими роликами (рисунок 3.87, а) воспринимает значительные радиальные нагрузки. Подшипник допускает осевое смещение колец и поэтому часто используется там, где необходимо обеспечить осевое перемещение вала. Роликовый радиальный двухрядный сферический подшипник (рисунок 3.87, б) допускает перекос валов до $2-3^\circ$. Подшипник предназначен для восприятия радиальных нагрузок, но может воспринимать и двухсторонние осевые – до 0,2 от неиспользованной радиальной. Роликовый радиально-упорный с коническими роликами подшипник (рисунок 3.87, в) удобен в сборке, воспринимает радиальную и одностороннюю осевую нагрузку (угол контакта – $9-17^\circ$) при скоростях до 15 м/с. Подшипники обладают большой чувствительностью к несоосности и относительному перекосу осей вала и корпуса.

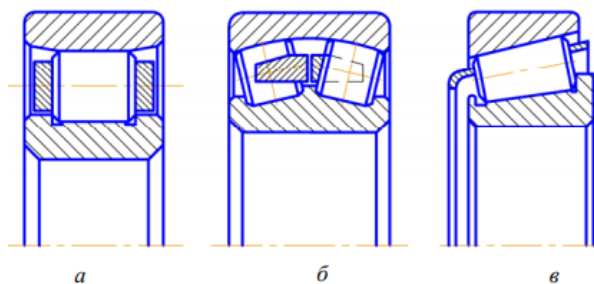


Рисунок 3.87- Шариковые подшипники.

Игольчатый роликоподшипник воспринимает только радиальные нагрузки, при стесненных радиальных габаритах часто устанавливается без одного из колец. Посадочные поверхности вала и корпуса под иглы подвергают закалке до высокой твердости, шлифуют и полируют. Удовлетворительно работает при скоростях до 5 м/с. Роликовый подшипник с витыми роликами хорошо работает при ударных нагрузках. Соседние ролики обычно имеют навивку противоположного направления во избежание осевого смещения колец.

Материалы, применяемые для изготовления подшипников качения.

Кольца и тела качения подшипников изготавливают из шарикоподшипниковых высокоуглеродистых хромистых сталей марок ШХ15, ШХ15СГ, ШХ20СГ, а также из цементуемых легированных сталей марок 18ХГТ и 20Х2Н4А. Кольца и тела качения подшипников, работающие при температуре до 100°C , имеют твердость 58–65 HRC. Для работы в условиях высоких температур или агрессивных сред применяют специальные теплостойкие или коррозионно-стойкие стали 9Х18, ЭИ347Ш с твердостью 63–67 HRC. При требовании обеспечить немагнитность подшипников используют берилле-

вую бронзу. Сепараторы большинства подшипников изготавливают из мягкой углеродистой стали методом штамповки. Для высокоскоростных подшипников применяют массивные сепараторы из латуни, антифрикционных бронз, фторопласта, текстолита. В условиях ударных нагрузок и при высоких требованиях к бесшумности подшипников качения тела качения изготавливают из пластмасс, при этом резко снижаются требования к твердости колец.

<u>Содержание</u>		<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

3.10.3. Расчет подшипников скольжения на износостойкость и тепло-стойкость. Расчет подшипников качения на долговечность

Виды разрушений и критерии работоспособности подшипников качения.

Характер и причины отказов подшипников качения:

1. Усталостное выкрашивание рабочих поверхностей колец и тел качения в виде раковин или отслаивания под действием переменных контактных напряжений. Его обычно наблюдают после длительной работы. Сопровождается повышенным шумом и вибрациями.

2. Смятие рабочих поверхностей дорожек и тел качения (образование лунок и вмятин) вследствие местных пластических деформаций под действием ударных или значительных статических нагрузок.

3. Абразивное изнашивание вследствие плохой защиты подшипника от попадания абразивных частиц.

4. Разрушение сепараторов от действия центробежных сил и воздействия на сепаратор разноразмерных тел качения.

5. Разрушение колец и тел качения из-за перекосов колец или действия больших динамических нагрузок.

Основными критериями работоспособности являются: долговечность по динамической грузоподъемности (рассчитывают подшипники с частотой вращения кольца $n \geq 1$ об/мин); статическая грузоподъемность (рассчитывают невращающиеся и медленно вращающиеся подшипники с частотой вращения кольца $n \leq 1$ об/мин).

Расчет подшипников качения на долговечность.

Расчет на долговечность подшипников основан на динамической грузоподъемности C подшипника, представляющей постоянную эквивалентную нагрузку, которую подшипник может выдержать в течение 10^6 оборотов (одного миллиона оборотов) при частоте вращения более 1 об/мин. Расчетная долговечность подшипников (срок службы) при 90%-ном уровне надежности, млн. об.:

$$L_{0,9} = \left(\frac{C}{P_E} \right)^m$$

где C – динамическая грузоподъемность, Н; P_E – эквивалентная (приведенная) нагрузка, Н; m – показатель степени; для шариковых подшипников $m = 3$, для роликовых подшипников $m = 10/3$.

Эквивалентная нагрузка P_E определяется по формуле

$$P_E = (xvF_R + yF_A)K_bK_t,$$

где x и y – коэффициенты, учитывающие радиальную и осевую нагрузку (указываются в каталоге в зависимости от типа подшипника);

v – коэффициент вращающегося кольца; при вращении внутреннего кольца $v = 1$, при вращении наружного кольца $v = 1,2$;

F_R и F_A – радиальная и осевая нагрузка на подшипник, Н;

K_b – коэффициент безопасности, учитывающий влияние характера нагрузки и условий эксплуатации;

K_t – коэффициент, учитывающий влияние температуры на долговечность подшипника. Осевая нагрузка не оказывает влияния на величину экви-

валентной нагрузки, пока отношение $\frac{F_A}{vF_R}$ не превысит величины e' – коэффициента, учитывающего степень осевого нагружения (указывается в каталоге в зависимости от типа подшипника). При расчете радиально-упорных подшипников необходимо учитывать минимальные осевые составляющие реакций подшипников, возникающие под действием радиальных нагрузок, величина которых должна быть не менее $F_{a \min} = e'F_R$.

Статическая грузоподъемность подшипников качения.

Статическая грузоподъемность подшипника C_0 , Н, – это такая статическая нагрузка, при которой общая остаточная деформация тела качения или колец в наиболее нагруженной зоне не превышает 0,0001 диаметра тела качения при частоте вращения до 1 об/мин. Подбор подшипников по статической грузоподъемности выполняют по условию $C_0 \geq P_0$,

где P_0 – эквивалентная статическая нагрузка, Н.

Для радиальных шарикоподшипников и радиально-упорных шарико- и роликоподшипников

$$P_0 = x_0F_{R \max} + y_0F_{A \max},$$

где $F_{R \max}$ и $F_{A \max}$ – максимальные радиальная и осевая нагрузки, Н; x_0 и y_0 – коэффициенты радиальной и осевой нагрузки (указываются в каталоге в зависимости от типа подшипника).

Виды разрушений и критерии работоспособности подшипников скольжения Обязательным условием работы подшипника скольжения является наличие масляного слоя между трущимися поверхностями, для образования которого в посадке должен обеспечиваться гарантированный зазор. В подшипниках имеет место жидкостное, полужидкостное и граничное трение. Наименьшие потери ($f \cong 0,001-0,003$) и наименьший износ наблюдается при жидкостном трении. При нем потери определяются коэффициентом трения f

в потоке жидкости, надежно разделяющем трущиеся поверхности. Граничное трение характеризуется очень тонким слоем смазки (менее 0,1 мк), разделяющим трущиеся поверхности. Пограничный тонкий слой смазки обладает особыми свойствами, зависящими от природы и состояния трущихся поверхностей, и образует устойчивые пленки на поверхностях деталей.

Полужидкостное трение – смешанное. Жидкостное трение возникает лишь в специальных подшипниках при соблюдении определенных условий. Большинство подшипников скольжения работают в условиях полужидкостного трения, а в периоды пуска и остановки – в условиях граничного трения.

Подшипники скольжения могут выйти из строя по следующим причинам:

1. Абразивный износ является результатом работы подшипников скольжения в условиях граничного (полупускового) трения, а также следствием попадания со смазкой абразивных частиц.

2. Задир или заедание возникают при перегреве из-за понижения вязкости масла: масляная пленка местами разрывается, образуется металлический контакт с температурными пиками. Причиной заедания могут служить перекосы валов, а также перегрузки, которые тоже приводят к выдавливанию смазки.

3. Усталостное выкрашивание поверхности происходит довольно редко и в основном характерно при действии нагрузок по отнулевому (пульсирующему) циклу.

4. Коррозия рабочих поверхностей.

Критериями работоспособности подшипников в условиях несовершенной смазки (граничная и полужидкостная) является износостойкость и сопротивление заеданию.

Для жидкостного трения таким критерием является сохранение минимальной толщины масляного слоя при заданных режимах работы (угловая скорость, удельное давление, температура и вязкость масла).

Основными причинами разрушения подшипников скольжения, является износ и заедание, поэтому основные расчеты сводятся к устранению этих причин. Для оценки работоспособности подшипников, работающих при полужидкостном и граничном трении, служат удельное давление на поверхности подшипника и цапфы вала p и удельная работа сил трения p_v , где v – окружная скорость поверхности цапфы.

Расчет по удельному давлению гарантирует невыдавливаемость смазки:

$$p = \frac{F_R}{dl} \leq [p],$$

где F_R – радиальная нагрузка на подшипнике, Н;

d и l – диаметр и длина подшипника, мм;

$[p]$ – давление, выше которого не происходит быстрый износ (вплоть до заедания); в зависимости от материала вкладыша и вала $[p] = (2-10)$ МПа.

Этот расчет применим в основном для медленно вращающихся валов или периодически вращающихся, например в механизмах с ручным приводом и т. п. Расчет по отсутствию заедания гарантирует нормальный тепловой режим и отсутствие заедания. Удельный теплоотвод вычисляют по формуле

$$\frac{F_R f v}{dl} = p f v,$$

где f – коэффициент трения. Так как f – величина постоянная, $p v \leq [p v]$. Значения $[p v]$, так же как и значение $[p]$, зависят от материала трущихся поверхностей и выбираются по таблице 1.

Эти значения получены экспериментально в определенных условиях теплоотвода и при соответствующих температурах подшипника. Вышеуказанные два способа расчета пригодны только для граничного и полужидкостного трения.

Расчет при полужидкостном трении. К таким подшипникам относятся опоры грубых тихоходных механизмов и машин с частыми пусками и остановками, работающих при неустановившемся режиме нагружения или плохих условиях подвода смазки. Расчет проводят по среднему удельному давлению, которое обеспечивает достаточную износостойкость и предотвращение заедания.

Таблица 1- Допускаемые значения удельного давления $[p]$ и работы сил трения $[pv]$

Материал вкладыша	v , м/с, не более	$[p]$, МПа	$[pv]$, МПа·м/с
Чугун СЧ-36: серый	0,5	4	–
Чугун антифрикционный:			
АКЧ-1	5	0,5	2,5
АВЧ-2	1	12	12
Бронза:			
Бр0Ф10-1	10	15	15
БрАЖ9-4	4	15	12
Латунь ЛКС80-3-3	2	12	10
Баббит:			
Б16	30	15	10
Б6	6	5	5
Металлокерамика:			
бронзографит	2	4	–
железографит	2	5,5	–
Полиамидные пластмассы (капрон АК-7)	4	15–20	20
Пластифицированная древесина (смазка водой)	1	10	–
Резина (смазка водой)	10–20	4–10	–

Расчет для жидкостного трения производится при условии разделения цапфы и подшипника масляной пленкой, толщина которой для заданных условий работы должна быть больше суммы микронеровностей обработанных поверхностей цапфы (таблица 2) и подшипника. Кроме того, скорость скольжения v должна быть достаточной для создания необходимой гидродинамической поддерживающей силы за счет заклинивания смазки.

Таблица 2- Максимальная высота микронеровностей R_z поверхности цапфы

Вид обработки поверхности	Максимальная высота микронеровностей R_z , мкм
Чистовое точение, шлифование средней чистоты	6–16
Гладкая обточка твердыми сплавами, чистовое шлифование	2,5–5
Алмазное точение и очень чистое шлифование	1,0–2,5
Суперфиниш, полирование	До 1,0

Иными словами, расчет основан на уравнениях гидродинамики вязкой жидкости, связывающих давление, скорость и сопротивление смазки вязкому сдвигу. Для создания жидкостного трения необходимо, чтобы в масляном слое возникало избыточное давление или от вращения вала (гидродинамическое), или от насоса (гидростатическое). Наиболее часто применяются подшипники с гидродинамической смазкой. Цапфа при своем вращении увлекает масло. В образовавшемся масляном клине создается избыточное давление, обеспечивающее разделение цапфы и подшипника. По гидродинамической теории давление p может развиваться только в клиновом зазоре. Толщина

масляного слоя h зависит от угловой скорости ω и динамической вязкости масла μ : чем больше эти величины, тем больше h , но с увеличением Rz поверхности цапфы h уменьшается.

При установившемся режиме работы

$$h = K_h(Rz_1 + Rz_2),$$

где K_h – коэффициент запаса, учитывающий изгиб цапфы и неточности изготовления и сборки, $K_h \geq 2$; Rz_1 и Rz_2 – микронеровности цапфы и вкладыша.

Рекомендуется следующий порядок расчета:

1. Выбирают отношение $l/d = 0,5-1$. Короткие подшипники ($l/d < 0,4$) обладают малой грузоподъемностью. Длинные подшипники ($l/d > 1$) требуют повышенной точности и жестких валов. При выборе l/d учитывают также габариты, массу, перекосы валов и др. При этом используют зависимости

$$p \leq [p] \text{ и } pv \leq [pv].$$

2. Вычисляют среднее значение относительного зазора:

$$\psi = 8 \cdot 10^{-3} \cdot v^{0,25},$$

где v – окружная скорость цапфы.

3. Выбирают сорт масла. В подшипниках общего назначения рекомендуют масла индустриальные 45, 30, 20 и турбинное 25. Среднюю температуру масла t_{cp} обычно выбирают в пределах 45–75 °С. По справочнику определяют среднюю вязкость масла.

4. Подсчитывают коэффициент нагруженности подшипника по формуле

$$C_F = F_2 \psi^2 / \mu \omega l d = p \psi^2 / \mu \omega.$$

Далее по справочнику определяют относительный эксцентриситет χ . Полученные значения согласовывают с одной из рекомендуемых посадок (обычно Н7/ф 7, Н9/с8, Н7/с8, Н9/д9). 5. Определяют минимальный слой масла:

$$h_{\min} = 0,55(1 - \chi).$$

6. Выявляют критическое значение масляного слоя:

$$h_{кр} = Rz_1 + Rz_2,$$

где Rz_1 и Rz_2 – шероховатости поверхности соответственно вала и вкладыша, которые принимают по ГОСТ 278 в пределах 6,3–0,2 мкм. Рекомендуют обработать цапфу не ниже $Rz = 6,3$.

7. Определяют коэффициент запаса надежности по толщине масляного слоя:

$$S_h = \frac{h_{\min}}{h_{\text{кр}}} \geq [S_h] \approx 2.$$

Тепловой расчет для быстроходных подшипников скольжения имеет решающее значение. Тепловым расчетом окончательно устанавливаются необходимый зазор и давление масла при условии, что температура подшипника не превысит допустимой величины $[t]$, °С. Расчет ведется на основе теплового баланса: тепловыделение равно теплоотдаче.

<u>Содержание</u>	<u>Контрольные вопросы</u>	<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

3.11. Сварные, заклепочные, паянные и клеевые соединения

3.11.1. Классификация сварных и заклепочных соединений. Допускаемые напряжения

Изготавливаемые промышленностью машины, станки, приборы и аппараты, как правило, состоят из различных, определенным образом объединенных и взаимно связанных деталей, которые соединяются между собой различными способами. Соединение деталей обеспечивает их определенное взаимное положение в процессе работы.

К неразъемным относят соединения деталей с жесткой механической связью, сохраняющейся в течение всего срока их службы. Разборка таких соединений невозможна без разрушений или повреждений самих деталей или связывающих их элементов. К неразъемным соединениям можно отнести соединения деталей сваркой, заклепками, пайкой и натягом.

Сварка как высокопроизводительный процесс изготовления неразъемных соединений находит широкое применение. Использование сварных конструкций вместо клепаных дает экономию металла до 15–20 % (более полно используется рабочее сечение, возможно непосредственное соединение). В результате уменьшения массы детали, трудоемкости изготовления, возможности автоматизации производства уменьшается стоимость изготовления детали.

Применение сварных деталей вместо литых обеспечивает экономию металлов до 30 % (чугунных – до 50–60 %), уменьшение припусков на механическую обработку и снижение стоимости изготовления деталей (стоимость проката почти в 2 раза меньше).

Основными недостатками сварных соединений является недостаточная стабильность качества шва (возможны непровары, пережоги), что снижает прочность сварных швов, особенно при переменных нагрузках. Качество шва повышается при использовании автоматической сварки.

Благодаря своим преимуществам сварка вытеснила заклепочные соединения из их традиционных областей применения (корпуса судов, котлы, резервуары, мосты, пространственные металлоконструкции, подъемно-транспортные машины и др.) и позволила создать принципиально новые конструкции (штампосварные конструкции, заменяющие фасонное литье и клепаные конструкции, и т. д.).

Сварным соединением называется неразъемное соединение, состоящее из двух деталей и соединяющего их сварного шва.

Основные типы, конструктивные элементы и размеры сварных соединений устанавливает ГОСТ 5254–80. По взаимному расположению сварные соеди-

нения делятся на стыковые – условное обозначение С, нахлесточные – Н, тавровые – Т и угловые – У.

Первые три вида сварных соединений используют как силовые, четвертый – как вспомогательный и при передаче малых нагрузок.

Находят также применение соединения с накладками, пробочные и прорезные.

Стыковые сварные соединения (рисунок 3.88) – типичные сварные соединения, в которых торцы или кромки соединяемых деталей располагаются так, что поверхность одной детали является продолжением поверхности другой детали.

Стыковые соединения без скоса кромок применяют при соединении свариваемых листов толщиной S до 12 мм. Листы толщиной до 4 мм сваривают односторонним швом, толщиной 2–12 мм – двусторонним швом. Стыковые соединения с V-образной разделкой кромок применяют при сварке металла толщиной 3–60 мм. При толщине металла 15–100 мм применяют V-образную разделку шва с криволинейным скосом одной или обеих кромок. Стыковые соединения с X- и К-образной разделкой кромок применяют при сварке ме-

талла толщиной 8–175 мм. Превышение шва $l_{ш}$ над основным металлом допускается не более 1–1,5 мм во избежание повышенной концентрации напряжений. При этом расход электродного металла, а следовательно, и электроэнергии почти вдвое меньше, чем при V-образной разделке кромок.

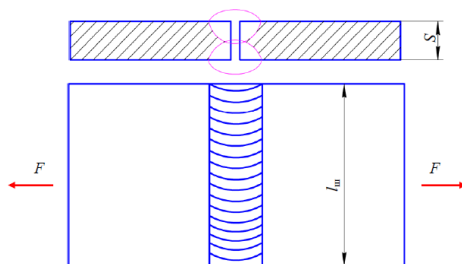


Рисунок 3.88- Стыковое сварное соединение

Соединение встык имеет высокую прочность при статических и динамических нагрузках F . Его рационально применять для соединения листового металла, а также при стыковании угловых профилей, швеллеров и двутавровых балок.

Нахлесточные сварные соединения (рисунок 3.89) широко применяют при изготовлении различных строительных конструкций – колонн, мачт, ферм и др. Один элемент соединения накладывается на другой. Величина перекрытия должна быть не менее удвоенной суммы толщин свариваемых кро-

мок изделия. Листы при сварке заваривают с обеих сторон, чтобы не допустить проникновения влаги в зазор между свариваемыми листами.

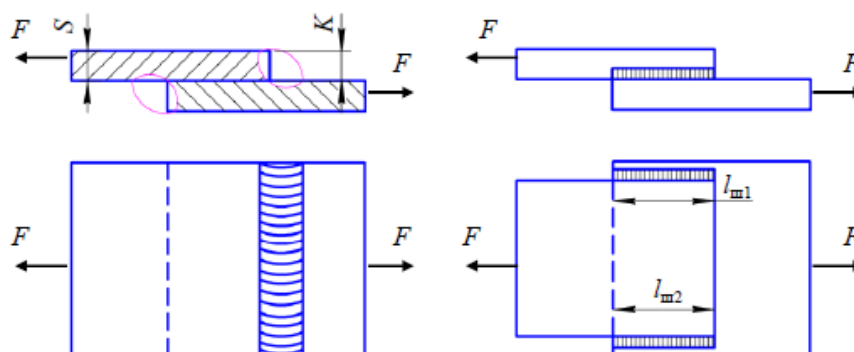


Рисунок 3.89- Свахлесточное сварное соединение

Тавровые сварные соединения (рисунок 3.90) – это соединения, при которых торец одного элемента примыкает к поверхности другого элемента свариваемой конструкции под некоторым углом (чаще всего под прямым). При малых толщинах свариваемого элемента, а также при ручной сварке подготовка кромок не проводится. Односторонняя подготовка кромок осуществляется при толщине листа $S = 4\text{--}26$ мм, двухсторонняя – при $S = 12\text{--}60$ мм. Для получения прочного шва зазор между свариваемыми элементами составляет 2–3 мм.

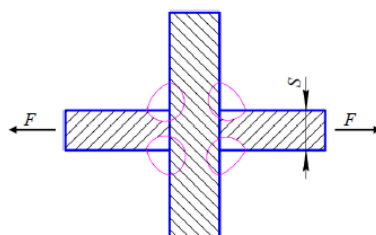


Рисунок 3.90- Тавровое сварное соединение

Угловые сварные соединения (рисунок 3.91) при малых толщинах ($S = 2\text{--}8$ мм) выполняют ручной сваркой, при средних толщинах ($S = 6\text{--}14$ мм) – полуавтоматической сваркой, при значительных толщинах ($S = 10\text{--}40$ мм) – автоматической и полуавтоматической сваркой.



Рисунок 3.91- Угловое сварное соединение

Сварные швы классифицируют по ряду признаков:

по положению относительно действующей силы: *фланговый* (рисунок 3.92, а), *лобовой* (рисунок 3.92, б), *косой* (рисунок 3.92, в);
 по положению в пространстве: *нижний* (рисунок 3.93, а), *горизонтальный* (рисунок 3.93, б), *вертикальный* (рисунок 3.93, в), *потолочный* (рисунок 3.93, г);
 по внешней форме: *выпуклый* (рисунок 3.94, а), *нормальный* (рисунок 3.94, б), *вогнутый* (рисунок 3.94, в);
 по протяженности: *непрерывистый* (рисунок 3.95, а), *прерывистый* (рисунок 3.95, б).

Выпуклые швы имеют большее сечение и поэтому называются *усиленными*. Однако большая выпуклость для швов, работающих при знакопеременных нагрузках, вредна, так как вызывает концентрацию напряжений в местах перехода от шва к поверхности основной детали. Вогнутые ослабленные швы применяют, как правило, в угловых соединениях, в стыковых соединениях они не допускаются. Нормальный шов по сечению соответствует расчетному и принят как основной вид сварного шва.

Прерывистые швы применяют в том случае, если шов неответственный (сварка ограждений, настила и др.) или если по прочностному расчету не требуется сплошной шов. Их применяют в целях экономии материалов, электроэнергии и трудозатрат. Длину провариваемых участков l прерывистого шва принимают 50–150 мм, а промежутки делают примерно вдвое больше. Расстояние от начала предыдущего шва до начала последующего шва называют *шагом шва* t .

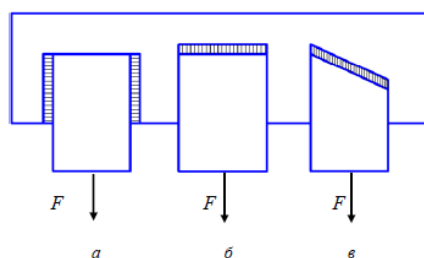


Рисунок 3.92- Виды сварных швов по положению относительно действующей силы

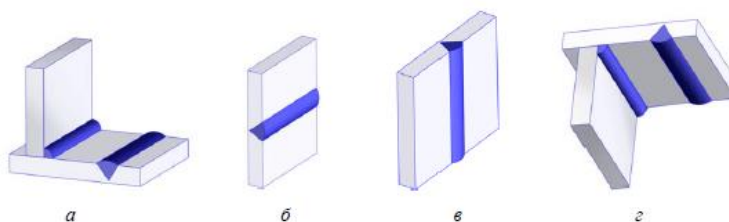


Рисунок 3.93- Виды сварных швов по положению в пространстве

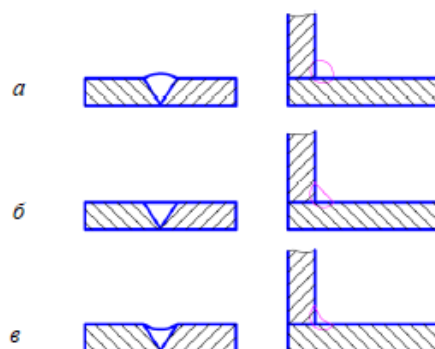


Рисунок 3.94- Виды сварных швов по внешней форме

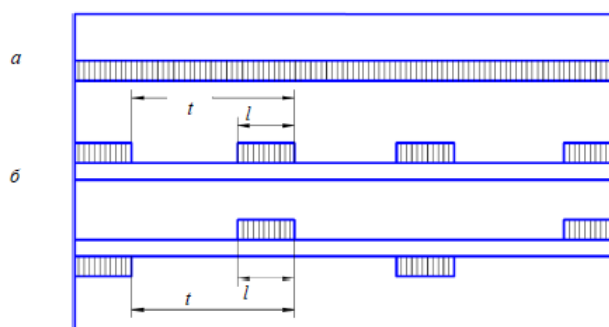


Рисунок 3.95- Виды сварных швов по протяженности

Угловые швы (на рисунок 3.89, рисунок 3.90, рисунок 3.91 выделены тонкими линиями), называемые также *валиковыми*, – это швы угловых, тавровых и нахлесточных соединений. Условное обозначение шва наносят на полке линии выноски, проведенной от изображения шва с лицевой стороны, и под полкой линии-выноски, проведенной от изображения шва с оборотной стороны в соответствии с ГОСТ 2.312–72.

Катет валикового шва K (рисунок 3.89), как правило, принимается равным толщине соединяемых деталей (уголки, швеллеры, двутавры), но не менее 3 мм. Максимальная величина катета ограничивается значением 20 мм. Минимальная длина валиковых швов должна быть не менее 30 мм, так как при меньшей длине резко возрастает влияние непровара в начале и в конце шва. Во фланговых швах по длине шва возникает концентрация напряжений: тем большая, чем длиннее шов. Длину фланговых швов рекомендуется принимать не больше $(50-60)K$.

Оценка работоспособности сварных швов. Общим условием работоспособности сварных соединений является равнопрочность сварного шва и соединяемых элементов. Прочность стыкового сварного шва оценивается по величине нормальных напряжений среды $\sigma_{ср}$, Н/мм², при действии растягивающих сил F , Н, и изгибающих моментов M , Н · м:

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{F}{l_{\text{ш}} S} + \frac{M}{W_{\text{ш}}} \leq [\sigma]',$$

где $l_{\text{ш}}$ – длина шва, мм; S – толщина листа, мм; $W_{\text{ш}}$ – момент сопротивления сварного шва, мм³; $[\sigma]'$ – допускаемое напряжение материала сварного шва, Н/мм².

Расчет валиковых швов всех типов унифицирован и проводится условно по касательным напряжениям среза $\tau_{\text{ср}}$ в наиболее ослабленном сечении сварного шва по зависимости

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{0,7 K l_{\text{ш}}} + \frac{6 M}{0,7 K l_{\text{ш}}^2} \leq [\tau]',$$

где $0,7 K$ – расчетное значение катета шва, мм; $[\tau]'$ – допускаемое напряжение среза материала сварного шва, Н/мм².

Допускаемые напряжения для сварного шва выбираются в зависимости от величины допускаемого напряжения для основного материала $[\sigma]$, путем понижения на величину коэффициента качества шва $K_{\text{ш}}$:

$$[\sigma]' = K_{\text{ш}} [\sigma] \quad \text{или} \quad [\tau]' = K_{\text{ш}} [\sigma].$$

Значение коэффициента качества шва $K_{\text{ш}}$ берется по справочным данным в пределах 0,5–1, в зависимости от способа сварки, материала электрода и характера нагружения.

При проектировании сварных соединений определяется расчетная длина сварного шва. Для стыкового соединения расчетная длина шва сравнивается с шириной соединяемых листов B , и если $l > B$, то сварной шов следует выполнить косым (рисунок 5, в) или усилить накладками с валиковыми швами.

Для валиковых швов при условии $l > B$ длина шва может быть увеличена за счет введения кроме лобового (рисунок 5, б) еще и фланговых сварных швов (рисунок 5, а), т. е.

$$l = l_{\text{л}} + l_{\text{ф}},$$

где $l_{\text{л}}$ – длина лобового шва, мм; $l_{\text{ф}}$ – длина фланговых швов, мм.

Заклепочные соединения.

Основным скрепляющим элементом заклепочных соединений является заклепка. Она представляет собой короткий цилиндрический стержень длиной L , диаметром d , на одном конце которого находится головка диаметром D , высотой H , а для некоторых видов – с углом конуса α (рисунок 3.96).

Головки заклепок могут иметь сферическую, коническую или коническо-сферическую форму. В зависимости от этого различают головки полукруглые (рисунок 3.96, а), потайные (рисунок 3.96, б), полупотайные (рисунок 3.96, в) и плоские (рисунок 3.96, г).

Достоинства заклепочных соединений в сравнении со сварными:

1. Стабильность качества соединения. Надежная работа при ударных и вибрационных нагрузках.
2. Надежный и простой визуальный контроль качества.
3. Возможность соединения деталей из несвариваемых или подверженных короблению материалов.

Недостатки заклепочных соединений:

1. Ослабление деталей отверстиями и в связи с этим повышенный расход металла.
2. Менее удобные конструктивные формы и трудность автоматизации процесса склепывания.

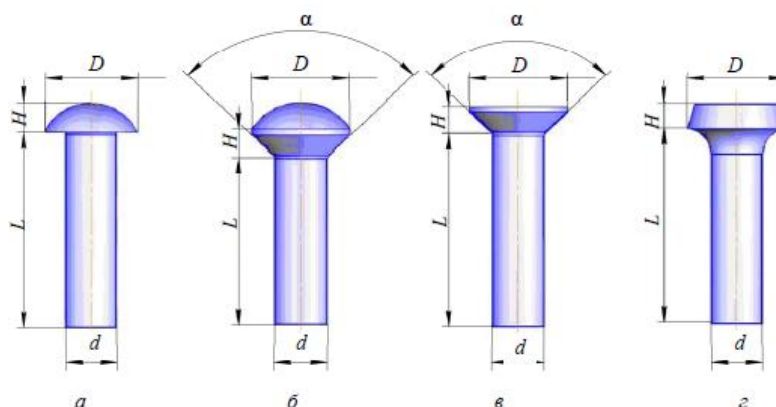


Рисунок 3.96- Виды заклпок

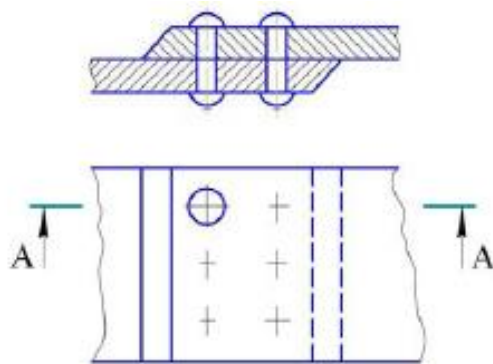


Рисунок 3.97- Технология выполнения заклепочного соединения

Технология выполнения заклепочного соединения схематично представлена на рисунке 3.97. В соединяемых деталях выполняют отверстия сверлением или другим способом. В сквозное отверстие соединяемых дета-

лей вставляют до упора головной стержень заклепки, причем заклепка может быть в горячем или холодном виде. Свободный конец заклепки выходит за пределы детали примерно на $1,5d$. Его расклепывают ударами или сильным давлением и создают вторую головку.

Диаметр стержней заклепок выбирают по специальным таблицам, ориентировочно он принимается равным толщине соединяемых деталей. Длину стержня заклепки принимают также с учетом толщины соединяемых деталей и припуска. Ориентировочно она составляет $1,5d$.

Заклепочные швы бывают *однорядными* и *многорядными*. Заклепки обычно располагаются в ряду на одинаковом расстоянии. Расположение заклепок в шве может быть *рядовым* и *шахматным*. Соединяемые детали в заклепочных соединениях располагают внахлестку или встык с накладками. На чертежах указывают все конструктивные размеры швов клепаного соединения. При этом не вычерчивают все заклепки соединения: обычно показывают одну-две из них, а места расположения остальных обозначают пересечением осей (рисунок 3.97).

Оценка работоспособности заклепочных соединений. Расчет заклепочных соединений состоит в определении количества заклепок (расстояний между соседними заклепками и рядами заклепок) и их диаметра. Работоспособность заклепочных соединений оценивается по величине напряжений среза стержня заклепки и смятия боковой поверхности (рисунок 3.98). Заклепки необходимо располагать так, чтобы в них возникали только касательные напряжения среза. В этом случае условие прочности заклепки имеет вид

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{4F}{\pi d^2 Z I} \leq [\tau]_{\text{ср}},$$

где F – срезающая сила, Н; d – диаметр заклепки, мм; Z – количество заклепок; I – число плоскостей среза; $[\tau]_{\text{ср}}$ – допускаемое напряжение среза, Н/мм².

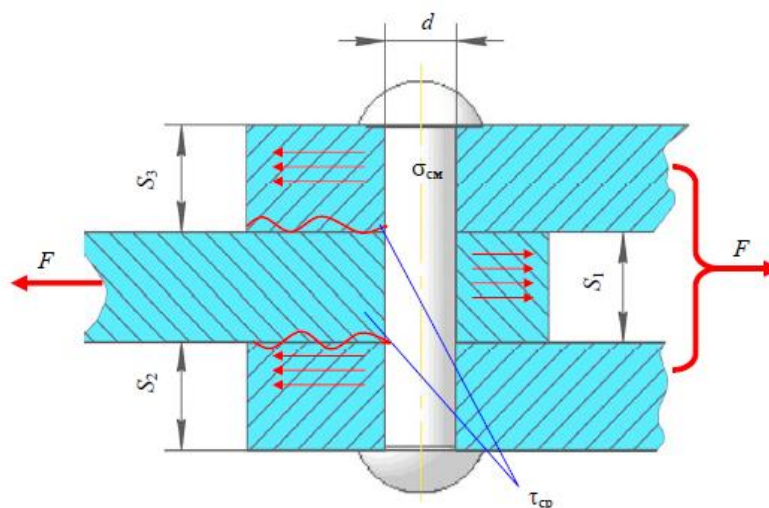


Рисунок 3.98- Заклепочное соединение

Напряжения смятия боковой поверхности заклепки определяются по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{dZSI} \leq [\sigma]_{\text{см}},$$

где S – минимальная толщина соединяемых деталей, мм; $[\sigma]_{\text{см}}$ – допускаемое напряжение смятия, Н/мм².

Допускаемые напряжения $[\tau]_{\text{ср}}$ и $[\sigma]_{\text{см}}$ выбираются в зависимости от материала заклепки: малоуглеродистые стали, дюралюминий, латунь, медь.

Диаметры стержней заклепок, шаг между ними, шаг между рядами выбирают в зависимости от толщины соединяемых деталей.

При проектировании заклепочных соединений по условиям прочности на срез и смятие определяют число заклепок Z , которое округляют до большего целого, а затем формируют расположение заклепок по рядам.

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.11.2. Паяные, клеевые соединения. Особенности расчета соединений

Клеевые соединения применяют для соединения разнородных материалов. Конструкции их подобны паяным и сварным. Нагрузочная способность клеевых соединений зависит от толщины клея (оптимальная толщина – 0,005–0,15 мм). Существует большое разнообразие клеев. Основное применение находят клеи на основе органических полимерных смол.

Наиболее распространены клеевые соединения, работающие на срез.

На растяжение клеевой слой работает хуже. Рассчитывают их аналогично сварным соединениям.

Размер длины нахлестки l , мм, можно определить из условия равнопрочности соединяемых деталей и клеевого слоя:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{bl} \leq [\tau]_{\text{ср}},$$

где F – действующее усилие, Н; b и l – длина и ширина нахлестки, мм; $[\tau]_{\text{ср}}$ – допускаемое напряжение среза материала шва; для клея БФ-2 $[\tau]_{\text{ср}} = 15\text{--}20$ МПа, для клея БФ-4 $[\tau]_{\text{ср}} = 25\text{--}30$ МПа.

Пайка в отличие от сварки осуществляется без расплавления соединяемых деталей: связь между ними обеспечивается силами молекулярного взаимодействия поверхностей детали с присадочным материалом (припоем).

Пайку используют для соединения как разнородных, так и однородных материалов. Процесс пайки легко поддается автоматизации. При пайке применяют главным образом стыковые и нахлесточные соединения. Расчет прочности паяных соединений аналогичен расчету сварных и клеевых. Допускаемые напряжения на срез для оловянно-свинцовых припоев $[\tau]_{\text{ср}} = 25\text{--}30$ МПа, для медноцинковых – $[\tau]_{\text{ср}} = 175\text{--}230$ МПа.

В соединениях деталей с гарантированным натягом взаимное смещение их относительно друг друга предотвращается силами трения на поверхности контакта (рисунок 12).

Такие соединения могут воспринимать произвольно направленные силы и моменты. Используют их при больших, особенно динамических нагрузках и отсутствии необходимости в частой разборке (кривошип, детали составных коленвалов, венцы зубчатых колес и т. д.).

Содержание	Контрольные вопросы	Обратная связь
----------------------------	-------------------------------------	--------------------------------

3.12 Штифтовые, шпоночные, шлицевые соединения

3.12.1. Штифтовые и шпоночные соединения. Конструкции. Материалы. Допускаемые напряжения. Типы шпонок

Существует большая группа разъемных соединений, в которых разъем осуществляется не с помощью резьбы, а посредством особых конструктивных условий сборки. К этой группе следует отнести в первую очередь шпоночные, штифтовые и шлицевые соединения.

Это стандартные способы соединения, в которых все конструктивные параметры, материалы, точность изготовления и условия эксплуатации, а также сборка полностью определены государственными стандартами.

В зависимости от назначения, как правило, осуществляется по одному из базовых размеров. При этом работоспособность соединения оценивается проверочными расчетами уже после конструктивной разработки соединений. Если выбранное соединение не удовлетворяет условиям работоспособности, то необходимо менять параметры соединения, его вид, либо вовсе переходить на другой способ соединения.

Шпоночные соединения состоят из вала, шпонки и ступицы колеса (шкива или другой детали).

Шпонка – это деталь, устанавливаемая в пазах двух соприкасающихся деталей и препятствующая относительно повороту или сдвигу этих деталей.

Шпоночные соединения предназначены для передачи крутящего момента от вала к сидящим на нем деталям и наоборот.

Достоинства шпоночного соединения – конструктивная простота и сравнительная легкость сборки и разборки.

Недостатки шпоночного соединения:

1. Ослабление вала.
2. Необходимость применения длинных ступиц.
3. Технологическая сложность обеспечения необходимой точности, которая заключается в соблюдении двух технологических параметров:
 - а) симметрия плоскости шпоночных пазов относительно плоскости вала;
 - б) отсутствие перекоса шпонки на валу.
4. При любом способе сборки шпоночного соединения заметно возрастает торцевое биение сидящей на валу детали, особенно заметное при коротких ступицах.

Шпоночные соединения бывают ненапряженные и напряженные (рисунк 3.99). Ненапряженные соединения характеризуются отсутствием

напряжения до передачи момента, в напряженных соединениях до передачи момента напряжения присутствуют.

Ненапряженные соединения. Обычно для передачи крутящих моментов используются шпоночные соединения при диаметрах вала $d_{\text{в}}$ свыше 5 мм.

При этом наиболее часто используются шпонки двух типов:

призматические для диаметров валов свыше 5 мм;

сегментные для диаметров валов от 13 до 58 мм.

По конструкции применяются шпонки двух исполнений:

при термообработке вала и втулки – исполнение 1;

при термообработке только вала – исполнение 2.

Все размеры сегментных шпонок определяются по таблицам ГОСТа, в зависимости от диаметра вала. Для призматических шпонок ширина b и высота h выбираются из таблицы ГОСТа в зависимости от диаметра вала, длина l шпонки зависит от размеров b и h и определяется по рекомендуемому ряду длин.



Рисунок 3.99- Классификация шпонок

Призматические шпонки (рисунок 3.100). ГОСТ 23360–78 предусматривает различные конструктивные исполнения призматических шпонок (рисунок 3.101).

Размеры шпонок и шпоночных пазов принимают в зависимости от диаметра вала $d_{\text{в}}$ по стандарту СЭВ 189–75. Рабочими у призматической шпонки являются боковые грани. Призматическая шпонка центрирует детали на валах, но не удерживает их от осевого смещения.

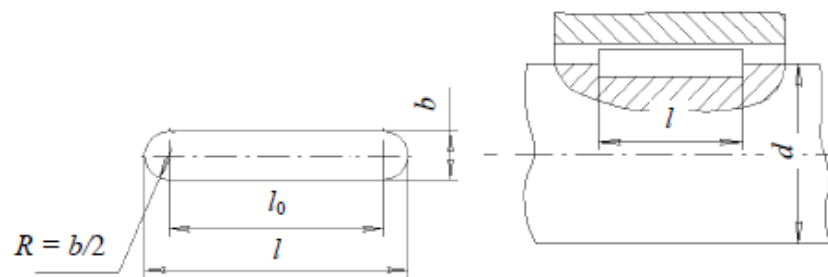


Рисунок 3.100- Призматические шпонки



Рисунок 3.101- Конструктивное исполнение шпонок

Сегментные шпонки (рисунок 3.102) отличаются от призматических более устойчивым положением шпонки на валу, что уменьшает перекося и концентрацию давления, но резко ослабляет сечение вала, поэтому эти шпонки применяют для диаметров валов $d_v \leq 58$ мм. Стандартные шпонки изготовляют из специального сортамента среднеуглеродистой, чистотянутой стали (ГОСТ 8787–68, ГОСТ 8786–68). Легированные стали применяют для специальных шпонок.

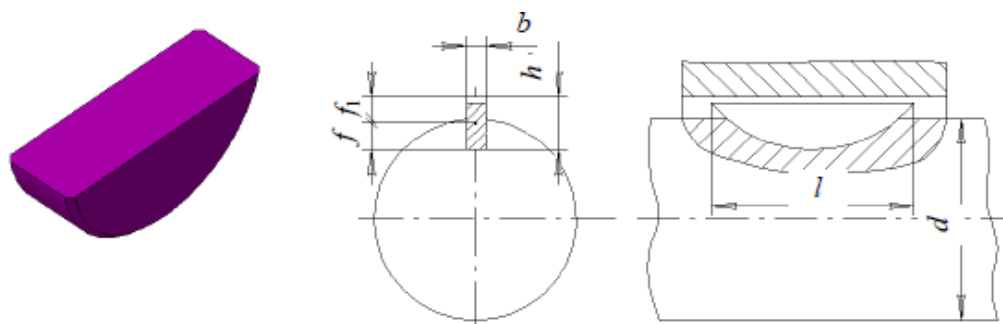


Рисунок 3.102- Сегментная шпонка

Напряженные соединения. К таковым принадлежат клиновые шпонки, имеющие форму клина с уклоном спинки 1:100. Размеры клиновых шпонок регламентированы ГОСТ 8792–68. Шпонки забивают в пазы, в результате чего отпадает необходимость в дополнительных креплениях детали на ва-

лу, однако подобное напряженное соединение нарушает правильность вращения, так как шпонка смещает «на себя» зазор между валом и отверстием ступицы колеса, т. е. нарушает центрирование деталей. Этот недостаток ограничивает применение клиновых шпонок.

Клиновая врезная шпонка (рисунок 3.103) применяется в тихоходных передачах, хорошо воспринимает ударные и знакопеременные нагрузки. Работает широкими гранями, по боковым граням имеется зазор.

Клиновая фрикционная шпонка (рисунок 3.104) применяется при необходимости частой перестановки в угловом и осевом направлениях.

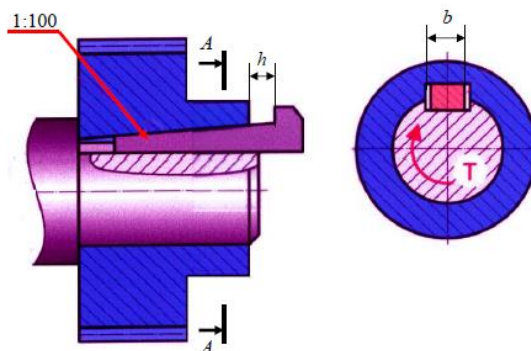


Рисунок 3.103- Клиновая врезная шпонка

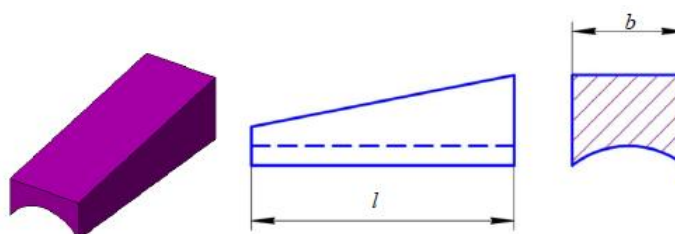


Рисунок 3.104- Клиновая фрикционная шпонка

Клиновая тангенциальная шпонка (рисунок 3.105) представляет собой два клина с уклоном 1:100 каждый. Размеры этих шпонок регламентированы ГОСТ 8796–68. Работают узкими гранями. Натяг между валом и ступицей создается, в отличие от клиновых врезных шпонок, не в радиальном, а в касательном (тангенциальном) направлении относительным осевым смещением клиньев. Применяются для диаметров валов $d_v > 60$ мм при передаче больших крутящих моментов с переменным режимом работы. Ставятся шпонки под углом 120–135°.

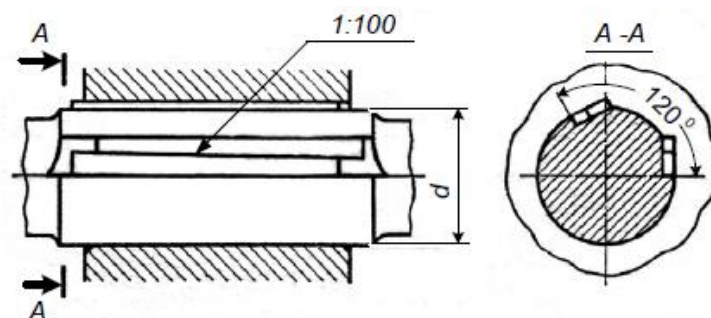


Рисунок 3.105- Клиновая тангенциальная шпонка

Шпоночные соединения. Сегментные шпонки проверяются на работоспособность по напряжениям смятия и среза по формулам

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{Zkl(d+k)}, \quad \tau_{\text{ср}} = \frac{2T}{Zbld},$$

где T – крутящий момент, $\text{Н} \cdot \text{мм}$; Z – число шпонок; k – высота выступающей части шпонки, мм ; l – длина шпонки, мм ; d – диаметр вала, мм ; b – ширина шпонки, мм .

Если в соединении возникает перегрузка, т. е. $\sigma_{\text{см}}/[\sigma]_{\text{см}} > 1,1$ или $\tau_{\text{ср}}/[\tau]_{\text{ср}} > 1,1$, следует увеличить число сегментных шпонок до двух либо перейти на соединение призматической шпонкой. При недогрузке более 20 % уменьшаются размеры шпонки.

Призматические шпонки проверяются на работоспособность по напряжениям смятия и среза.

В случае перегрузки ($\sigma_{\text{см}}/[\sigma]_{\text{см}} > 1,1$ или $\tau_{\text{ср}}/[\tau]_{\text{ср}} > 1,1$) следует либо увеличить длину ступицы детали, либо увеличить число призматических шпонок до двух, либо перейти на шлицевое соединение. При недогрузке более чем на 20 % необходимо изменить размеры шпонки, сократив ее длину или ширину и высоту.

В государственном стандарте предусмотрены следующие типы штифтов:

а) цилиндрические: цилиндрический гладкий (тип 1), цилиндрический насечной (тип 2), цилиндрический установочный (тип 3);

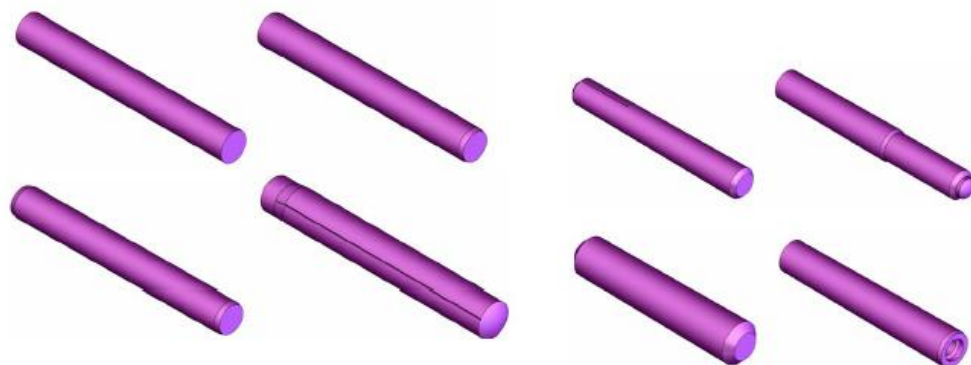


Рисунок 3.106 – Типы штифтов

Штифтовые соединения. Штифты, передающие крутящий момент, выбираются в зависимости от диаметра вала по соответствующим таблицам ГОСТа.

Такие штифты проверяются на касательное напряжение среза $\tau_{ср}$, Н/мм², материала штифта по формуле

$$\tau_{\Phi} = \frac{4T}{\pi d_v d_{\Phi}^2},$$

где T – передаваемый валом крутящий момент, Н·мм; d_v – диаметр вала, мм; d_{Φ} – диаметр штифта, мм.

Для штифтов, передающих крутящие моменты, в случае перегрузки необходимо отказаться от такого способа соединения и перейти на шпоночные соединения. При недогрузках более 20 % уменьшается диаметр штифтов.

Фиксирующие штифты (для фиксации положения детали и передачи сдвигающих сил) выбираются по таблицам ГОСТа, в зависимости от толщины соединяемых деталей. Для такого соединения необходимо выбирать число соединительных штифтов $Z \geq 2$.

Эти штифты также проверяются на напряжение среза:

$$\tau_{\Phi} = \frac{4F}{\pi Z d_{\Phi}^2},$$

где F – сдвигающая сила, Н.

Если в соединении возникает перегрузка, т. е. $\tau_{ср}/[\tau]_{ср} \leq 1,1$, то для фиксирующих штифтов увеличивается либо их число, либо диаметры.

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.12.2. Классификация шлицевых соединений. Расчет шлицевых соединений

Шлицевые соединения широко применяются в машиностроении и в основном используются для передачи значительных нагрузок. Все размеры их стандартизованы.

Шлицевые соединения образуются выступами – зубьями на валу и соответствующими впадинами (пазами) в ступице. Рабочими поверхностями являются боковые стороны зубьев. Зубья вала фрезеруют по методу обкатки или накатывают в холодном состоянии профильными роликами по методу продольной накатки. Пазы изготавливают протягиванием.

Шлицевые соединения классифицируют как соединения с прямобоковыми зубьями (рисунок 3.107, а), с эвольвентными зубьями (рисунок 3.107, б), с треугольными зубьями (рисунок 3.107, в).

По условиям эксплуатации в каждой группе шлицевых соединений предусматриваются три категории серий: тяжелая, средняя, легкая. Назначение, условие эксплуатации, а также термообработка поверхностей определяют допускаемые напряжения смятия поверхностей шлицев, т. е. условие прочности соединения.

Основные параметры шлицев определяются по стандарту в зависимости от диаметра вала d и серии.

Достоинства шлицевых соединений по сравнению со шпоночными:

1. Обеспечивается лучшее центрирование соединяемых деталей и более точное направление при осевом перемещении.
2. Уменьшается число деталей соединения. Шлицевое соединение образуют две детали, шпоночное – три-четыре.
3. При одинаковых габаритах допускают передачу больших вращающих моментов за счет большей поверхности контакта.
4. Обеспечивается высокая надежность при динамических и реверсивных нагрузках вследствие равномерного распределения нагрузки по зубьям.
5. Вал зубьями ослабляется незначительно. Шлицевый вал можно рассчитывать на прочность так же, как гладкий, диаметр которого равен внутреннему диаметру зубчатого вала.
6. Уменьшается длина ступицы.

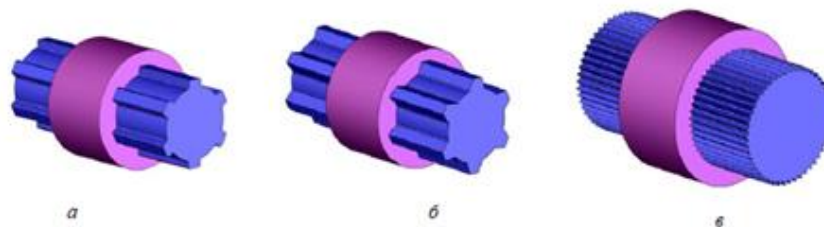


Рисунок 3.107- Шлицевые соединения

Недостатками шлицевых соединений по сравнению со шпоночными является более сложная технология изготовления, а следовательно, и более высокая стоимость.

Шлицевые соединения. В машиностроительных конструкциях наиболее широко применяются два вида шлицевых соединений: прямобочные и эвольвентные. Эти соединения по назначению разделяются на три группы: неподвижные, подвижные не под нагрузкой, подвижные под нагрузкой.

Оценка работоспособности шлицевых соединений выполняется по условию прочности на смятие боковых поверхностей шлицев.

Напряжения смятия вычисляются по следующим зависимостям:

а) для прямобочного соединения

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{T}{0,7Z \left(\frac{D-d}{2} - 2f \right) \left(\frac{D+d}{2} \right) l_{\text{см}}};$$

б) для эвольвентного соединения при центрировании по наружному диаметру

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{T}{0,7Z \cdot 0,9m l_{\text{см}} \left(\frac{D-m-f}{2} \right)};$$

в) для эвольвентного соединения при центрировании по боковым поверхностям

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{0,63Z^2 m^2 l_{\text{см}}},$$

где T – передаваемый крутящий момент, Н · мм; Z – число шлицев; D – наружный диаметр шлицев, мм; d – внутренний диаметр шлицев, мм; f – высота фаски, мм; $l_{\text{см}}$ – длина смятия ступицы детали, мм; m – модуль эвольвентных шлицев, мм.

При перегрузке соединения ($\sigma_{\text{см}}/[\sigma]_{\text{см}} > 1,1$) следует увеличить параметры шлицы либо длину ступицы. Если соединение недогружено ($\sigma_{\text{см}}/[\sigma]_{\text{см}} > 0,8$), то необходимо уменьшить эти параметры либо перейти на шпоночное соединение.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.13. Резьбовые соединения

3.13.1. Классификация и геометрические параметры резьбы. Силовые соотношения в резьбе

Резьбовые соединения – это разъемные соединения деталей с помощью резьбы или резьбовых крепежных деталей – винтов, болтов, шпилек, гаек. Резьба образуется путем нанесения на поверхность деталей винтовых канавок с сечением согласно профилю резьбы. Образованные таким образом выступы носят название *витков*.

При сборке и разборке резьбового соединения крепежные винты поворачивают или удерживают от поворота соответствующим инструментом (ключом, отверткой) или непосредственно рукой за головку винта.

Болт – крепежная деталь в виде стержня с головкой и резьбой, на которую навинчивают крепежную гайку (рисунок 3.108).

Гайка – это деталь с резьбовым отверстием, навинчиваемая на винт и имеющая форму, приспособленную для захвата ключом или рукой.

Достоинства резьбовых соединений:

возможность создания больших осевых сил благодаря клиновому действию резьбы;

возможность фиксирования зажима в любом положении благодаря самоторможению;

небольшие габариты и простота изготовления;

надежность и удобство сборки и разборки;

возможность точной установки соединяемых деталей и любой степени затяжки крепежными деталями.

Недостаток – наличие концентраторов напряжения, понижающих их прочность.

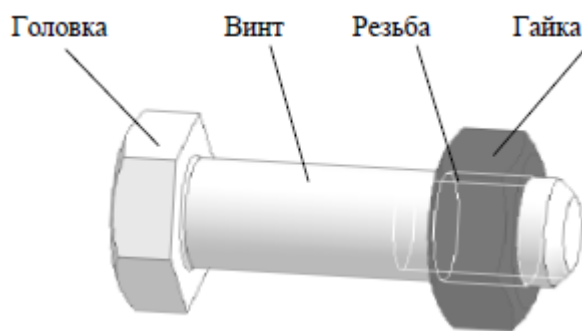


Рисунок 3.108- Болт

К основным параметрам резьбы относятся (рисунок 3.109):

диаметр резьбы (винта и гайки): наружный d, D ; средний d_2, D_2 ; внутренний d_1, D_1 ;

профиль резьбы – это профиль выступа и канавки резьбы в плоскости ее осевого сечения;

угол профиля α – угол между смежными боковыми сторонами резьбы осевого сечения;

рабочая высота профиля h , по которой соприкасаются витки винта и гайки;

шаг резьбы p – расстояние по линии, параллельной оси резьбы между средними точками ближайших одноименных боковых сторон профиля резьбы, лежащими в одной осевой плоскости по одну сторону от оси резьбы.

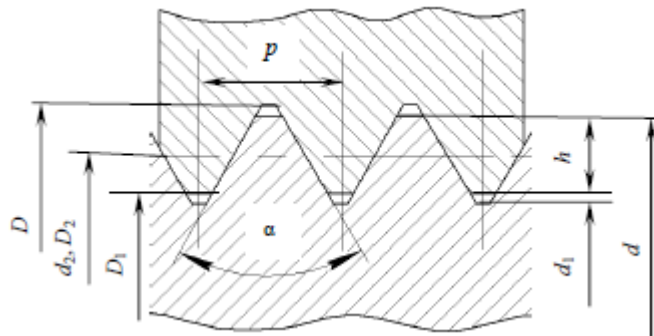


Рисунок 3.109- Основные параметры резьбы

Классификация резьб

По назначению различают резьбы:

крепежные, предназначенные для скрепления деталей *треугольного профиля* (метрические, дюймовые и часовые);

крепежно-уплотняющие, служащие для скрепления деталей и предохранения от вытекания жидкости (трубная цилиндрическая и коническая, коническая дюймовая и круглая);

ходовые, служащие для передачи движения в ходовых и грузовых винтах (прямоугольная, трапецеидальная и упорная).

Приведенное деление резьб по их назначению не является строгим, так как крепежные треугольные резьбы иногда используются для особо точных ходовых винтов с малым шагом, а упорные резьбы применяют в качестве крепежных.

В зависимости от формы поверхности, на которой образуется резьба, различают цилиндрические и конические резьбы.

Крепежные резьбы.

Метрическая резьба (рисунок 3.110,а) является основной крепежной резьбой. Она имеет треугольный профиль с $\alpha = 60^\circ$, бывает с крупным и мелким шагом: $d = 1\text{--}600$ мм, $p = 0,2\text{--}6$ мм (ГОСТ 8724–81).

Д ю й м о в а я р е з ь б а (рисунок 3.111,б). Применяют для импортных машин: $\alpha = 55^\circ$, диаметр – в дюймах, шаг – число ниток резьбы на длине в 1 дюйм. При обозначении указывают наружную резьбу в дюймах.

Крепежно-уплотняющие резьбы.

Трубные цилиндрические (рисунок 3.112, б) и конические (рисунок 3.112, в) р е з ь б ы представляют собой мелкие дюймовые резьбы (число ниток резьбы на 1 дюйм – от 28 до 11), нарезаемые в основном на трубах и арматуре трубопроводов с $d = 1/8'' - 6''$. Для лучшего уплотнения резьбу выполняют с закругленным треугольным профилем без зазоров по выступам и впадинам. Условное обозначение дается по внутреннему диаметру трубы (в дюймах).

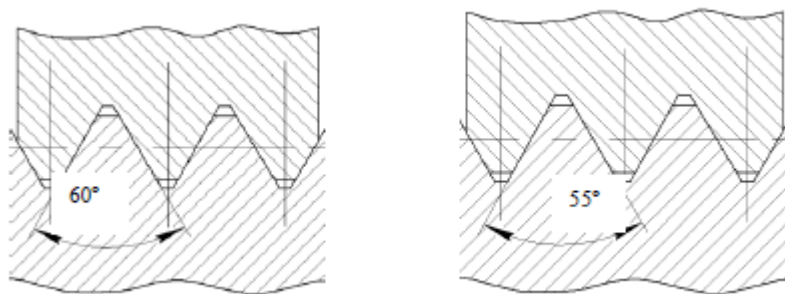


Рисунок 3.110- Метрическая (а) и дюймовая резьба (б)

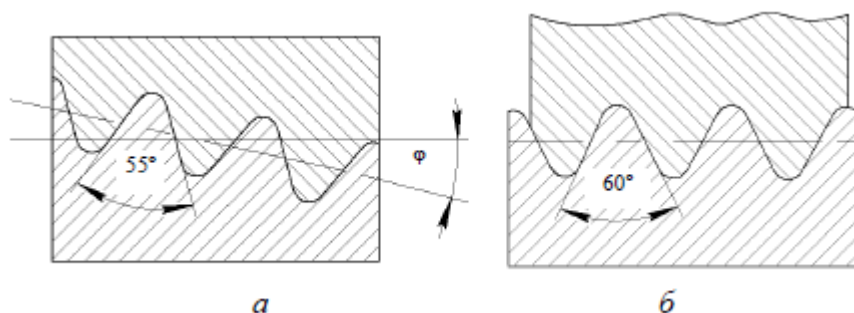


Рисунок 3.111- Трубная резьба

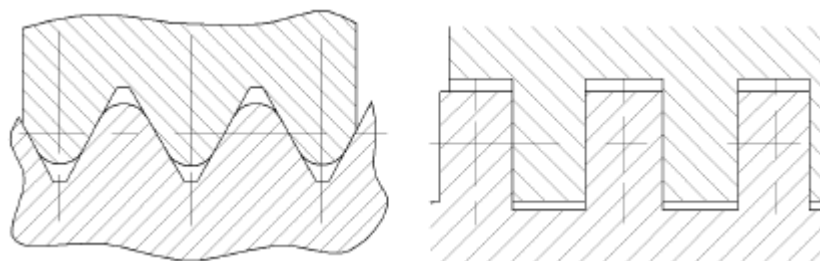


Рисунок 3.112- Круглая (а) и прямоугольная (б) резьба

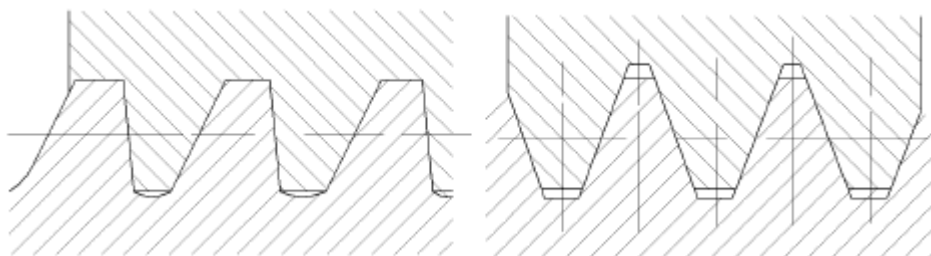


Рисунок 3.113 – Упорная резьба

К о н и ч е с к а я д ю й м о в а я р е з ь б а является разновидностью дюймовой резьбы. Нарезают ее на конических поверхностях резьбовых изделий с наружным диаметром $d = 1/16''\text{--}2''$. Такая резьба обеспечивает герметичность соединений, ее применение позволяет резко сократить время на за-винчивание и отвинчивание (уменьшается угол относительного поворота винта или гайки).

К р у г л а я р е з ь б а (рисунок 3.112, а) применяется для резьбовых соединений, несущих большие динамические нагрузки (вагонные сцепки), в за-грязненной среде с частым отвинчиванием (пожарная арматура), а также в тонкостенных изделиях, требующих герметичности или хорошего контакта (патрон и цоколь электролампы и т. п.). Эта резьба удобна для изготовления отливкой, а также выдавливанием в тонкостенных деталях.

Ходовые резьбы.

П р я м о у г о л ь н а я р е з ь б а (рисунок 3.112,б) имеет прямоуголь-ный или квадратный профиль, d и p – в миллиметрах. Эта резьба не стандар-тизована и применяется сравнительно редко.

Т р а п е ц е и д а л ь н а я р е з ь б а (рисунок 3.113) широко применя-ется

в передачах винт – гайка. Она имеет симметричный профиль с $\alpha = 30^\circ$. По сравнению с прямоугольной трапецеидальная резьба имеет бóльшую прочность. При использовании гайки, разъемной по осевой плоскости, такая резьба позволяет выбирать зазоры путем радиального сближения половин гайки и тем самым устранять люфтовый ход при износе резьбы.

У п о р н а я р е з ь б а (рисунок 3.113) используется в нажимных вин-тах с

большой односторонней осевой нагрузкой. Резьба имеет несимметричный профиль. Закругление повышает прочность винта.

Материалы для изготовления резьбовых изделий

Для изготовления резьбовых изделий используют следующие материалы:

основные стали – Ст3, Ст4, Ст5, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45. Низкоуглеродистые стали применяются благодаря хорошей деформируемости, так как в массовом производстве они изготавливаются холодной высадкой;

автоматные стали – А12, А20, А30;

для тяжелонагруженных крепежных резьбовых изделий применяют стали марок 20ХН, 30ХНЗА, 40ХН2МА и др.

Широкое применение резьбовых соединений обусловило необходимость их унификации и стандартизации. Стандартизованы основные параметры резьбы (резьба и ее допуски), растворы ключей и др.

<u>Содержание</u>		<u>Обратная связь</u>
-----------------------------------	--	---------------------------------------

3.13.2. Распределение нагрузки по виткам резьбы. Расчет резьбы на прочность

Расчеты резьбы на прочность производятся как проверочные. Для стандартных резьбовых изделий проверку прочности резьбы проводить не надо, так как полагают, что стержень болта и резьба равнопрочны.

Проверка резьбы по напряжениям среза. Если материал гаек и болтов одинаков, то наиболее вероятный срез витков – по внутреннему диаметру болта d_1 :

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{\pi d_1 K H K_m} \leq [\tau]_{\text{ср}},$$

где K – коэффициент неполноты резьбы; для треугольной резьбы $K = 0,75$, для прямоугольной – $K = 0,5$, для трапецеидальной – $K = 0,65$; H – высота гайки, $H = 0,53d$; K_m – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по виткам (при $d/d_2 < 16$; $K_m = \frac{5p}{d}$);

$[\tau]_{\text{ср}} = (0,2 - 0,3)\tau_T$ - допускаемое напряжение среза.

Если гайка менее прочная, то наиболее вероятен срез по внутреннему диаметру гайки (наружный диаметр болта d):

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{\pi d K H K_m} \leq [\tau]_{\text{ср}}.$$

Проверка резьбы по напряжениям смятия (для ходовых резьб).

Не редки случаи, когда гайка работает в условиях частых завинчиваний и отвинчиваний. Условием работоспособности является расчет на деформацию смятия:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{Z \frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2) K_m} \leq [\sigma]_{\text{см}},$$

где $[\sigma]_{\text{см}}$ – допускаемое напряжение смятия; для углеродистых сталей $[\sigma]_{\text{см Т}} = (0,8 - 1,0)\sigma$, для легированных сталей $[\sigma]_{\text{см Т}} = (0,6 - 0,8)\sigma$.

Распределение нагрузки по виткам резьбы.

Осевая сила по виткам резьбы гайки распределяется неравномерно из-за неблагоприятного сочетания деформаций винта и гайки (витки в наиболее растянутой части винта взаимодействуют с витками наиболее сжатой части гайки).

Впервые статически неопределимая задача о распределении нагрузки по виткам гайки была решена известным русским ученым Н. Е. Жуковским в 1902 г. В дальнейшем это решение подтвердилось многочисленными экспериментальными и теоретическими исследованиями. Было установлено, что в десятивитковой гайке на первый со стороны опорного торца наиболее нагруженный виток приходится 34 % общей осевой нагрузки, на второй 23 %, на десятый < 1 %. Учитывая неравномерность распределения нагрузки по виткам резьбы, оказывается бесполезным большое увеличение высоты гайки или глубины завинчивания. Принимают число витков гайки $z < 8$. Стандартная крепежная гайка нормальной высоты имеет $z = 6$.

На практике применяют специальные гайки (рисунок 3.114), в которых выравнивание нагрузки в резьбе происходит за счет повышения податливости витков резьбы винта (а) или гайки (б), что повышает усталостную прочность соединений до 30%.

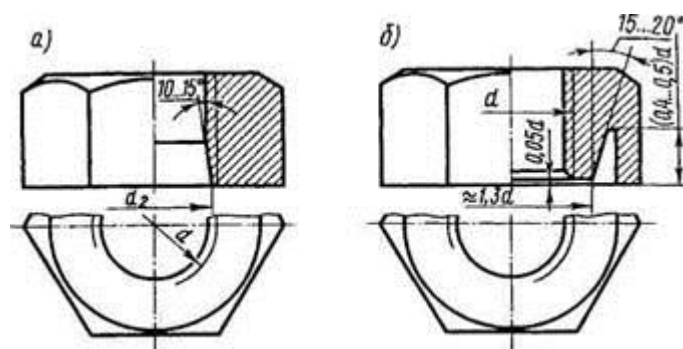


Рисунок 3.114- Конструкции гаек для выравнивания сил по виткам резьбы: а — гайка с поднутрением; б—гайка с конической выточкой

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.14 Соединение с натягом.

3.14.1. Цилиндрические и конические соединения с натягом. Проверка прочности деталей соединения.

Соединения с натягом можно разделить на две группы: соединение деталей по цилиндрическим или коническим поверхностям, причем одна деталь охватывает другую (наиболее распространено); соединения деталей по плоскости с помощью *стяжных колец*.

Характер соединения первой группы определяется натягом, т. е. разностью посадочных размеров. Натяг выбирается в соответствии с посадкам,

$$\frac{H7}{u7}; \frac{H7}{t6}; \frac{H7}{r6}; \frac{H7}{s6}; \frac{H7}{p6}; \frac{H7}{r6} \text{ и др.}$$

Достоинства соединений с гарантированным натягом в сравнении с другими соединениями, передающими усилия или моменты:

1. Возможность работать с большими нагрузками.
2. Хорошее восприятие ударных нагрузок (шпоночные соединения в таких условиях обминаются).
3. Просты в изготовлении и не ослабляют сечение вала.

Недостатком таких соединений являются трудности при сборке и разборке: появляются повреждения посадочных мест и ослабления посадки, отличающиеся большим рассеиванием прочности из-за действительных размеров вала и отверстия в пределах допуска.

По способу сборки различают:
соединения, собираемые запрессовкой;
соединения с нагревом охватывающей поверхности;
соединения с охлаждением вала.

Сборка запрессовкой позволяет контролировать силу запрессовки и тем самым вести контроль за соединением. Однако прочность сцепления деталей, собираемых с помощью температурного деформирования, при том же натяге больше (почти в 1,5 раза), так как при этом гребешки микронеровностей не сглаживаются.

Необходимая величина натяга определяется минимальным потребным давлением на посадочной поверхности. Давление должно быть таким, чтобы силы трения были больше внешних сдвигающих сил. При нагружении соединения осевой силой:

$$F_a \leq \pi d l p f \frac{1}{K_{сц}},$$

где d – диаметр посадочной поверхности, мм; l – длина посадочной поверхности, мм; p – давление на контактной поверхности, мм ; f – коэффициент трения скольжения; $K_{сц}$ – коэффициент запаса по сцеплению.

Отсюда давление на контактной поверхности

$$p \geq \frac{F_a K_{сц}}{\pi d^2 l f}.$$

При одновременном нагружении силой F_a и моментом T расчет ведется по равнодействующей силе

$$F = \sqrt{\left(\frac{2T}{d}\right)^2 + F_a^2} \leq \pi d l p f \frac{1}{K_{сц}}.$$

Откуда

$$p = \frac{F K_{сц}}{\pi d l f}.$$

Для практических расчетов принимают следующие значения коэффициента трения:

$f = 0,08-0,1$ – сборка прессованием;

$f = 0,12-0,14$ – сборка за счет температурных деформаций.

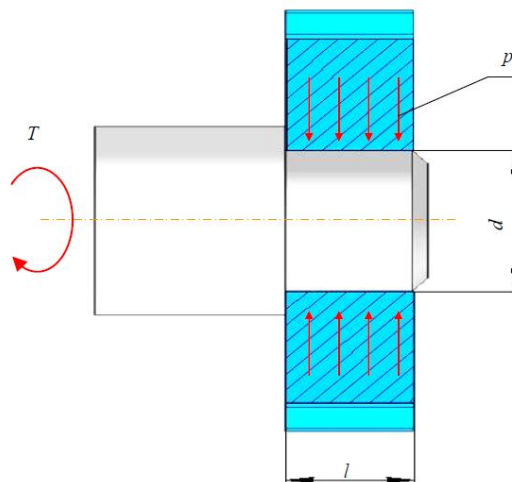


Рисунок 3.115- Соединение с натягом

[Содержание](#)

[Обратная связь](#)

3.15. Муфты. Редукторы и мотор-редукторы

3.15.1. Назначение, классификация и принцип действия муфт. Подбор муфт по расчетному моменту

Муфты предназначены для передачи механической энергии – крутящего момента между двумя соединенными валами.

В зависимости от условий эксплуатации муфты могут соединять валы постоянно, либо периодически при помощи оператора, либо по достижении определенных условий эксплуатации.

В работе механических систем возможны случайные или периодические колебания передаваемого момента, что отрицательно сказывается на динамике машин. Для сглаживания изменений крутящего момента муфта должна обладать упругими свойствами, позволяющими демпфировать (смягчать) случайные изменения момента.

Соединяемые валы при монтаже механизмов с монтажным зазором λ (рисунок 3.117, а) будут иметь погрешности установки, которые можно группировать в виде:

погрешности осевого смещения валов Δa (рисунок 3.117, б);

погрешности радиального смещения валов Δr (рисунок 3.117, в);

погрешности углового перекоса валов $\Delta \gamma$ (рисунок 3.117, г).

Чтобы соединить валы между собой с заданными погрешностями монтажа, необходимы муфты, способные компенсировать эти неточности.

На рисунке 3.116 приведена схема классификации типовых конструкций муфт, используемых в технических устройствах.



Рисунок 3.116- Классификация муфт

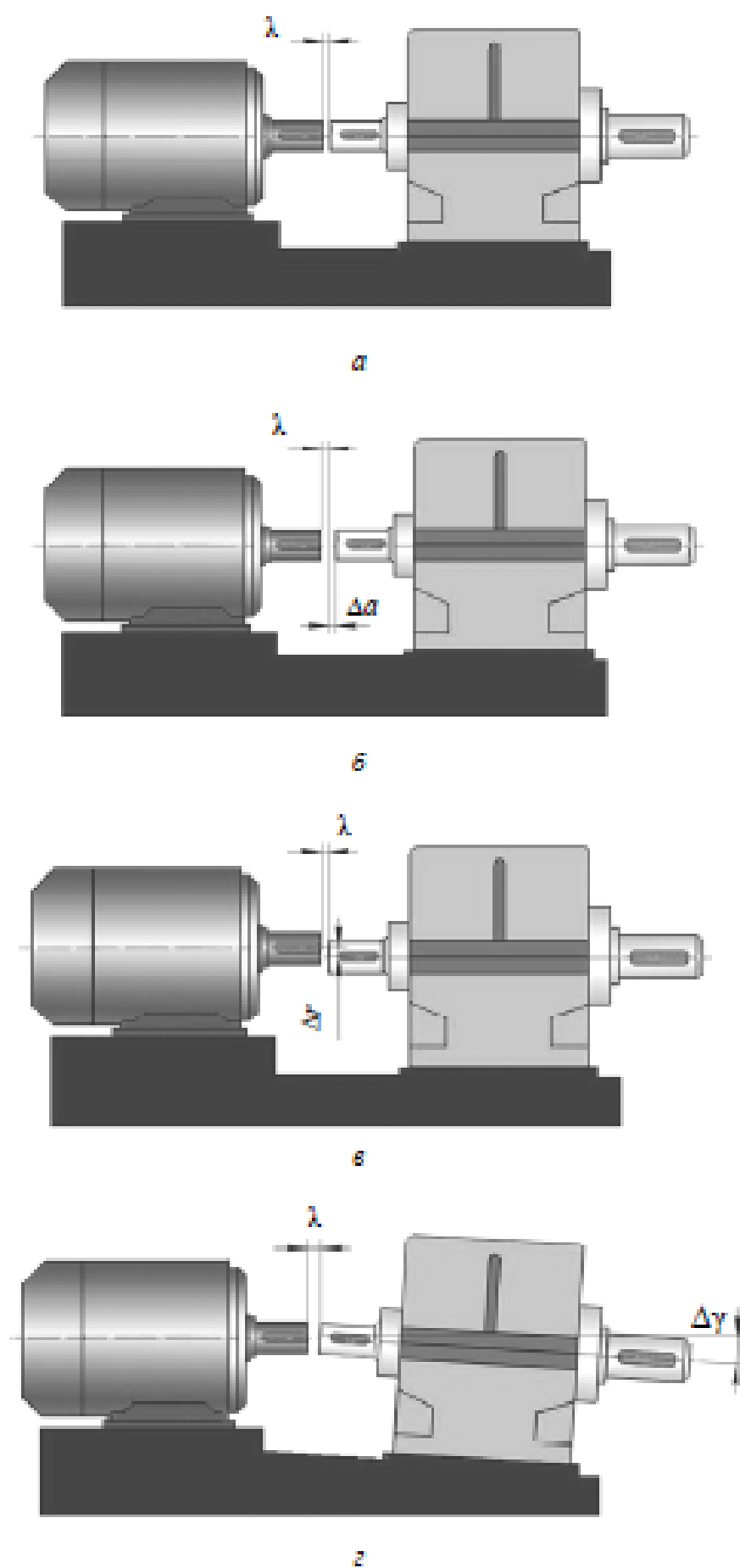


Рисунок 3.117- Погрешности установки соединяемых валов

По функциональному признаку и назначению различают три типа муфт:

нерасцепляемые, или постоянные, муфты, обеспечивающие постоянное соединение валов;

сцепные управляемые муфты, допускающие периодическое соединение и разъединение валов;

сцепные самодействующие (автоматические) муфты.

Каждая из вышеприведенных групп муфт имеет свое подразделение по конструктивному исполнению.

Нерасцепляемые муфты

Нерасцепляемые муфты условно разделяют на глухие, компенсирующие, жесткие и упругие.

Одной из основных характеристик постоянных муфт являются их упругие свойства и демпфирующая способность, т. е. способность сглаживать резкие колебания крутящего момента и угловой скорости.

Упругие муфты могут быть с постоянной и переменной жесткостью.

Упругие элементы упругих муфт изготавливаются из стали, упруго-демпфирующих муфт – из неметаллических материалов (кожа, резина, пластмасса), что способствует быстрому гашению крутильных колебаний.

Упругие свойства и поглощающая способность муфт характеризуется резонансным фактором μ :

$$\mu = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\Psi}{2\pi}\right)^2}{\left(1 - \frac{\omega^2}{f^2}\right)^2 + \left(\frac{\Psi}{2\pi}\right)^2}},$$

где Ψ – относительное рассеивание энергии колебаний, характеризует демпфирующую способность муфты и равно отношению рассеиваемой энергии к энергии упругой деформации за цикл колебаний;

f – круговая частота собственных колебаний;

$$f = \sqrt{c \left(\frac{1}{\Theta_1} + \frac{1}{\Theta_2} \right)},$$

где c – угловая крутильная жесткость муфты;

Θ_1 и Θ_2 – приведенные моменты масс кинематической цепи до и после муфты.

Передаваемый крутящий момент

$$T = T_c + T_d \frac{\Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2} \mu,$$

где T_c и T_d – статический и динамический крутящие моменты.

В дорезонансной зоне ($\omega < f$) $\mu > 1$. В расчетах принимают $\mu = 1$ только при малой скорости вращения вала ω и высокой жесткости.

В зоне резонанса $\omega \approx f$ и фактор $\mu \approx 2\pi/\Psi$ может оказаться значительным. Жесткие и упругие муфты с постоянной жесткостью для работы в этой области не пригодны, так как $\Psi \rightarrow 0$ и $\mu \rightarrow \infty$. Муфта получает значительную перегрузку даже при небольших колебаниях моментов.

Упругие муфты с переменной жесткостью автоматически выходят из зоны резонанса вследствие изменения их жесткости при увеличении угла относительного поворота валов. Упруго-демпфирующие муфты используют только при небольших колебаниях моментов.

Важной характеристикой постоянных муфт является способность работать при тех или иных отклонениях взаимного расположения валов. По этому признаку различают:

неподвижные (глухие) муфты, не предусматривающие компенсации отклонений и поэтому требующие весьма точного расположения валов;

подвижные компенсирующие жесткие муфты, допускающие небольшие монтажные отклонения по всем координатам относительного положения валов за счет деформаций или относительного сдвига деталей;

подвижные упругие муфты, смягчающие колебания крутящего момента.

Неподвижные, или глухие, муфты. Глухие муфты создают взаимную неподвижность соединяемых деталей. Валы, соединенные такими муфтами, работают как одно целое. Поэтому наряду с передаваемым крутящим моментом они воспринимают также изгибающий момент, поперечные и осевые нагрузки. Глухие муфты требуют очень точного взаимного расположения валов.

К глухим муфтам относятся втулочные, продольно-свертные и фланцевые муфты.

Втулочная муфта (рисунок 3.118) является простейшей приводной муфтой. При монтаже обычно возникает необходимость в осевом смещении валов. В связи с этим для втулочных муфт, как правило, не используют посадки с гарантированным натягом.

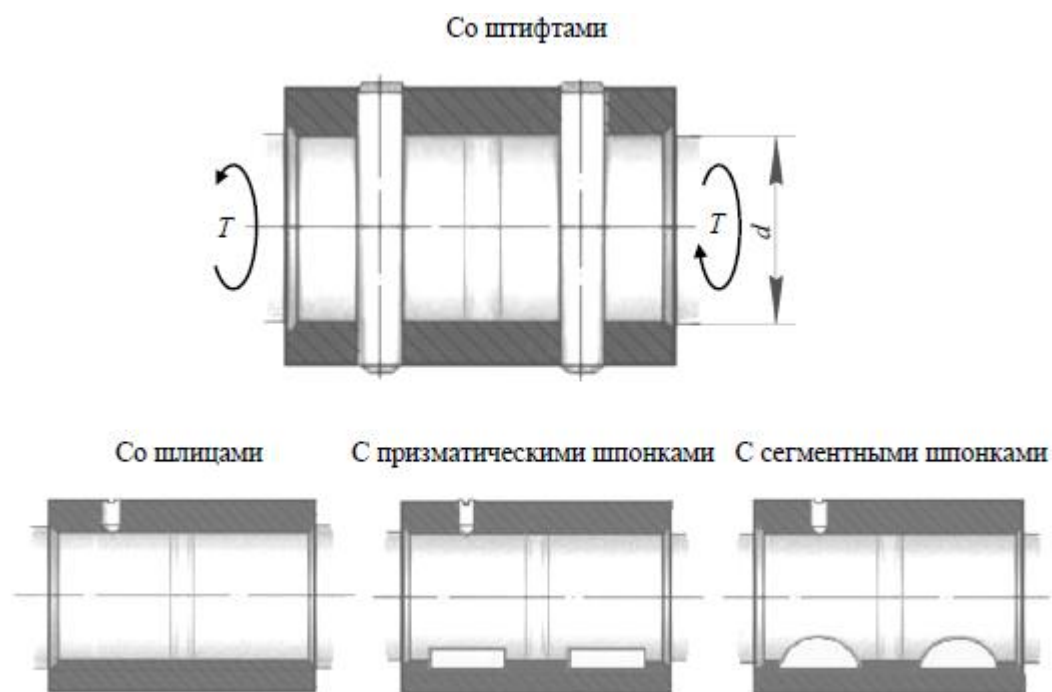


Рисунок 3.118- Втулочная муфта

Втулочные муфты обычно применяют для диаметров валов не более 60–70 мм. Выбранная муфта в ответственных случаях проверяется на срез штифтов и смятие втулки штифтом.

Продольно - свертная муфта состоит из двух половин, соединенных болтами. Для уменьшения длины болты вставляются с противоположных сторон.

Основное *достоинство продольно-свертных муфт* – легкий монтаж, без осевого смещения. *Недостаток* – трудность балансировки, малая пригодность при ударных нагрузках.

Основное применение – трансмиссионные валы (в настоящее время применяют довольно редко).

Фланцевая муфта (рисунок 3.119) имеет наибольшее распространение. Состоит из двух полумуфт, соединенных болтами. Крутящий момент передается силами трения при постановке болтов без зазоров и сопротивлением самих болтов на сдвиг. В этом случае муфты получаются меньших размеров.

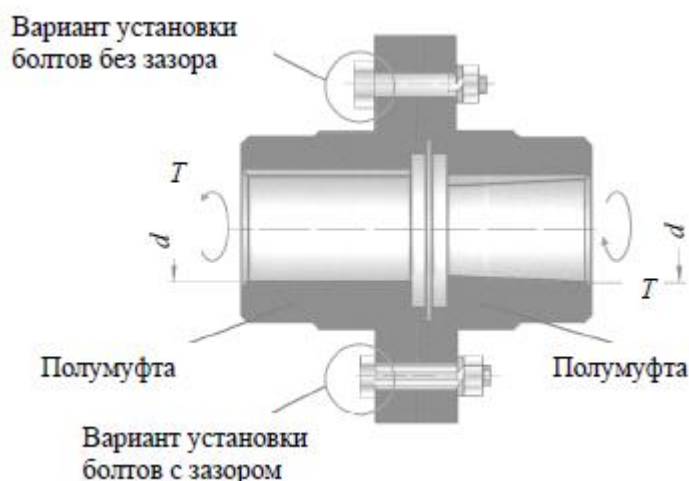


Рисунок 3.119- Фланцевая муфта

Подвижные компенсирующие муфты обеспечивают надежную работу при наличии небольших осевых, радиальных и угловых смещений валов: такие муфты не сглаживают резких изменений крутящих моментов и угловой скорости, но компенсируют осевые, радиальные и угловые смещения валов, возникающие из-за неточностей изготовления и монтажа, упругих и температурных деформаций, зазоров в опорах и других причин.

К подвижным компенсирующим муфтам относятся зубчатые, цепные, крестовые, шарнирные.

Зубчатая муфта с эвольвентным профилем (рисунок 3.120) состоит из двух втулок с внешними зубьями и скрепленных болтами двух обойм с внутренними зубьями (ГОСТ 5006–55).

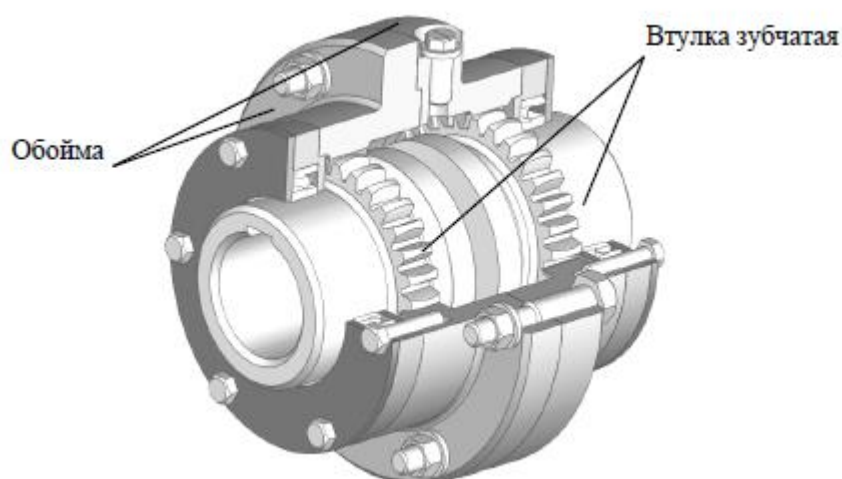


Рисунок 3.120- Зубчатая муфта

Зубчатые муфты характеризуются большой нагрузочной способностью, компактностью, технологичностью, малыми размерами. Они широко применяются для соединения горизонтальных тяжело нагруженных валов

диаметрами $d = 40\text{--}560$ мм при скорости до 25 м/с. Пределы допустимых смещений: осевые – 0,7–10,5 мм, угловые – до $1^\circ 30'$.

Цепная муфта (рисунок 3.121) состоит из двух полумуфт, звездочек, имеющих одинаковые числа зубьев, охватывающей их общей цепи и замкнутого кожуха, заполненного пластинчатой смазкой (ГОСТ 20742–75). Применяются цепи роликовые однорядные и двухрядные, а также зубчатые. Компенсация смещений происходит за счет относительной податливости деталей цепи и их деформации. Муфты допускают перекосы до 1° и радиальное смещение до 1,2 мм. Муфты простой конструкции отличаются малыми размерами. Из-за наличия угловых зазоров эти муфты нельзя применять при реверсивной работе привода (реверс будет сопровождаться ударами) и в приводах с большими динамическими нагрузками.

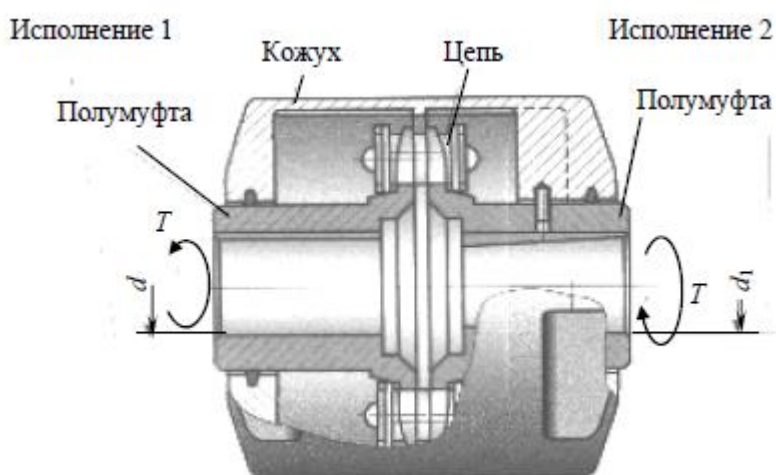


Рисунок 3.121- Цепная муфта

Крестовая или кулачково – дисковая муфта (рисунок 3.122) используется в основном для компенсации поперечного (радиального) смещения валов: она обеспечивает компенсацию небольших осевых и угловых смещений.

Муфта состоит из двух полумуфт и промежуточного диска, у которого крестообразно расположены выступы (по одному с каждой стороны). Муфта работает со значительным износом, поэтому основным критерием работоспособности является износостойкость рабочих поверхностей.

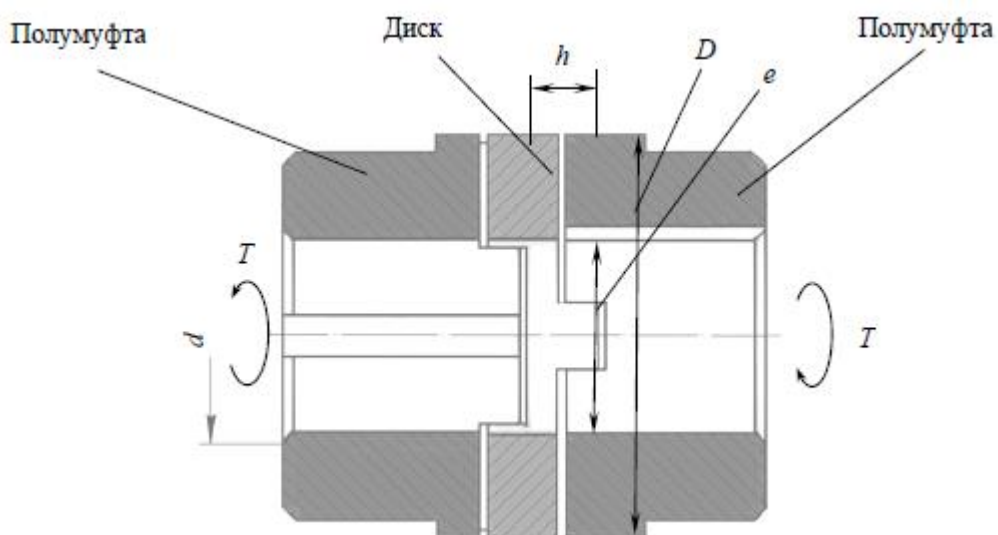


Рисунок 3.122- Крестовая или кулачково – дисковая муфта

Давление p по длине граней принимают пропорциональным деформациям смятия. При отсутствии зазора давление на рабочей грани

$$p = \frac{6T}{(D-e)^2 h} \approx \frac{6T}{D^2 h} \leq [p],$$

где D – наружный диаметр промежуточного диска; e – внутренний диаметр промежуточного диска; h – высота промежуточного диска; с зазором

$$p \approx \frac{8T}{D^2 h} \leq [p].$$

В настоящее время изготавливают крестовую муфту с прокладками из пакета резины и металлических листов.

Шарнирная муфта (или шарнир Гука) предназначена для передачи крутящего момента между валами с пересекающимися осями (угол пересечения – 40–45°). Это возможно благодаря наличию двух шарниров с двумя взаимно перпендикулярными осями (рисунок 3.123).

Шарнирная муфта рассчитывается по напряжениям смятия в шарнирах и на прочность вилок, крестовины или кольца.

Недостаток шарнирной муфты – неравномерность вращения ведомого вала.

Подвижные упругие муфты. В упругих муфтах усилие между полу-муфтами передается через упругие элементы, и это определяет их основные свойства: способность амортизировать толчки и удары, гасить колебания и

предупреждать резонанс. Наряду с этим такие муфты компенсируют смещение валов.

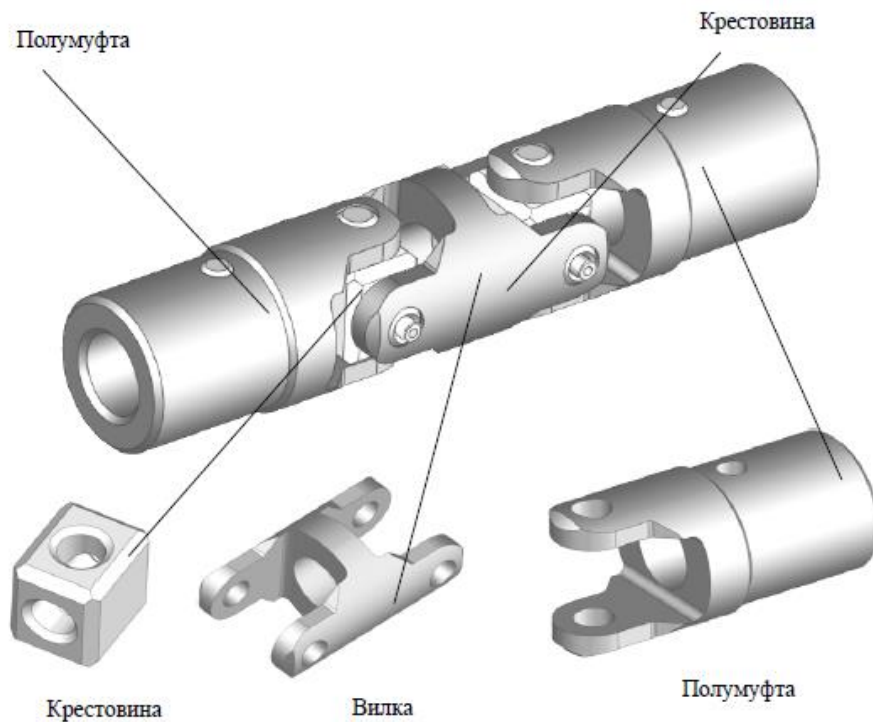


Рисунок 3.123- Шарнирная муфта

Муфты с постоянной жесткостью имеют линейную характеристику крутильной жесткости, т. е.

$$c = T/\varphi,$$

где φ – угол закручивания.

Муфты с переменной жесткостью имеют нелинейную характеристику крутильной жесткости, т. е.

$$c = dT/d\varphi.$$

Демпфирующие свойства муфты, т. е. способность рассеивать энергию при деформировании, зависят от материала и конструкции упругих элементов.

К подвижным упругим муфтам относятся муфты упругие с постоянной и переменной жесткостью, втулочно-пальцевые, с резиновой звездочкой, с торообразной оболочкой.

Упругая муфта с постоянной жесткостью показана на рисунке 3.124. В ней крутящий момент между полумуфтами передается через торсионный вал и витые цилиндрические пружины сжатия *1* с ограничителями *2*, которые ставятся с предварительным сжатием F_0 .

При $T < T_0 = F_0 R Z$ (где T_0 – момент предварительного сжатия, R – радиус расположения пружин, Z – количество пружин) муфта работает как жесткая, при $T > T_0$ становится упругой, по достижении максимальной деформации пружина снова работает как жесткая.

Расчет муфты с цилиндрическими пружинами сводится к расчету пружины. Остальные размеры муфты назначают конструктивно.

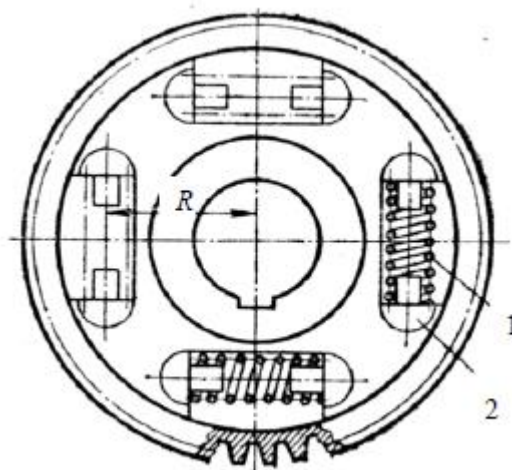


Рисунок 3.124- Упругая муфта с постоянной жесткостью

Муфта с переменной жесткостью хорошо обеспечивает смягчение толчков при пусках. **Муфта со змеевидной плоской пружиной** показана на рисунке 3.125. Пружина является наиболее ответственной деталью муфты. Передаваемая нагрузка распределяется между большим числом витков пружины, что позволяет выполнять муфты небольших размеров. Рабочие поверхности зубьев очерчены дугами окружностей. Муфта допускает и компенсирует осевое 0,5–3,0 мм, радиальное 4–20 мм и угловое $1^\circ 10'$ смещения. Применяется главным образом в тяжелом машиностроении.

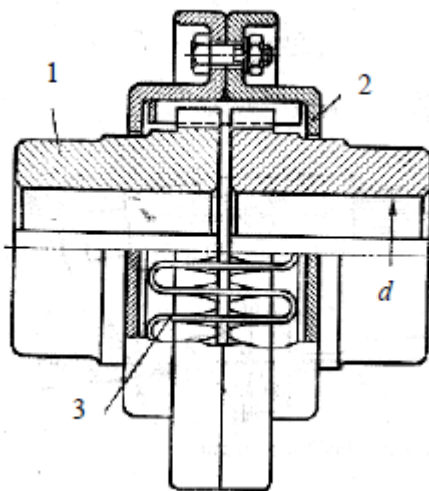
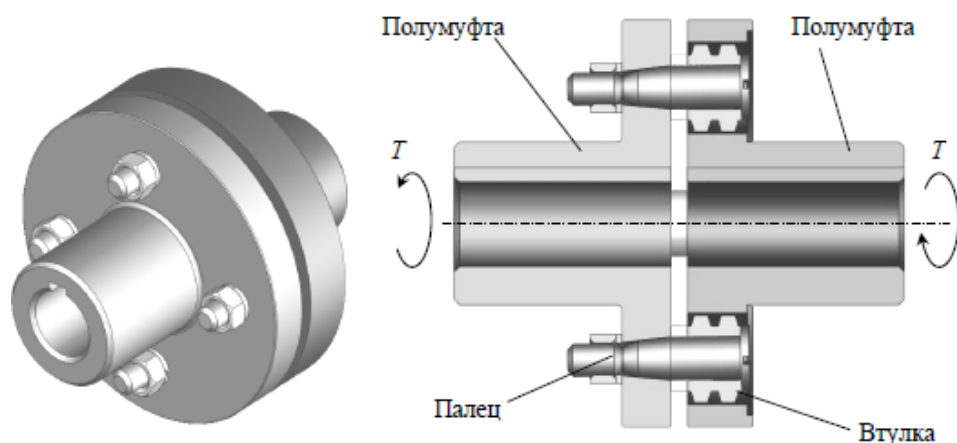


Рисунок 3.125- Муфта со змеевидной плоской пружиной

Муфта упругая втулочно - пальцевая (МУВП, рисунок 3.126) – одна из наиболее распространенных упругих муфт (ГОСТ 21424–75).

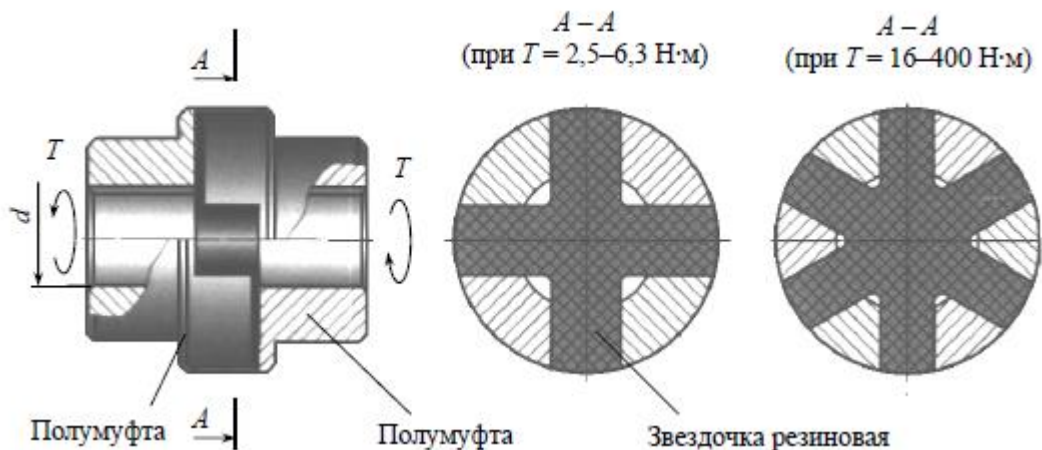


Рисунк 3.126- Муфта упругая втулочно - пальцевая

Момент передается через резиновые гофрированные втулки, взаимодействующие с поверхностями отверстий одной из полумуфт и стальными пальцами, установленными в другой полумуфте. Эти муфты допускают радиальное смещение валов 0,2–0,5 мм, осевое – 1–5 мм, угловое – до 1°. Работоспособность муфт определяется стойкостью втулок.

Муфта с резиновой звездочкой (рисунок 3.127) состоит из двух полумуфт с торцевыми кулачками и резиновой звездочкой, зубья которой расположены между кулачками (ГОСТ 14084–76). При передаче момента в каждую сторону работает половина зубьев.

Муфта очень компактна, применяется для соединения быстроходных валов. Материал полумуфт – сталь 35, материал звездочек – резина с предлом прочности при разрыве 16 Н/мм². Муфта допускает радиальное смещение валов до 0,2 мм и угловое – до 1° 30'. Характерными особенностями этих муфт является незначительная жесткость при кручении (при $T_{\max} \phi = 15^\circ$).



Рисунк 3.127- Муфта с резиновой звездочкой

Муфта упругая с торообразной оболочкой (рисунок 3.128) состоит из двух полумуфт, упругой оболочки, по форме напоминающей автомобильную шину, и двух колец, зажимающих при помощи винтов оболочку (ГОСТ 20884–75). Эта муфта обладает высокими упругими и демпфирующими свойствами, обеспечивает шумо- и электроизоляцию узлов

привода, удобна и надежна в эксплуатации. Применяется в конструкциях, где трудно обеспечить соосность валов при переменных и ударных нагрузках.

Муфта допускает радиальное смещение валов 1,6–5 мм, осевое – 5–11 мм и угловое – до $1^{\circ} 30'$.

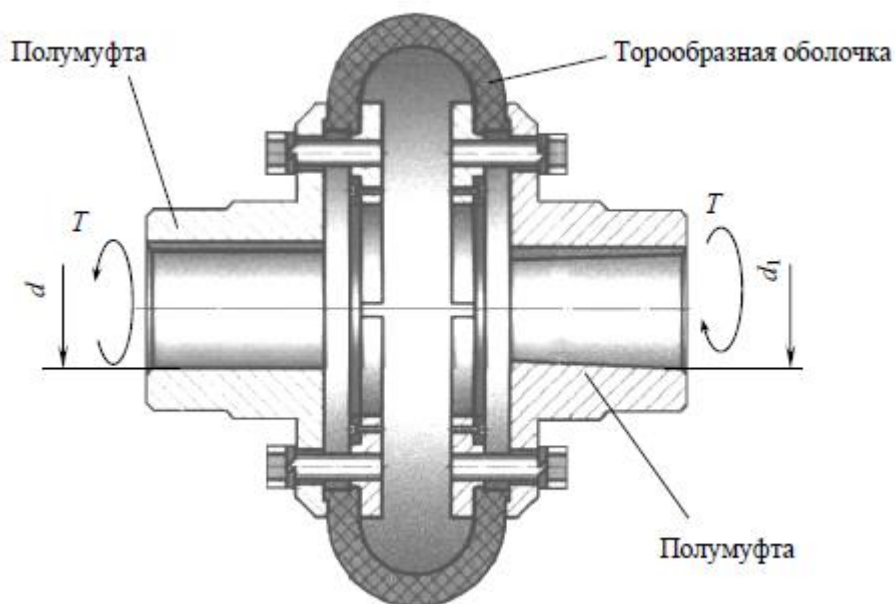


Рисунок 3.128- Муфта упругая с торообразной оболочкой

Упругим элементом является резиновая или резинокордная оболочка. Срок службы последней в несколько раз больше, хотя она и сложнее в изготовлении. К недостаткам муфты следует отнести ее большие размеры по диаметру и появление осевых нагрузок на опоры валов, вызываемых центробежными силами, действующими на упругий элемент.

[Содержание](#)

[Контрольные вопросы](#)

[Обратная связь](#)

3.16. Основы проектирования и конструирования деталей машин

3.16.1. Общие принципы проектирования и конструирования деталей машин

Проектировочным расчетом называют определение основных размеров детали при выбранном материале и по формулам, соответствующим главному критерию работоспособности (прочности, жесткости, износостойкости и др.). Этот расчет применяют в тех случаях, когда размеры конструкции заранее не известны. Проектировочные расчеты являются упрощенными, их выполняют как предварительные.

Проверочным расчетом называют определение фактических характеристик главного критерия работоспособности детали или определение наибольшей допустимой нагрузки на деталь по допускаемым значениям главного критерия работоспособности. При проверочном расчете определяют фактические (расчетные) напряжения и коэффициенты запаса прочности, действительные прогибы и углы наклона сечений, температуру, ресурс при заданной нагрузке или допустимую нагрузку при заданных размерах и т.д.

Проверочный расчет является уточненным, его проводят, когда форма и размеры детали известны из проектировочного расчета или приняты конструктивно, когда определена технология изготовления (способ получения заготовки, вид термообработки, качество поверхности и др.).

Расчеты и конструирование органически связаны. Конструированием называют творческий процесс создания механизма или машины в чертежах на основе проектировочных и проверочных расчетов. При разработке конструкции машины рассматривают различные варианты с целью получения оптимальной конструкции при наименьшей стоимости ее изготовления и эксплуатации. Конструирование подразумевает проведение всестороннего анализа статистического материала, отражающего опыт проектирования, изготовления и эксплуатации машин данного типа. Задачи оптимизации выполняют с применением ЭВМ.

Современная проектно–конструкторская деятельность подразумевает системный образ мышления и комплексный подход проектированию машин.

Проектирование – один из этапов так называемого жизненного цикла изделия, в который входят также этапы производства, эксплуатации и утилизации.

Проектирование представляет собой процесс решения многовариантной задачи в соответствии с многочисленными и разнообразными требованиями,

которым каждый из возможных вариантов должен отвечать, еще и многокритериальной задачи.

Изделие машиностроения – не простая совокупность деталей. В собранном изделии детали находятся во взаимосвязи и взаимозависимости, которые и определяют качественные характеристики изделия. Образно говоря, не машина состоит из деталей, а детали образуют машину, являясь элементами системы и требуя системного подхода при расчете и разработке. Таким образом, проектирование должно быть системным.

Системное проектирование – это решение технической задачи для части с позиций целого.

Объединенные в производственном процессе отдельные единицы оборудования оказывают как непосредственное, так и косвенное влияние на работу друг друга и представляют собой технологические системы производств. Например, гибкие производственные системы (комплексы механообработки).

Комплексное проектирование – это процесс разработки оборудования с позиций технологической системы.

Основные этапы комплексного проектирования:

Формулировка задачи на разработку изделия и обоснование его актуальности, исходя из той системы, элементом которой будет разрабатываемое изделие. Определение места изделия в технической системе. Задачу формулируют в общем виде, без излишней детализации. Нужно стараться сделать формулировку настолько общей, насколько позволяет важность задачи.

Анализ задачи: уточнение в деталях поставленной задачи, определение критериев, которыми будут пользоваться при нахождении лучшего варианта, определение ограничений решения, разработка комплексной модели качества и составление на ее основе комплекса критериев. Устанавливают качественные и количественные характеристики начального и конечного состояний, в том числе вариации входа и выхода.

Ограничения обычно отражают существующие условия физической или технологической реализуемости того или иного параметра путем назначения его минимально и максимально допустимых значений. Например, ограничения по габаритам, массе, быстроходности или ограничения по критериям работоспособности и надежности. Часто используют понятие – конструктивные ограничения.

Ограничения решения сводят в систему неравенств и равенств и вводят в математическую модель. Математическая модель – совокупность формул, уравнений, соотношений, алгоритмов или программ, отражающая свойства моделируемого объекта или имитирующая реальный процесс.

Поиск возможных решений. Центральный этап проектирования. Для решения задач курса конструирования деталей машин наиболее часто используют структурное или параметрическое моделирование.

При структурном моделировании варианты приводов получают как возможные комбинации различных типов редукторов, муфт, открытых передач.

При параметрическом моделировании разные варианты заданной структуры привода получают путем применения разных материалов или видов термообработки, различного распределения передаточных чисел между отдельными передачами, применения различных исполнений той или иной передачи (для ременной, например, с плоским, клиновым, поликлиновым или зубчатым ремнем).

Выбор оптимального варианта по результатам сравнительного анализа возможных решений. Это главный среди этапов, предшествующих конструированию, – этап принятия решения.

Разрабатываемое изделие характеризуют определенными свойствами. Свойства, по которым ведут оценку при выборе лучшего решения, называют критериями. В соответствии с комплексной моделью качества формируют комплекс критериев.

Завершают комплексное проектирование конструктивной разработкой оптимального варианта и последующим уточнением принятого решения на основе экспериментальных исследований или опытной эксплуатации.

Содержание		Обратная связь
----------------------------	--	--------------------------------

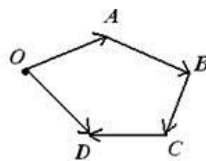
САМОКОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

Контрольные вопросы по разделу 1: Теоретическая механика (Статика)

Контрольные вопросы по теме:

Основные понятия и аксиомы статики. Связи и реакции связей

1. Объясните, что изучает «статика».
2. Перечислите разделы, которые изучает «теоретическая механика».
3. Дайте определение понятию сила и объясните, чем она определяется. Объясните, как графически изображается сила.
4. Дайте определение понятиям материальная точка, абсолютно твердое тело, система сил, равнодействующая система сил.
5. Сформулируйте 1 аксиому статики (принцип инерции), 6 аксиому статики (принцип отвердения).
6. Сформулируйте и графически изобразите 4 аксиому статики (правило сложения двух сил); правило треугольника; 2 аксиому статики (условие равновесия двух сил); 3 аксиому статики (принцип присоединения и исключения уравновешенных сил).
7. Изобразите три случая свободного опирания тела на связь с указанием реакций связей. Сформулируйте общее правило определения реакций связей.
8. В силовом многоугольнике укажите, вектор изображающий равнодействующую.



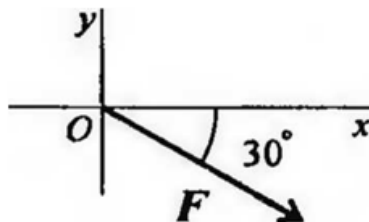
9. Объясните, чем свободное тело отличается от несвободного.
10. Запишите названия видов связи и изобразите их реакции связей

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Системы сходящихся сил

1. Объясните сущность аналитического условия равновесия плоской системы сходящихся сил. (Ответ должен содержать уравнения и формулировку условия).
2. Объясните, как можно определить равнодействующую двух сил, линии действия которых перпендикулярны.
3. Объясните сущность геометрического условия равновесия плоской системы сходящихся сил.
4. Скажите, является ли уравнение $\sum F_{ix}=0$ достаточным условием для равновесия плоской системы сходящихся сил.
5. Объясните, как найти модуль и направление силы, если известны ее проекции на две взаимно перпендикулярные оси координат? (Ответ должен содержать графическое изображение).
6. Объясните, как определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил с помощью силового многоугольника (сформулировать, чему в данном случае равна равнодействующая).
7. Объясните, как влияет угол между сходящимися силами на модуль их равнодействующей.
8. Объясните, в каких случаях проекция силы на ось равна нулю, и в каких случаях она равна модулю. (Ответ должен содержать графическое изображение).
9. Дайте определение понятию плоская система сходящихся сил.
10. Укажите, какие условия необходимы для того, чтобы задача разложения силы на две составляющие была определенной.
11. Объясните, как определяется знак проекции силы на ось. (Ответ должен содержать графическое изображение).
12. Запишите выражение для определения проекции силы F на ось OY для рисунка

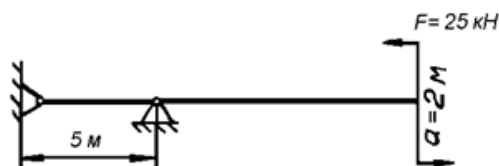
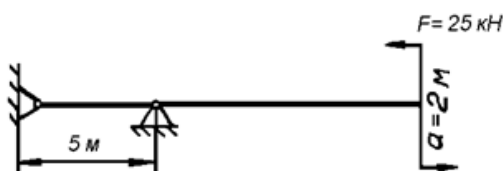


[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Системы произвольно расположенных и параллельных сил.

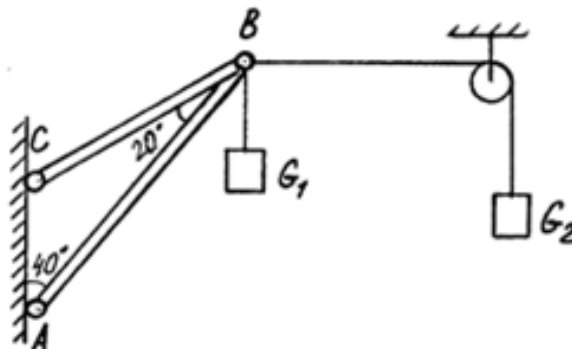
1. Дайте определение понятию момент силы. Укажите единицы измерения.
2. Приведите прало определения направления момента силы.
3. Дайте определение понятиям пара сил, плечо пары.
4. Объясните, как можно уравновесить пару сил. Чему равна проекция сил пары на любую ось?
5. Для брусьев, изображенных на рисунке, определите реакции опор.



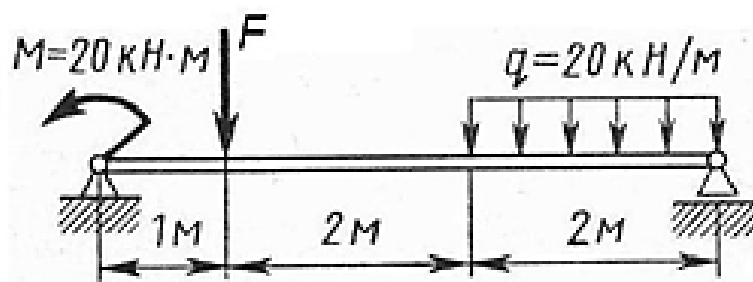
6. Приведите различные формы уравнений равновесия для плоской системы произвольно расположенных сил.
7. Приведите различные формы уравнений равновесия для плоской системы параллельных сил.
8. Объясните, можно ли перенести силу параллельно в любую другую точку тела и что для этого следует сделать.
9. Дайте определение следующим понятиям: центрприведения, присоединенная пара, главным вектор, главный момент.
10. Объясните, чему равен модуль главного вектора.
11. Объясните, чему эквивалентна плоская система произвольно расположенных сил.
12. Скажите, является ли главный вектор плоской системы его равнодействующей.
13. Объясните, чему равна равнодействующая произвольной плоской системы сил и чем она отличается от главного вектора системы сил.
14. Скажите, сколько уравнений равновесия составляют для плоской системы сил. Сформулируйте первую, вторую и третью формы уравнений равновесия.
15. Дайте определение понятию балка. Объясните, какие балки являются статически определимыми.
16. Дайте определение понятия сосредоточенная сила, равномерно распределенная нагрузка.
17. Перечислите параметры, характеризующие равномерно распределенную нагрузку. Укажите, в каких единицах измеряется интенсивность распределенной нагрузки.

18. Сформулируйте алгоритм решения задач на определение опорных реакций связей.

19. Определите усилия в стержнях для схемы



20. Определите реакции связей для балки



[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Связи с трением. Трением скольжения и качения

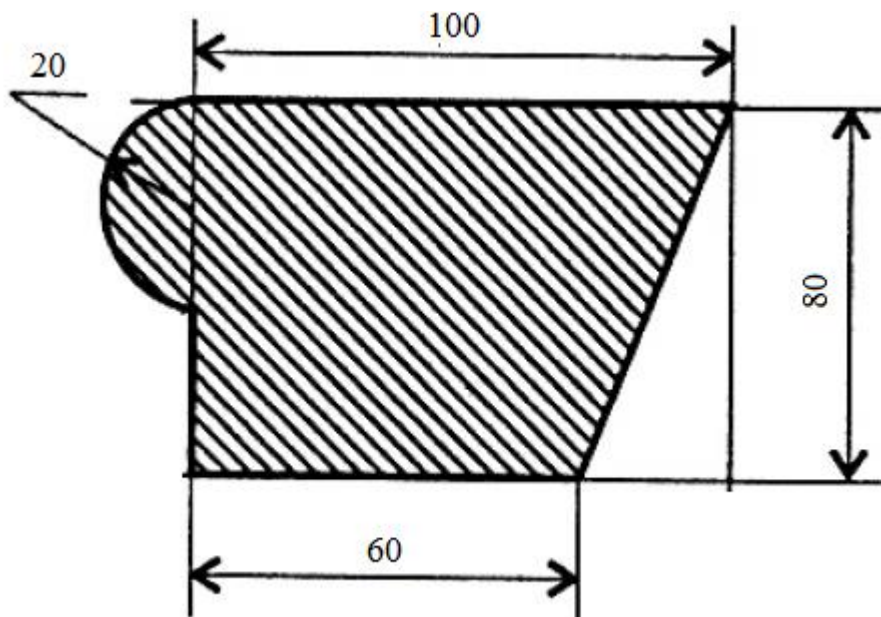
1. Дайте определение понятию «сила трения»
2. Перечислите виды трения в зависимости от характера перемещения одного тела по поверхности другого.
3. Объясните, чем обусловлено возникновение сил трения.
4. Дайте определение понятию «сила трения скольжения».
5. Назовите законы Амонтоно-Кулона.
6. Объясните, что называется углом трения
7. Назовите условие самоторможения наклонной плоскости.
8. Объясните, когда равнодействующая всех сил, приложенных к телу, не может вывести тело из состояния равновесия.
9. Дайте определение понятию «трение качения».
10. Запишите условие качения.
11. Укажите, в чем измеряется коэффициент трения качения.
12. Объясните, от чего зависит величина ткоэффициента торения.
13. Назовите зоны деформаций

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Центр параллельных сил и центр тяжести. Устойчивость равнове-
сия

1. Приведите доказательство существования центра параллельных сил.
2. Запишите координаты центра параллельных сил.
3. Дайте определение понятию «центра тяжести тела»
4. Объясните, где находится центр тяжести прямоугольника, треугольника, круга и полукруга.
5. Объясните, в чем главное отличие центра тяжести и силы тяжести.
6. Перечислите методы определения центра тяжести сложного сечения.
7. Объясните, на какое количество частей необходимо разбить плоскую фигуру для определения положения центра тяжести аналитическим способом.
8. Определите центр тяжести плоской фигуры.



[Содержание](#)

[Назад](#)

**Контрольные вопросы по разделу 1:
Теоретическая механика (Кинематика)**

**Контрольные вопросы по теме:
Основные понятия кинематики. Кинематика точки**

1. Дайте определение понятиям кинематики: траектория, расстояние, путь, скорость, ускорение, время.
2. Назовите способы задания движения точки.
3. Укажите, как направлены касательное и нормальное ускорения точки.
4. Объясните, какое движение совершает точка, если касательное ускорение равно нулю, а нормальное не изменяется с течением времени.
5. Объясните, как выглядят кинематические графики при равномерном и равнопеременном движении.
6. Движение точки в плоскости задано двум уравнениями:
 $x=2+4t$
 $y=-3+8t$
(x и y — в см, t — в сек), выражающими изменение во время каждой из координат движущейся точки. Определить траекторию движущейся точки.
7. Определить скорость и ускорение точки в момент $t=0,2$ сек. по заданным уравнениям движения: (x, y — в м, t — в сек.).
 $x = 50t^2 - 6t$
 $y = 25t^2 - 3t$
Ответ. 15,7 м/сек; 112 м/сек².
8. Трамвай движется по закруглению радиуса 50 м с постоянной скоростью, равной: 1) 6 км/час, 2) 15 км/час, 3) 20 км/час, 4) 36 км/час. Определить ускорение.
Ответ. 1) 0,0555 м/сек²; 2) 0,347 м/сек²; 3) 0,617 м/сек²; 4) 2,00 м/сек².
9. Известно, что криволинейный участок, пути длиной 650 м электровоз проходит со средней скоростью 72 км/час. Как велико время движения по кривой? Ответ. 32,5 сек.
10. При движении по криволинейной траектории с постоянным касательным ускорением полное ускорение достигает 6 м/сек² через 200 м после начала движения. Как велико касательное ускорение, если радиус кривизны в рассматриваемой точке равен 80 м? Ответ. 4,00 м/сек².

[Содержание](#)

[Назад](#)

**Контрольные вопросы по теме:
Простейшие движения твердого тела.**

1. Объясните, какое движение твердого тела называется поступательным.
2. Перечислите свойства поступательного движения твердого тела.
3. Дайте определение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.
4. Укажите, как записывается в общем виде уравнение вращательного движения твердого тела.
5. Напишите формулу, устанавливающую связь между частотой вращения тела n и угловой скоростью вращения.
6. Дайте определение равномерного и равнопеременного вращательного движения.
7. Укажите, какая дифференциальная зависимость существует между угловым перемещением, угловой скоростью и угловым ускорением.
8. Маховик, вращаясь равноускоренно из состояния покоя, приобретает в течение 10 сек. угловую скорость, равную 30 рад/сек. Сколько оборотов сделал маховик за эти 10 сек?

Ответ. 23,9 об.

9. В чугуновой плите необходимо просверлить отверстие диаметром 60 мм и глубиной 200 мм. Скорость резания $v = 20$ м/мин, а подача 0,75 мм/об. С какой угловой скоростью n об/мин должно вращаться сверло, чтобы достигалась такая скорость резания? Какова продолжительность сверления?

Ответ, $v_{св} = 106$ об/мин; $t_{св} = 2,5$ мин.

10. Какой наружный диаметр должен иметь шлифовальный круг, если он вращается с угловой скоростью $n = 3350$ об/мин, а скорость шлифования должна составлять 35 м/сек²

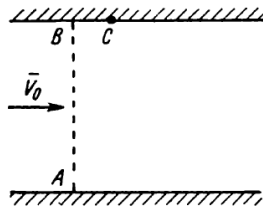
Ответ. $D = 0,2$ м.

[Содержание](#)

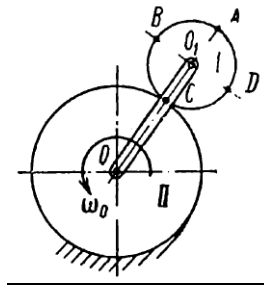
[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Сложное движение точки. Сложное движение твердого тела

1. Дайте определение переносному, относительному и абсолютному движению точки.
2. Сформулируйте теорему Кориолиса.
3. Объясните, как определяется направление кориолисова ускорения.
4. Укажите, какое движение называется плоскопараллельным
5. Запишите, уравнения плоскопараллельного движения.
6. Приведите примеры плоскопараллельного движения.
7. Дайте определение полюсу.
8. Дайте определение мгновенному центру скоростей и объясните, как его можно определить.
9. При переправе из точки А на другой берег в точку В лодочник установил руль в направлении АВ. Моторная лодка двигалась со скоростью 8 км/час по отношению к воде. Скорость течения реки $v_0 = 2$ км/час. Найти скорость движения лодки по отношению к берегам и величину сноса ВС лодки, если переправа продолжалась 3 мин.



10. Определить скорости точек А, В, С и D подвижной шестерни радиусом 20 см, катящейся по неподвижному колесу. Длина кривошипа ОО₁ равна 60 см. Угловая скорость вращения кривошипа $\omega_0 = 2$ рад/сек.
Ответ. $v_A = 240$ см/сек; $v_B = v_D = 10$ см/сек, $v_C = 0$.



[Содержание](#)

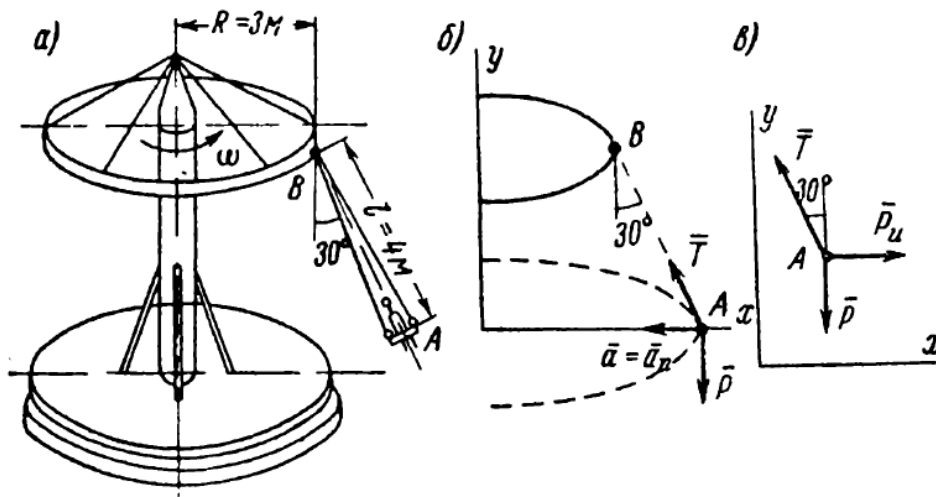
[Назад](#)

**Контрольные вопросы по разделу 1:
Теоретическая механика (Динамика)**

Контрольные вопросы по теме:

Основные понятия и аксиомы динамики. Движение материальной точки. Метод кинетостатики

1. Сформулируйте первую аксиому динамики (принцип инерции) и вторую аксиому динамики (основной закон динамики точки).
2. Сформулируйте две основные задачи динамики.
3. Сформулируйте третью аксиому динамики (закон независимости действия сил) и четвертую аксиому (закон равенства действия и противодействия).
4. Сформулируйте принцип д'Аламбера.
5. Объясните, сущность метода кинетостатики
6. Какова величина силы тяжести точки, если ее масса 30 г.
Ответ. 0,295 Н.
7. Определить, при какой постоянной величине угловой скорости ω угол отклонения сиденья каруселей от вертикали составит 30° . Определить также силу давления подвесок на шарнир В. Масса человека и сиденья 80 кг.

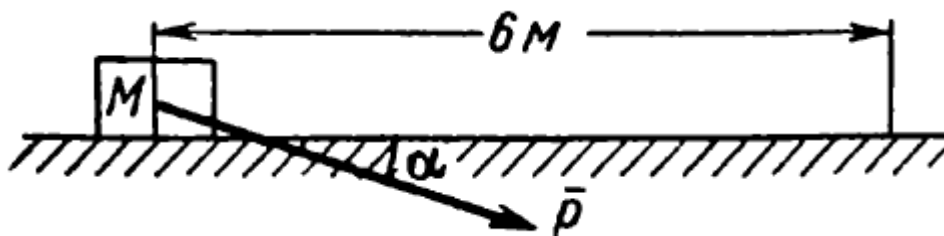


[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Работа и мощность. Общие теоремы динамики

1. Объясните, как определяется работа постоянной силы на прямолинейном движении
2. Запишите формулу для определения мощности при прямолинейном движении. Укажите, единицу измерения мощности.
3. Запишите формулу для определения работы при вращательном движении. Укажите, единицу измерения работы.
4. Дайте определение механическому коэффициенту полезного действия.
5. Дайте определение импульсу силы.
6. а) Под действием силы P , равной 10 Н, тело M перемещается по прямолинейной траектории на расстояние 6 м. Определить совершенную силой P работу, если: 1) $\alpha = 0^\circ$; 2) $\alpha = 20^\circ$; 3) $\alpha = 45^\circ$; 4) $\alpha = 60^\circ$. Определить также работу реакции связи, пренебрегая трением.
б). Определить мощность силы $P = 10$ Н при скорости движения тела $v = 6$ м/сек и различных значениях угла α : 1) 30° ; 2) 45° ; 3) 60° ; 4) 90° .



- а) Ответ. 1) 60 Нм; 2) 52 Нм; 3) 42,5 Нм; 4) 30 Нм. Реактивная сила работы не производит.
- б) Ответ. 1) 52 Вт; 2) 42,5 Вт; 3) 30 Вт; 4) 0.
7. Определить работу пары сил, приводящей в движение барабан лебедки, при повороте его на 360° . Момент пары сил $M_{вр} = 150$ Нм.
Ответ. 943 Нм.
8. Поезд массой 2000 т движется на прямолинейном участке пути со скоростью 54 км/час. Тормозной путь составляет 600 м. Определить время торможения t_t и величину силы T_t торможения, считая ее постоянной.
Ответ. $t_t = 80$ сек.; $T_t = 368$ кН.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по разделу 2: Сопротивление материалов

Контрольные вопросы по теме: Основные положения

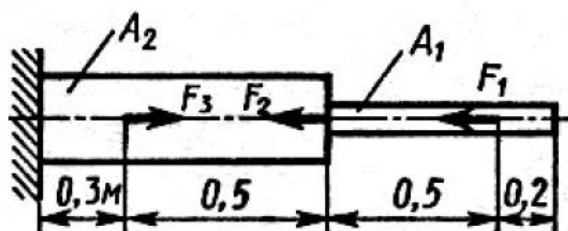
1. Объясните, для чего изучается сопротивление материалов.
2. Объясните, чем отличается упругая деформация от пластичной.
3. Назовите задачи сопротивления материалов.
4. Объясните сущность метод сечений.
5. Дайте определение напряжению, назовите его размерность.
6. Дайте определение понятиям прочность, жесткость и устойчивость.
7. Объясните основные допущения и гипотезы в сопротивлении материалов.
8. Дайте определение нормальному и касательному напряжению.
9. Назовите все внутренние силовые факторы, возникающие в поперечном сечении бруса
10. Назовите вид деформации, возникший в теле, если после снятия нагрузки размеры и форма тела полностью восстановились.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Растяжение и сжатие

1. Объясните, в каком случае брус будет испытывать деформацию растяжения или сжатия.
2. Объясните, для чего строят эпюры продольных сил и перемещений.
3. Объясните, какое поперечное сечение бруса называется опасным.
4. Дайте определение модулю продольной упругости материала, укажите его размерность.
5. Объясните, что такое жесткость сечения бруса и жесткость бруса при растяжении (сжатии).
6. Назовите цель механических испытаний материалов.
7. Укажите, отличия диаграммы сжатия пластичной и хрупкой сталей от диаграммы растяжения.
8. Зависит ли напряжение, возникающее в поперечных сечениях от материала из которого изготовлен брус?
9. Объясните, как отражается резкое изменение площади поперечного сечения бруса на значении нормального напряжения при осевом растяжении или сжатии.
10. Объясните, чем отличается предельное напряжение от допускаемого.
11. Запишите формулу для определения расчетного напряжения, условие прочности при растяжении и сжатии.
12. Назовите величину, входящую в формулу закона Гука, характеризующую упругие свойства материала.
13. Двухступенчатый стальной брус, длина ступеней которого указана на рисунке, нагружен силами $F_1=30$ Н, $F_2=40$ Н, $F_3=5$ Н. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение λ свободного конца бруса, приняв $E=2 \cdot 10^5$ МПа. Площади поперечных сечений ступеней $A_1=1,8\text{ см}^2$; $A_2=2,6\text{ см}^2$



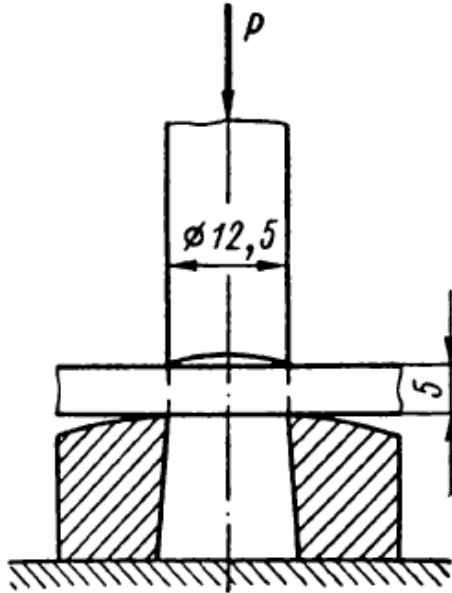
[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Срез и смятие

1. Объясните, что такое срез и чем он отличается от сдвига.
2. Дайте определения деформации смятия.
3. Запишите условие прочности для среза и смятия.
4. Запишите три вида расчета на прочность при срезе.
5. Объясните, в чем заключается зависимость между тремя составляющими: модулем упругости E , модулем сдвига G и коэффициентом Пуассона μ .
6. Запишите закон Гука при сдвиге.
7. Объясните, какой случай плоского напряженного состояния называется чистым сдвигом.
8. Диаметр заклепки увеличился в 2 раза. Объясните, как изменится расчетное напряжение сдвига.
9. Запишите три вида расчета на прочность при срезе.
10. Определите требуемую силу давления на пуансон прессы для продавливания в листе ($\delta = 5$ мм) отверстия диаметром 12,5 мм. Принять $\sigma_{пч} = 320$ н/мм².

Ответ. 62,8 кН

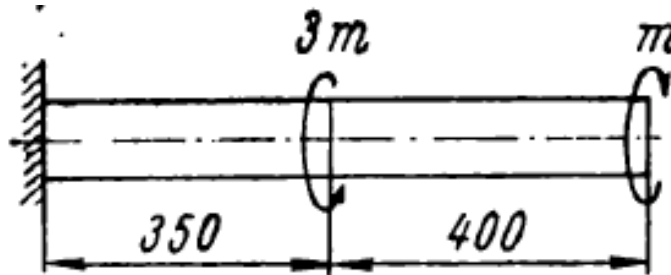


[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Кручение. Срез с кручением

1. Объясните, что такое модуль сдвига и как он связан с модулем продольной упругости.
2. Объясните, как определяется крутящий момент в произвольном сечении.
4. Укажите, какая существует зависимость между передаваемой валом мощностью, вращающим моментом и угловой скоростью.
5. Назовите геометрическую характеристику сечения вала при кручении используемую для определения напряжения.
6. Запишите условие прочности при кручении.
7. Дайте определение деформации кручения
8. Дайте определение крутящему моменту.
9. Запишите три расчета на прочность при кручении.
10. Назовите напряжения, возникающие в поперечном сечении круглого стержня при кручении.
11. Запишите формулы для определения момента инерции и момента сопротивления круглого поперечного сечения.
12. Перечислите свойства материала, которые характеризует модуль сдвига.
13. Объясните, какая зависимость существует между углом закручивания и крутящим моментом.
14. Объясните, как изменится величина угла закручивания, если диаметр образца уменьшить вдвое.
15. Для заданного бруса построить эпюру крутящих моментов.



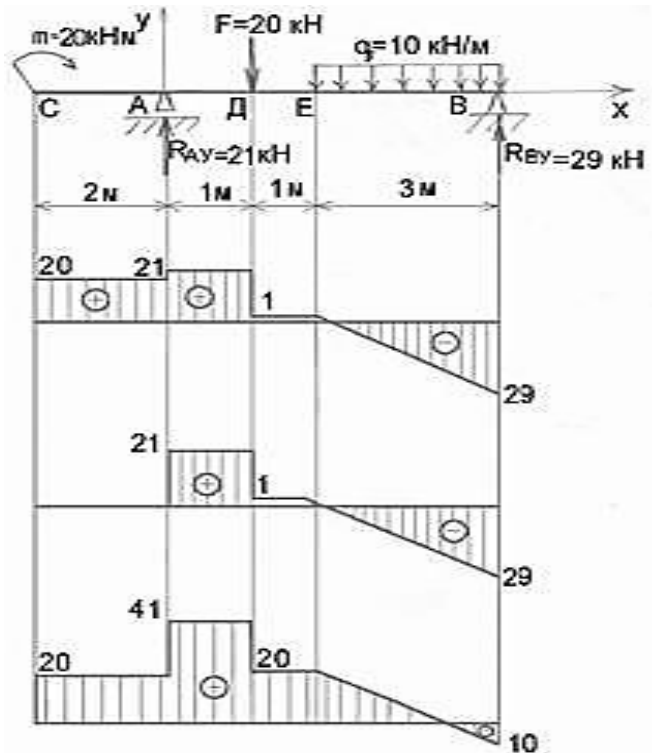
[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:

Изгиб

1. Объясните, в каком случае балка работает на изгиб.
2. Дайте определение чистому и поперечному изгибу.
3. Назовите внутренние силовые факторы, возникающие в поперечном сечении бруса при изгибе.
4. Объясните, для чего строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
5. Сформулируйте правило знаков для поперечной силы и изгибающего момента.
6. Укажите вариант эпюры поперечных сил построенный для данной балки.



7. Запишите формулу Журавского для определения касательных напряжений и охарактеризуйте её составляющие.
8. Напишите условие на прочность при изгибе.
9. Запишите три расчета на прочность при изгибе.
10. Объясните сущность расчета на жесткость.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Растяжение (сжатие) и изгиб бруса большой жесткости.
Изгиб с кручением; кручение с растяжением (сжатие)

1. Объясните, сущность внецентрального растяжения (сжатия).
2. Запишите формулу для расчета на прочность при совместном действии изгиба и растяжения, если сечение бруса симметрично относительно нейтральной оси.
3. Дайте определение косому изгибу.
4. Объясните, почему в случае одновременного действия изгиба и кручения оценку прочности производят, применяя гипотезы прочности.
5. Приведите примеры деталей, работающих на изгиб с кручением.
6. Укажите, какие точки поперечного сечения являются опасными, если брус круглого поперечного сечения работает на изгиб с кручением.
7. Объясните, какое напряжение называется эквивалентным напряжением.
8. Перечислите теории прочности
9. Объясните назначения теорий прочности.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Устойчивость сжатых стержней

1. Перечислите виды равновесия тела.
2. Дайте определение критической силы.
3. Объясните, смысл роста на устойчивость.
4. Запишите формулу Эйлера для расчета сжатых стержней на устойчивость.
5. Назовите условие применимости Эйлера.
6. Запишите формулу Ясинского и объясните её.
7. Запишите три расчета на устойчивость.
8. Объясните, от чего зависит гибкость стержня

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по разделу3: Детали машин

Контрольные вопросы по теме: Основные положения и понятия

1. Назовите вопросы, которые изучает дисциплина «Детали машин».
2. Объясните, чем отличаются составные элементы машины.
3. Укажите, какую структуру имеет машина.
4. Перечислите группы, на которые подразделяют детали машин по функциональному признаку.
5. Объясните, какими требованиями должна обладать вновь разрабатываемая деталь.
6. Назовите причины усталостного разрушения
7. Дайте определение понятию усталость.
8. Объясните, что понимается под пределом выносливости.
9. Перечислите факторы, влияющие на предел выносливости.
10. Объясните, что понимается под запасом прочности.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Общие сведения о механических передачах, их классификация

1. Дайте определение понятию передача.
2. Объясните, как определить передаточное число передачи.
3. Перечислите виды передач.
4. Назовите функции выполняемые передачами.
5. Приведите классификацию механических передач по принципу действия
6. Приведите классификацию механических передач по характеру изменения скорости.
7. Приведите классификацию механических передач по расположению валов в пространстве.
8. Приведите классификацию механических передач по характеру движения валов.
9. Назовите достоинства механических передач.
10. Перечислите признаки, по которым классифицируют механические передачи

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Фрикционные передачи

1. Приведите классификацию фрикционных передач.
2. Перечислите основные виды фрикционных передач
3. Назовите достоинства и недостатки фрикционных передач
4. Назовите материалы, применяемые для изготовления фрикционных передач.
5. Назовите особенности прижатия катков фрикционных передач.
6. Объясните почему у фрикционных передач не постоянное передаточное число.
7. Скажите, какое устройство называют вариатором.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Зубчатые передачи

1. Дайте определение зубчатой передаче.
2. Назовите элементы, составляющие зубчатую передачу.
3. Назовите область применения зубчатой передачи.
4. Объясните, как зависит несущая способность зубчатых передач от точности их изготовления.
5. Перечислите достоинства и недостатки зубчатых передач.
6. Укажите, какие различают передачи по виду зацепления зубьев.
7. Укажите, какие бывают передачи по взаимному расположению осей.
8. Укажите, какие существуют передачи по расположению зубьев относительно образующей обода колеса.
9. Укажите, какой параметр используют для определения потери мощности на выходе передачи.
10. Объясните, по каким параметрам определяют форму и размеры зубчатого колеса.
11. Назовите конструктивные элементы зубчатого колеса.
12. Назовите материалы, применяемые для изготовления зубчатых колес.
13. Приведите методику определения допускаемых напряжений для зубчатых колес, выполняемых из стали.
14. Объясните, в результате чего в зубчатой передаче происходит передача нагрузки.
15. Объясните, каким параметром определяется работоспособность зубчатой передачи.
16. Назовите причины вызывающие усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев.
17. Объясните, что вызывает поломку зубьев.
5. Укажите, какие условия используют при оценке работоспособности зубчатых передач.
18. Скажите, какой вид деформации является главным при объемном нагружении зубьев.
19. Объясните, как определяют расчетные удельные нагрузки.
20. Назовите особенности, имеющиеся при расчете шевронных и косозубых цилиндрических передач.
21. Назовите назначение конических зубчатых передач.
22. Перечислите разновидности конических передач.
23. Назовите достоинства и недостатки имеют конических передач.
24. Назовите виды конических передач в зависимости от формы линии зуба.

25. Назовите основные параметры конических передач
26. Скажите, какие формы имеют зубья конических колес.
27. Объясните, что относят к геометрическим соотношениям конических зубчатых передач.
28. Назовите усилия, действующие в зацеплении конических передач.
29. Объясните, на чем основан прочностной расчет конической передачи.
30. Назовите, условие работоспособности по контактной и изгибной прочности.
31. Назовите элементы составляющие простейший трехзвенный планетарный механизм.
32. Объясните, в каком случае планетарные механизмы позволяют получить большие величины передаточного отношения.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Червячные передачи

1. Назовите элементы, из которых состоит червячная передача.
2. Назовите виды червяков.
3. Перечислите факторы повышения работоспособности.
4. Укажите, как подразделяются червяки в зависимости от формы-профиля боковой поверхности витков.
5. Объясните, какие параметры относят к основным геометрическим параметрам червячной передачи.
6. Скажите, чем характеризуется условие торможения.
7. Укажите, какие факторы влияют на условие торможения.
8. Скажите, на какие составляющие раскладывают нормальное к поверхности зуба давление при рассмотрении усилий в червячной передаче.
9. скажите, какие факторы обеспечивают условие работоспособности червячной передачи.
10. Объясните, чем характеризуется условие теплового расчета.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Цепные передачи

1. Перечислите достоинства и недостатки цепных передач по сравнению с ременными. Назовите область применения цепных передач.
2. Охарактеризуйте конструкции роликовой и втулочной цепей.
3. Объясните, в каких случаях применяют многорядные роликовые цепи.
4. Объясните, почему при высоких скоростях рекомендуют применять цепи с малым шагом.
5. Объясните, чем вызвана неравномерность движения приводных цепей и почему она возрастает с увеличением шага.
6. Объясните, чем обусловлены ограничения минимального числа зубьев малой звездочки и максимального числа зубьев большой звездочки.
7. Объясните, почему при определении длины цепи рекомендуют принимать четное число звеньев цепи.
8. Объясните, что является основным критерием работоспособности цепных передач. Объясните, как выполняют проверку цепи по этому критерию.
9. Объясните, что такое коэффициент эксплуатации, от чего он зависит.
10. Объясните, чем вызвана необходимость в применении натяжных устройств в цепных передачах. Назовите способы натяжения цепи.
11. Назовите способы смазывания цепных передач.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Ременные передачи

1. Перечислите достоинства и недостатки ременных передач.
2. Назовите основные разновидности ременных передач.
3. Приведите классификацию ременных передач по профилю.
4. Отношения, каких характеристик клиноременных передач определяют три вида сечений.
5. Назовите необходимый угол обхвата для плоских и клиновых ремней.
6. Перечислите основные критерии расчета ременных передач.
7. Скажите, чем отличается клиноременная передача от зубчатого ремня.
8. Назовите материалы, из которых изготавливают ремни.
9. Объясните связь между усилиями в ведущей и ведомой ветвях и начальным натяжением ремня.
10. Перечислите достоинства и недостатки ременных передач по сравнению с цепными.
11. Объясните, чем ограничивается количество ремней клиноременных передач.
12. Перечислите способы натяжения ремней.
13. Назовите основные типы внешних поверхностей обода плоских ремней.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Передача винт-гайка

1. Укажите, где применяются передачи винт — гайка
2. Назовите вид резьбы применяемой для грузовых винтов.
3. Объясните, почему в домкратах передачу выполняют самотормозящей.
4. Укажите, какое при этом должно быть соотношение между углом подъема резьбы и приведенным углом трения.
4. Назовите материалы, из которых изготавливают винты и гайки.
5. Объясните, как устраняют осевой зазор в разъемной и сдвоенной гайке.
6. Скажите, чем объяснить большой выигрыш в силе в передаче винт — гайка.
7. Объясните, как определить момент, необходимый для вращения винта или гайки.
8. Укажите, что является основной причиной выхода из строя передачи винт — гайка скольжения.
9. Объясните, как определить момент, необходимый для вращения винта или гайки.
10. Назовите основной вид отказа передачи винт-гайка скольжения.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Валы и оси

1. Объясните, в чем состоит отличие вала от оси.
2. Перечислите основные виды валов по назначению.
3. Укажите, какие валы бывают по форме поперечного сечения.
4. Назовите основные конструктивные элементы валов и осей.
5. Назовите наиболее распространенные материалы, используемые для изготовления валов и осей.
6. Перечислите основные критерии работоспособности валов и осей.
7. Объясните в чем отличие критерия напряженности для расчета на выносливость от расчета на статическую прочность.
8. Перечислите мероприятия по повышению прочности валов.
9. Назовите основные критерии жесткости вала.
10. Назовите мероприятия по снижению опасности резонанса валов.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Опоры осей и валов

1. Укажите, из каких деталей состоят подшипники качения, какие функции они выполняют.
2. Перечислите критерии, по которым классифицируют подшипники качения.
3. Объясните, как обозначают подшипники качения.
4. Назовите назначение подшипников качения.
5. Назовите преимущества шариковых подшипников качения в сравнении с роликовыми подшипниками.
6. Назовите материалы, используемые для изготовления подшипников качения.
7. Назовите виды разрушений, наблюдаемые у подшипников качения. Назовите их причины.
8. Назовите основные критерии работоспособности подшипников качения.
9. Укажите, на чем основан расчет подшипников качения на долговечность.
10. Укажите, из каких конструктивных элементов состоят подшипники скольжения.
11. Укажите, достоинства и недостатки подшипников скольжения.
12. Укажите, в каких областях машиностроения применяют подшипники скольжения.
13. Назовите назначение направляющих скольжения.
14. Приведите классификацию вкладышей подшипников.
15. Укажите, какие материалы применяют для изготовления вкладышей, как их назначают.
16. Назовите виды разрушений подшипников скольжения.
17. Назовите критерии работоспособности подшипников скольжения.
18. Перечислите параметры, которые определяют при расчете подшипников скольжения в условиях несовершенной смазки, жидкостной смазки.
19. Укажите, по какому условию судят о наличии режима жидкостной смазки.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Сварные, заклепочные, паянные и клеевые соединения

1. Перечислите виды неразъемных соединений.
2. Укажите, что представляет собой сварное соединение.
3. Назовите достоинства и недостатки сварного соединения.
4. Перечислите виды сварных соединений.
5. Приведите классификацию сварных швов.
6. Объясните, как производят оценку работоспособности сварных швов.
7. Объясните, что представляет собой заклепка.
8. Укажите, какие формы головок имеют заклепки.
9. Перечислите достоинства и недостатки заклепочных соединений.
10. Объясните, для каких материалов применяют клеевые соединения.
11. Объясните, что представляет собой процесс пайки и каково его применение.
12. Укажите, на какие группы подразделяют соединения с натягом.
13. Объясните, как производят оценку работоспособности неразъемных соединений.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:
Штифтовые, шпоночные, шлицевые соединения

1. Объясните, посредством чего осуществляется разъем штифтовых, шпоночных и шлицевых соединений.
2. Объясните, для чего предназначены шпоночные соединения.
3. Перечислите достоинства и недостатки шпоночных соединений.
4. Приведите классификацию шпоночных соединений.
5. Объясните, чем отличаются напряженные и ненапряженные шпоночные соединения.
6. Назовите типы шпонок используемых при ненапряженных соединениях.
7. Укажите, по какому параметру проверяют на работоспособность призматические шпонки.
8. Объясните, чем отличается сегментная шпонка от призматической.
9. Укажите, из каких материалов изготавливают шпонки.
10. Объясните, для чего используют шлицевые соединения.
11. Приведите классификацию шлицевых соединений.
12. Перечислите достоинства и недостатки шлицевых соединений по сравнению со шпоночными.
13. Назовите назначение штифтовых соединений.
14. Перечислите классификацию штифтов.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме: Резьбовые соединения

1. Дайте определение понятиям профиль резьбы, шаг резьбы, ход резьбы, угол профиля и угол подъема резьбы.
2. Назовите типы резьб по профилю, по назначению. Укажите, какие из них стандартизованы.
3. Объясните, почему метрическая резьба с крупным шагом имеет преимущественное применение в качестве крепежной.
4. Объясните, в каких случаях применяют резьбы с мелким шагом.
5. Перечислите виды резьбовых соединений, которые применяют в машиностроении. Дайте их сравнительную оценку.
6. Назовите типы болтов и винтов по назначению и конструкции.
7. Укажите, из каких материалов изготавливают резьбовые и крепежные детали.
8. Укажите, какие напряжения испытывает болт в момент затягивания.
9. Объясните, почему нецелесообразно большое увеличение глубины завинчивания (высоты гайки).
10. Укажите, какие расчеты проводят на прочность резьбы.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Контрольные вопросы по теме:

Муфты

1. Назовите назначение муфт
2. Укажите, какие погрешности установки можно выделить при монтаже механизмов.
3. Объясните, по какому признаку классифицируют муфты.
4. Перечислите основные виды, достоинства и недостатки глухих муфт.
5. Объясните, чем отличаются подвижные упругие от жестких муфт.
6. Укажите, какие муфты относятся к подвижным компенсирующим.
7. Объясните, для чего применяются сцепные управляемые муфты.
8. Назовите виды предохранительных муфт.
9. Назовите функции сцепных самодействующих муфт.
10. Назовите основные функции центробежных муфт.
11. Назовите основные виды упругих муфт.
12. Объясните термин «демпфирующая способность муфт».

[Содержание](#)

[Назад](#)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа №1

Тема: Определение коэффициента трения скольжения с помощью наклонной плоскости. Расчет силы трения для различных материалов

Цель работы: с помощью наклонной плоскости определить приближенное значение коэффициента трения скольжения различных материалов.

Материально-техническое оснащение: Установка для испытания, груз, пластины различных материалов.

Теоретические сведения

Трение является одним из самых распространенных явлений природы и играет большую роль в технике. Однако вследствие крайней сложности этого физико-механического явления и трудности оценки многочисленных факторов, влияющих на него, точных общих законов трения до сих пор установить не удалось. Вследствие этого для технических расчетов ограничиваются приближенным определением силы трения по закону Кулона: «Сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления к поверхности соприкасающихся тел, зависит от рода трущихся поверхностей (материала, обработки, смазки) и не зависит от величины площади трущихся поверхностей».

Если максимальное значение силы трения покоя обозначить через $F_{\text{тр}}$, а через N – нормальную реакцию опорной поверхности, равную по модулю силе нормального давления тела на опорную поверхность (рисунок 1.1), то на основании данного закона будем иметь

$$F_{\text{тр}} = fN, \quad (1.1)$$

где f – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом трения скольжения.

Трением скольжения называется сопротивление скольжению одного тела по поверхности другого.

Сила трения при движении меньше силы трения в случае покоя и всегда направлена в сторону, противоположную движению.

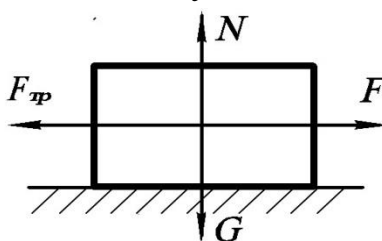


Рисунок 1.1- Движение по гладкой опорной поверхности

Если опорная поверхность шероховатая, то две реакции: нормальная N и касательная (сила трения) $F_{тр}$ (рисунок 1.2), складываясь по правилу параллелограмма, дадут полную реакцию R опорной поверхности, которая с нормалью к этой поверхности будет составлять некоторый угол φ .

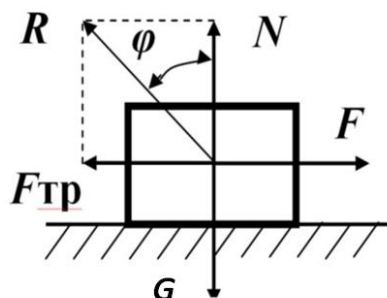


Рисунок 1.2- Движение по шероховатой опорной поверхности

Наибольший угол φ , на который вследствие трения отклоняется от нормали реакция R шероховатой поверхности, называется углом трения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{\text{тр}}}{N}. \quad (1.2)$$

Из формул (1.1) и (1.2) следует, что тангенс угла трения равен коэффициенту трения скольжения.

Ориентировочные значения коэффициентов трения скольжения представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1- Значения коэффициентов трения

Материалы трущихся поверхностей	Коэффициент трения
Сталь по стали	0,15–0,50
Сталь по бронзе	0,15–0,20
Бронза по бронзе	0,20–0,27
Сталь по дереву	0,40–0,62
Дерево по дереву	0,20–0,60
Текстолит по стали	0,14–0,20

Коэффициент трения скольжения для двух материалов определяется опытным путем различными способами, но наиболее часто – при помощи наклонной плоскости.

Описание установки

Плоскость 1 (рисунок 1.3), на которой закрепляются пластины из различных материалов, при помощи рукоятки 2 может устанавливаться под различным углом к горизонтальной плоскости. Величина угла наклона α отсчи-

тывается по шкале 3. При увеличении угла наклона плоскости составляющая силы тяжести G_2 , направленная параллельно наклонной плоскости, будет возрастать, соответственно будет увеличиваться и сила трения покоя $F_{тр}$.

При угле наклона плоскости, равном углу трения ($\alpha = \varphi$), сила трения достигнет предельной величины, и при угле $\alpha > \varphi$ груз 4 перейдет из состояния покоя в состояние движения. Измерив угол α в момент начала движения, получают угол, равный углу трения φ .

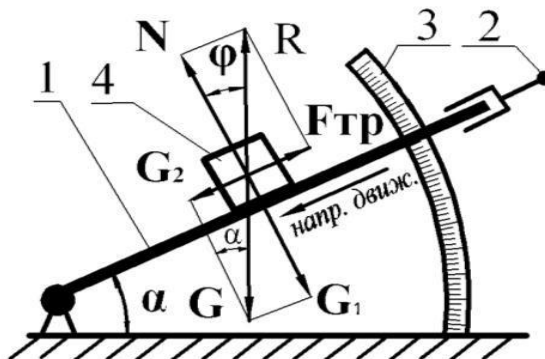


Рисунок 1.3 - Опытная установка

Тангенс этого угла трения будет равен коэффициенту трения скольжения f .

Надо отметить, что для одной и той же пары материалов коэффициент трения может изменяться из-за влияния многочисленных факторов.

Порядок выполнения работы

1. Определить силу тяжести груза.
2. Подготовить пластины и груз к испытанию, т. е. поверхности контакта обезжирить.
3. Установить груз на плоскости и при помощи рукоятки увеличивать угол подъема до тех пор, пока под действием собственной силы тяжести груз не начнет двигаться.
4. Зафиксировать винтом положение наклонной плоскости и по шкале определить угол ее наклона α . Для каждой пары материалов опыт повторить не менее трех раз.
5. Вычислить коэффициент трения скольжения для выбранных пар материалов и сравнить с табличным значением.
6. Вычислить процент ошибки Δ :

$$\Delta = \frac{f_{оп} - f_{таб}}{f_{оп}} \cdot 100 \%$$

7. Результат опыта оформить в виде таблицы.

Таблица 1.2 – Результаты опыта на трения

№ п/п	Материалы звеньев	Угол наклона плоскости	Коэффициент трения $f_0 = \tan \alpha_0$	Сила трения $F_f = f \cdot G \cos \alpha$
1.		1 –й замер 2-й замер 3-й замер Среднее значение		
2.		1 –й замер 2-й замер 3-й замер Среднее значение		
3.		1 –й замер 2-й замер 3-й замер Среднее значение		

Требования к оформлению отчета

Отчет должен содержать:

1. Цель работы;
2. Рисунок установки;
3. Таблица результатов опыта;
4. Расчет коэффициента и силы трения;
5. Вывод после эксперимента.

Контрольные вопросы

1. Перечислите виды трения в зависимости от характера перемещения.
2. Дайте определение трению скольжения.
3. Запишите, формулу для определения коэффициент трения скольжения.
4. Перечислите факторы оказывающие влияние на величину коэффициента трения скольжения.
5. Укажите, зависит ли коэффициент трения от размеров трущихся поверхностей.
6. Объясните, как направлена сила трения по отношению к движению тела
7. Объясните, что называется углом трения.
8. Объясните, в каком случае тело будет находиться в равновесии на наклонной плоскости.
9. Объясните, как связаны между собой трение покоя и трение скольжения.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 2

Тема: Определение центра тяжести плоских фигур опытным и расчетным путем. Сравнение и анализ полученных результатов

Цель работы: Определить опытным путем положение центра тяжести плоского сечения и сравнить полученные результаты с теоретическими расчетами.

Материально-техническое оснащение: Установка для испытания, груз сечение.

Теоретические сведения

Центр тяжести тела есть такая неизменно связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия силы тяжести данного тела при любом положении тела в пространстве.

На практике часто приходится определять положение центра тяжести плоских фигур. Такие фигуры можно представлять себе как тонкие однородные пластинки, толщиной которых можно пренебречь, поэтому координаты их центра тяжести будут зависеть только от площади фигуры и ее формы. Центр тяжести однородной плоской фигуры постоянной толщины называется центром тяжести площади данной фигуры. Его координаты:

$$X_c = \frac{\sum S_{yi}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i X_i}{\sum A_i};$$
$$Y_c = \frac{\sum S_{xi}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i},$$
(2.1)

где S_{xi} , S_{yi} – статические моменты площади отдельных участков фигуры относительно осей X и Y ;

X_i , Y_i – координаты центров тяжести отдельных участков фигуры, составленной из площадей A_i .

Центр тяжести – это геометрическая точка, которая может быть расположена и вне тела, например, диск с отверстием, полый шар и т.д. При определении центра тяжести тонких плоских однородных пластин пренебрегают толщиной и считают, что центр тяжести расположен в плоскости.

Определение положения центра тяжести плоских сечений производят методом подвешивания, который основан на том, что через центр тяжести проходит линия действия силы тяжести при любом положении тела. Поэтому

для опытного определения положения центра тяжести плоской сечения достаточно найти точку пересечения двух линий отвеса, проведенных при подвешивании фигуры в двух различных точках.

Описание установки

Установка для испытаний определение центра тяжести.

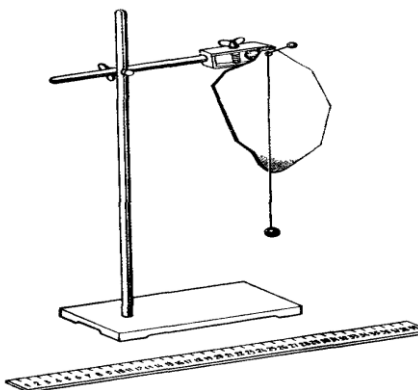


Рисунок 2.1 – Установка для проведения опыта на определение центра тяжести

Установка для определения центра тяжести представляет собой установленную на подставке и двух стойках перекладину, в центре которой прикрепляется на нити груз.

Порядок выполнения работы

1. Экспериментальное определение координат центра тяжести фигуры.
 - 1.1. Подвесить испытываемую плоскую фигуру к крюку установки одной из точек и карандашом отметить положение линии отвеса.
 - 1.2. Поменять положение фигуры, прикрепив ее к крюку другой точкой, и снова отметить на ней карандашом положение линии отвеса.
 - 1.3 Точка пересечения двух отвесных линий (рисунок 2) и является центром тяжести фигуры C . Измерить линейкой расстояние от найденной точки до заданных для данной фигуры осей координат, определяя таким образом значение $X_{Cоп}$ и $Y_{Cоп}$.

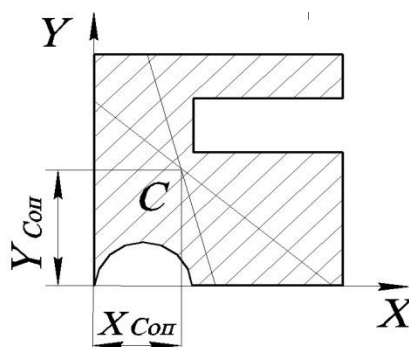


Рисунок 2.2- Определение центра тяжести фигуры

2. Теоретическое определение координат центра тяжести фигуры.

2.1 Измерить линейкой необходимые размеры фигуры (мм) и в масштабе выполнить ее чертеж (рисунок 2.3).

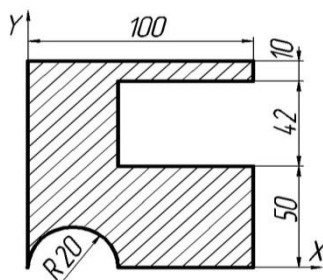


Рисунок 2.3- Фигура для определения центра тяжести.

2.2 Разделить фигуру на наименьшее число простейших фигур (рисунок 2.4), положение центра тяжести которых легко определить.

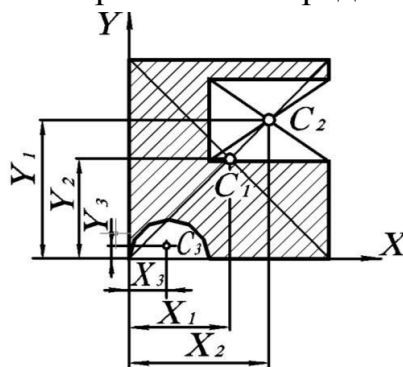


Рисунок 2.4- Положение центра тяжести простейших фигур

2.3 Определить положение центров тяжести отдельных частей фигуры (C_1 , C_2 , C_3) (см. рисунок 2.4) и нанести их на чертеж.

2.4 Провести вспомогательные оси X и Y и определить значения координат (X_1 , Y_1 , Y_2 , Y_2 , X_3 , Y_3) точек C_1 , C_2 , C_3 относительно осей X и Y .

2.5 Определить площади каждой части фигуры (A_1 , A_2 , A_3).

2.6 Определить координаты центра тяжести фигуры по формулам (2.1)

3. Сравнить результаты, полученные экспериментальным и расчетным путем

Требования к оформлению отчета

1. Цель работы.
2. Чертеж выбранной фигуры с указанием площади и координат центра тяжести каждой фигуры.
3. Вычисления координат центра тяжести всей фигуры по формулам (положение центра тяжести нанести на чертеж фигуры).
4. Значение координат центра тяжести фигуры, найденных при подвешивании фигуры в двух точках.

5. Сравнение теоретических и опытных данных:

$$(x_{\text{оп}} - x_p) / x_p \cdot 100\% \quad (2.2)$$

$$(y_{\text{оп}} - y_p) / y_p \cdot 100\% \quad (2.3)$$

5. Заключение о положении центра тяжести при аналитическом и опытном определении.

Контрольные вопросы

1. Укажите, можно ли рассматривать силу тяжести тела, как равнодействующую системы параллельных сил.
2. Скажите, может ли располагаться центр тяжести вне самого тела.
3. Раскройте сущность опытного определения центра тяжести плоской фигуры.
4. Дайте определение центра тяжести сложной фигуры, состоящей из нескольких простых фигур?
5. Объясните, как следует рационально производить разбиение фигуры сложной на простые фигуры при определении центра тяжести всей фигуры.
6. Объясните, какой знак имеет площадь отверстий в формуле для определения центра тяжести.
7. Скажите, как называются линии, на которых лежит центр тяжести у треугольника.
8. Скажите, если фигуру трудно разбить на небольшое число простых фигур, какой способ определения центра тяжести может дать наиболее быстрый ответ.
9. Скажите, где лежит центр тяжести фигуры, имеющей одну ось симметрии, две оси симметрии.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 3

Тема: Испытание материалов на растяжение. Расчет механических характеристик

Цель работы: определение основных характеристик прочности и жесткости при растяжении образца статической нагрузкой.

Материально-техническое оснащение: Установка для испытания на растяжение, материал для испытания образец стальной.

Теоретические сведения

При расчетах деталей машин и элементов конструкций необходимо располагать знаниями характеристик прочности используемых материалов. Эти величины получают в результате испытания образцов материала на растяжение статической нагрузкой. Задача сводится к построению диаграммы растяжения. Пример диаграммы растяжения образцов из малоуглеродистой стали приведен на рисунке 1.

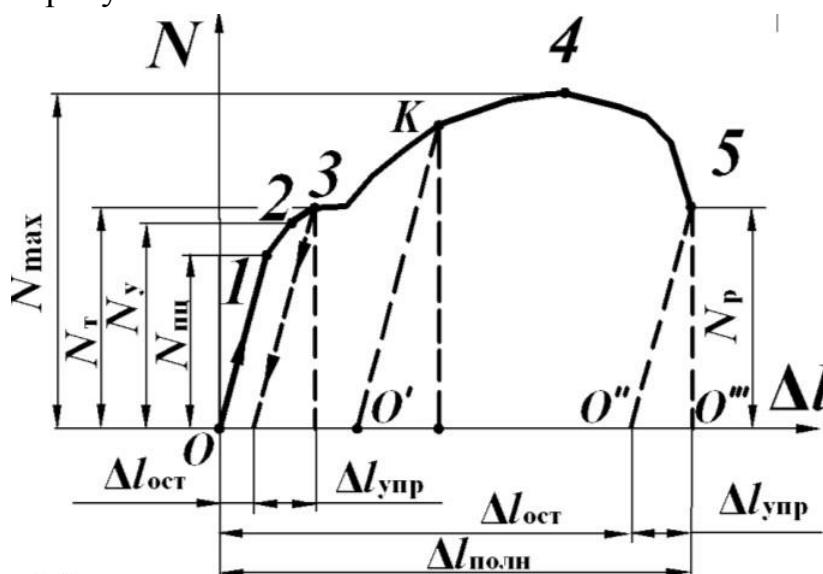


Рисунок 3.1- Диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали

По оси ординат отображены значения осевой силы N , равной прикладываемой силе F , а по оси абсцисс – соответствующие ей величины абсолютного удлинения образца Δl .

В начале испытания (до точки 1 с ординатой $N_{\text{п}}$) удлинение Δl растет пропорционально силе N , тем самым подтверждается справедливость закона Гука. Это зона упругости.

Точка 2 соответствует моменту, когда в материале начинают появляться незначительные остаточные деформации. Ордината точки 2 представляет собой нагрузку N_y , при которой деформации практически остаются

упругими. Далее удлинение Δl непропорционально силе N . При некотором значении нормальной силы N_T (точка 3) образец удлиняется без увеличения нагрузки. Это явление называется текучестью материала, а соответствующий участок диаграммы носит название площадка текучести.

После прохождения площадки текучести материал образца снова начинает оказывать сопротивление нагрузке. Этот процесс продолжается до точки 4 с ординатой N_{\max} , после чего отмечается некоторое снижение сопротивления материала. Это явление объясняется тем, что на образце начинает появляться местное уменьшение диаметра образца (шейка), и в дальнейшем на диаграмме отражается удлинение участка образца в зоне образовавшейся шейки. Явление окончательного разрушения материала происходит в точке 5 диаграммы.

Если после перехода через стадию текучести (например, в точке К) образец разгрузить, то процесс разгрузки изобразится отрезком КО', параллельным прямой О1. При разрушении образца удлинение полностью не исчезает, оно уменьшается на величину упругой части (отрезок О"О'''). Отрезок ОО" представляет собой остаточное удлинение.

Таким образом,

$$\Delta l_{\text{полн}} = \Delta l_{\text{упр}} + \Delta l_{\text{ост}}, \quad (3.1)$$

где $\Delta l_{\text{полн}}$ – полное удлинение;

$\Delta l_{\text{упр}}$ – упругое удлинение;

$\Delta l_{\text{ост}}$ – остаточное удлинение.

Продольные силы, возникающие в образце, и соответствующие им изменения длины образца не могут служить объективными критериями для оценки свойств материала, так как зависят от первоначальных размеров самого образца.

Чтобы получить характеристики механических свойств материала, диаграмму, снятую при испытании образца, нужно перестроить в диаграмму условных напряжений в координатах (ϵ, σ) , не зависящих от абсолютных размеров образца (рисунок 3.2).

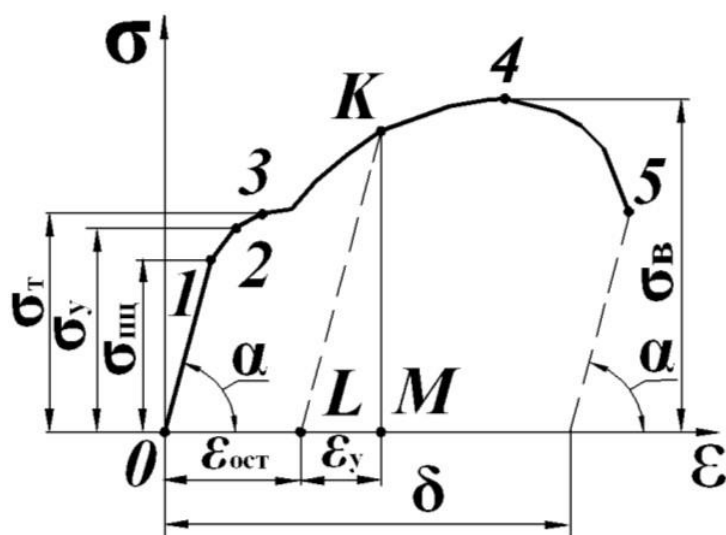


Рисунок 3.2- Диаграмма условных напряжений образца из малоуглеродистой стали

Для этого все абсциссы и ординаты на диаграмме в координатах $\Delta l-N$ (см. рисунок 3.1) делятся соответственно на начальную расчетную длину l_0 и начальную площадь поперечного сечения A_0 образца. Учитывая, что A_0 и l_0 – величины постоянные, диаграмма $\sigma = f(\epsilon)$ имеет тот же вид, что и диаграмма растяжения, но уже будет характеризовать не свойства образца, а свойства его материала.

Прямолинейный участок 01 диаграммы условных напряжений графически выражает закон пропорциональности между напряжением и деформацией (закон Гука):

$$\sigma = \epsilon E, \quad (3.2)$$

где E – коэффициент пропорциональности между напряжением σ и относительным удлинением ϵ , который носит название модуль упругости первого рода. Он характеризует способность материала сопротивляться деформированию;

ϵ – безразмерная величина, следовательно, размерности σ и E совпадают.

Из геометрического представления закона Гука (прямолинейного участка 01) следует, что модуль E есть тангенс угла α наклона отрезка 01 к оси абсцисс.

Предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$ – наибольшее напряжение, при котором деформации в материале растут пропорционально напряжению:

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{N_{\text{пц}}}{A_0} \quad (3.3)$$

Если после снятия нагрузки длина образца будет равна начальной, то деформацию при нагружении называют упругой; если же после разгрузки длина образца стала больше начальной, то такую деформацию называют остаточной.

Предел упругости σ_y – наибольшее напряжение, при котором материал не теряет упругих свойств:

$$\sigma_y = \frac{N_y}{A_0} . \quad (3.4)$$

При увеличении нагрузки выше предела упругости на участке 2–3 (см. рисунок 3.2) деформации растут практически без увеличения нагрузки. Это явление получило название текучести материала.

Предел текучести σ_T – напряжение, при котором в материале возникают деформации без увеличения нагрузки:

$$\sigma_T = \frac{N_T}{A_0} . \quad (3.5)$$

При нагружении образца выше предела текучести напряжения достигают наибольшей величины в точке 4 (см. рисунок 3.2).

Предел прочности (временное сопротивление) σ_b – напряжение, равное отношению наибольшей нагрузки к первоначальной площади поперечного сечения образца:

$$\sigma_b = \frac{N_{\max}}{A_0} \quad (3.6)$$

После достижения предела прочности на образце возникает местное сужение – шейка. Площадь сечения образца в шейке быстро уменьшается, падают растягивающее усилие и условное напряжение, а удлинение образца происходит в основном на длине шейки. В наименьшем сечении шейки происходит разрыв образца (точка 5 на рисунок 3.2).

Напряжение в момент разрушения материала образца выше его предела прочности:

$$\sigma_p = \frac{N_p}{A_{\text{ш}}} \quad (3.7)$$

где N_p – величина продольной силы в момент разрыва;

$A_{\text{ш}}$ – площадь поперечного сечения шейки после разрыва.

Относительное остаточное удлинение образца носит название продольной деформации:

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100 \% \quad (3.8)$$

где l_1 – длина расчетной части образца после разрыва; l_0 – первоначальная расчетная длина образца.

Относительное остаточное сужение площади поперечного сечения образца носит название поперечной деформации:

$$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{ш}}}{A_0} \cdot 100 \% \quad (3.9)$$

где A_0 – начальная площадь поперечного сечения образца.

Чем больше ε и ψ , тем более пластичным считается материал.

Использование характеристик механических свойств при оценке прочности

В результате проведения механических испытаний устанавливают предельные напряжения, при которых происходит утрата работоспособности или разрушение деталей конструкции.

Предельным напряжением при статической нагрузке для пластических материалов является предел текучести σ_T , для хрупких – предел прочности $\sigma_{\text{пр}}$.

Для обеспечения работоспособности деталей необходимо, чтобы напряжения, возникающие в них в процессе эксплуатации, были меньше предельных. Для количественного сопоставления указанных значений напряжений используется коэффициент запаса прочности, определяемый по формуле

$$n = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma} \quad (3.10)$$

где $\sigma_{\text{пред}}$ – такие напряжения, при достижении которых появляются признаки разрушения конструкции или возникают пластические деформации материала. Для пластических материалов в качестве предельных напряжений принимают предел текучести σ_T .

Минимально необходимое значение коэффициента запаса прочности называется нормативным $[n]$. Его значение определяется рядом факторов (погрешностями при расчетах нагрузок, качеством материала элементов кон-

струкции и т. д.) и в первую очередь – ответственностью и последствиями разрушения машины или конструкции. В объектах общего технического назначения принимаются следующие значения нормативных коэффициентов запаса прочности:

- для пластичных материалов $[n] = 2-4$;
- для хрупких $[n] = 4-6$.

Отношение предельного напряжения к нормативному коэффициенту запаса прочности называют допускаемым напряжением:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]} \quad (3.11)$$

Условие прочности детали машины или элемента конструкции определяется неравенством

$$\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma] \quad (3.12)$$

Виды расчетов на прочность

С учетом расчетной зависимости при оценке напряжений для данного вида нагружения

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{N_{\text{max}}}{A} \leq [\sigma] \quad (3.13)$$

При расчетах на прочность возникают три вида задач:

- проверочный расчет, при котором требуется выполнение условия

$$\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma] \quad (14)$$

- проектный расчет по определению размеров (площади поперечного сечения) элементов конструкции:

$$A = \frac{N_{\text{max}}}{[\sigma]} \quad (3.15)$$

- определение предельно допускаемой нагрузки на деталь, машину, конструкцию:

$$[N_{\text{max}}] = A[\sigma] \quad (3.16)$$

Описание установки

Для выполнения работы на растяжение используется испытательная машина ИМ-4А (рисунок 3.3). Машина состоит из станины 1, нагружающего

механизма 2, силоизмерительного механизма 3 и диаграммного аппарата 4 для регистрации результатов испытаний.

Нагружение и измерение сил осуществляется при помощи рычажного механизма с маятником.

Величина рабочего усилия при двух грузах на маятнике варьируется в пределах от 0 до 4000 кг; при одном грузе на маятнике – от 0 до 2000 кг.



Рисунок 3. 3- Испытательная машина ИМ-4А

При испытаниях используются следующие масштабы диаграмм:

по оси нагрузки – 5 кг в 1 мм в диапазоне от 0 до 2000 кг;

10 кг в 1 мм в диапазоне от 0 до 4000 кг;

по оси деформации – 0,01 мм в 1 мм.

Для испытания берется изображенный на рисунке 4 стандартный образец из малоуглеродистой стали с указанными размерными параметрами.

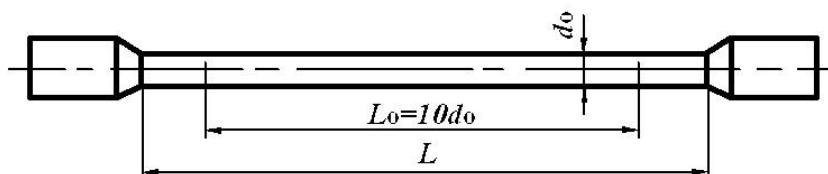


Рисунок 3.4- Размерные параметры образца для испытаний материала

На концах образца имеются головки для его закрепления в захватах машины. На образце наносят метки на расстоянии, примерно равном $0,5d_0$ от границ конических участков. Расстояние между метками называют расчетной длиной образца и обозначают l_0 . Расчетная длина образца принимается $l_0 = 10d_0$.

Порядок выполнения работы

1. На образец острым предметом наносят метки A и B . При помощи штангенциркуля измеряют расчетную длину l_0 и диаметр d_0 с точностью до 0,1 мм. Причем диаметр измеряют не менее чем в трех местах (в середине и по краям рабочей части образца), а затем определяют среднее значение d_0 , на основании которого вычисляют площадь поперечного сечения образца

$$A_0 = \pi d_0^2 / 4. \quad (3.17)$$

2. Образец вставляют в захваты машины таким образом, чтобы его головки вплотную соприкасались с захватами, но образец не был натянут. Устанавливают диаграммную ленту (миллиметровую бумагу) в записывающий аппарат. После этого включают машину и наблюдают за записью диаграммы и изменениями в образце. Для измерения конечной длины l_k расчетной части образца после разрыва обе части плотно складывают так, чтобы их оси образовали прямую линию. Измеряют наименьший диаметр d_k образца, т. е. диаметр в месте «шейки». Причем его измеряют в двух взаимно перпендикулярных направлениях и определяют среднее значение d_k . Затем вычисляют площадь поперечного сечения

$$A_k = \pi d_k^2 / 4. \quad (3.18)$$

3. После этого на машинной диаграмме проводят координатные оси F и Δl . В соответствии с рисунком 1 обозначают силы $F_{\text{пц}}$, F_T и F_{max} и по измеренным ординатам с учетом масштаба рассчитывают их величины.

4. По полученным силам и размерам образца определяют для испытанного материала характеристики прочности $\sigma_{\text{пц}}$, σ_T , σ_B , и характеристики пластичности δ и ψ , а также назначают допускаемое напряжение $[\sigma]$, приняв для примера $n_0 = 2,0$.

Требования к оформлению отчета

1. Цель эксперимента;
2. Эскиз образца до испытания и после разрушения;
3. Машинную диаграмму растяжения, построенную в масштабе, с указанием всех характерных точек и сил им, соответствующих;
4. Расчет характеристик прочности и пластичности;
5. Протокол испытаний;

Протокол испытаний:

1. Тип испытательной машины.
2. Масштаб сил mf , масштаб деформаций ml .
3. Начальные размеры образца: расчетная длина l_0 , диаметр d_0 , площадь поперечного сечения A_0 .

4. Конечные размеры образца: расчетная длина после разрыва l_k , диаметр в «шейке» после разрыва d_k , площадь поперечного сечения в «шейке» A_k .
 5. Силы, соответствующие основным характеристикам прочности, т. е. $F_{пц}$, F_T , F_{max} .
 6. Характеристики прочности $\sigma_{пц}$, σ_T , σ_B .
 7. Характеристики пластичности δ , ψ .
 8. Допускаемое напряжение при коэффициенте запаса $n_0 = 2,0$.
- б) Вывод.

Контрольные вопросы

1. Какую форму имеют образцы для испытания на растяжение?
2. Перечислите характеристики прочности и пластичности материала.
3. Дайте определение пределам пропорциональности, текучести и прочности.
4. Объясните, почему предел прочности является условной характеристикой.
5. Объясните, чем отличаются машинная, условная и истинная диаграммы деформирования.
6. Начертите машинную диаграмму растяжения образца пластичного материала, обозначьте и укажите названия ее характерных участков.
7. Укажите на соответствующей диаграмме отрезок, равный относительной остаточной деформации рабочей части образца после разрыва.
8. Объясните, чем принципиально отличаются диаграммы деформирования хрупкого и пластичного материалов.
9. Объясните, до какого значения силы рабочая часть пластичного образца деформируется равномерно по всей длине.
10. Дайте название силы, после достижения которой, на образце образуется местное сужение – «шейка».

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 4

Тема: Испытания на сжатие образцов из пластичных и хрупких материалов

Цель работы: изучение поведения пластичных и хрупких материалов при испытаниях на сжатие; определение характеристик прочности при сжатии; определение допускаемых напряжений при заданном коэффициенте запаса прочности.

Материально-техническое оснащение: Установка для испытания на сжатие, материал для испытания (чугун и латунь).

Теоретические сведения

Испытание металлов на сжатие производят в соответствии с ГОСТ 25.503–80. При этом используют цилиндрические образцы (рисунок 4.1, а) с начальным диаметром $d_0 = 10, 15, 20, 25, 30$ мм. Высота образца h_0 составляет $(1,5–2)d_0$.

Испытание древесины на сжатие производят в соответствии с ГОСТ 16483.10–73. При этом используют образцы в виде прямоугольного параллелепипеда (рисунок 4.1, б) квадратного поперечного сечения. Высота образца совпадает с продольным направлением волокон древесины.

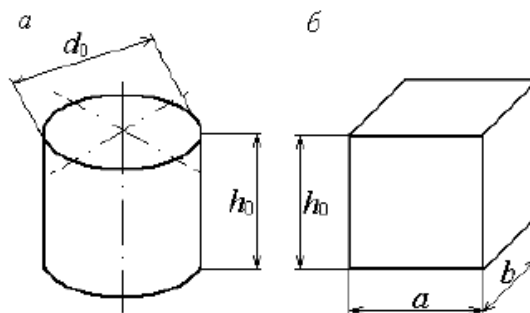


Рисунок 4.1 – Формы образцов пластичного и хрупкого

На машине ИМ-4А диаграмма сжатия записывается в левой системе координат. Сжимающая сила записывается в масштабе $m_f = 100$ Н/мм, абсолютная деформация – в масштабе $m_l = 100:1$.

На рисунке 4. 2 представлена характерная машинная диаграмма сжатия пластичного материала.

На начальном участке OA наблюдается прямо пропорциональная зависимость между абсолютным укорочением Δl и силой F , т. е. соблюдается закон Гука. Потом линия диаграммы искривляется и переходит в участок с небольшим наклоном к горизонтали – участок текучести. Обычно при сжатии явно выраженная площадка текучести отсутствует.

Образец из пластичного материала при сжатии укорачивается, а поперечные размеры его увеличиваются, особенно в средней части (рисунок 4. 2).

По торцам образца поперечные деформации затруднены из-за наличия сил трения в местах соприкосновения с плитами испытательной машины, поэтому при сжатии цилиндр приобретает форму бочонка (рисунок 4.2, б). При дальнейшем нагружении образец продолжает деформироваться, превращаясь в диск (рисунок 4.2, в), но разрушить его не удастся, поэтому наибольшую силу F_{\max} установить нельзя. Таким образом, при сжатии пластичного материала, в отличие от растяжения, нельзя определить временное сопротивление σ_B .

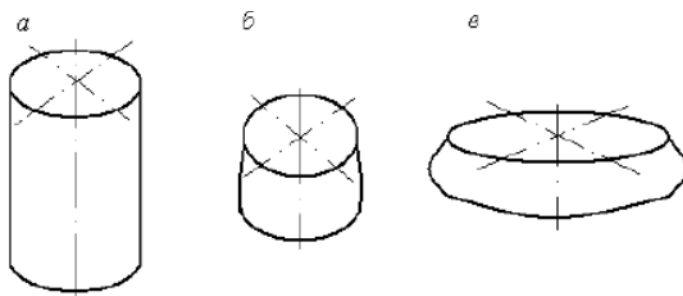


Рисунок 4.2 – Формы пластичного материала после испытания.

По машинной диаграмме сжатия пластичного материала (рисунок 4.3) определяют силу $F_{\text{пл}}$, т. е. наибольшую силу, до которой справедлив закон Гука, и силу F_T , соответствующую условному пределу текучести.

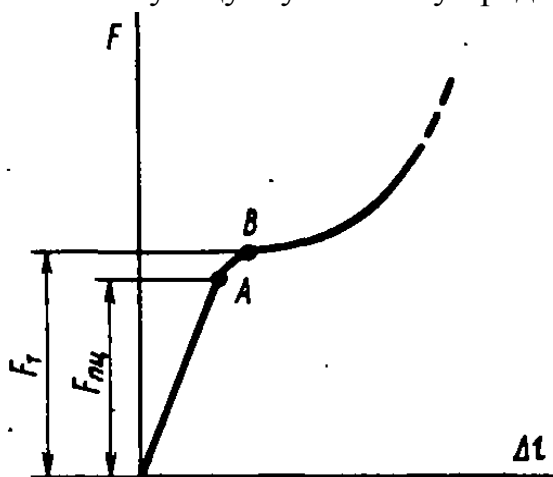


Рисунок 4.3 – Диаграмма на сжатие пластичного материала

Для определения силы F_T на горизонтальной оси откладывают отрезок $OK = 0,002h_0m_l$. Из точки K проводят прямую KB , параллельную прямолинейному начальному участку OA , до пересечения с линией диаграммы ($KB \parallel OA$). Ордината точки пересечения B соответствует усилию предела текучести F_T .

Таким образом, для пластичного материала при сжатии определяют только две характеристики прочности, т. е. предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = F_{\text{пц}} / A_0$ и предел текучести $\sigma_{\text{т}} = F_{\text{т}} / A_0$, где A_0 – площадь поперечного сечения образца до испытания.

Пределы текучести при растяжении и сжатии одного и того же пластичного материала практически не отличаются.

На (рисунке 4.4, а) показана машинная диаграмма сжатия хрупкого материала. До некоторой точки А наблюдается почти прямо пропорциональная зависимость между силой сопротивления образца и деформацией, т. е. можно считать, что на участке ОА справедлив закон Гука. Затем рост силы сопротивления образца замедляется, и после достижения максимума она резко падает и образец разрушается.

На (рисунке 4.4, б) показан характерный вид разрушения чугунного образца при сжатии. Разрушение происходит по сечению, наклоненному примерно под углом 45° к оси образца. Под этим углом при сжатии возникают наибольшие касательные напряжения, которые и являются причиной разрушения. При сжатии очень хрупких материалов, таких как керамика, при достижении силы F_{max} намечаются сдвиги под углом 45° по разным направлениям, и образец разрушается на множество частей. Следует отметить, что большинство хрупких материалов существенно лучше сопротивляются сжатию, чем растяжению.

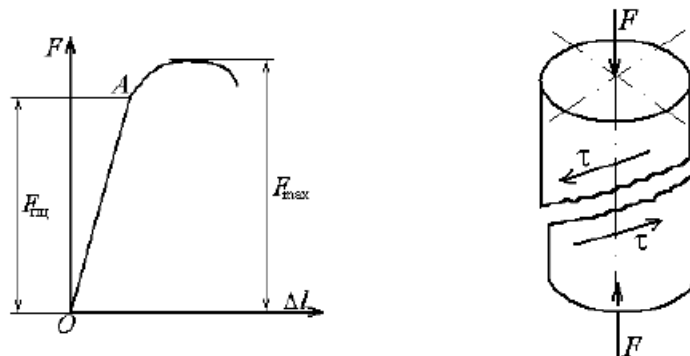


Рисунок 4.4 – Диаграмма и разрушение хрупкого материала

Как и при растяжении, при сжатии для пластичных материалов в качестве предельного (опасного) напряжения принимают предел текучести $\sigma_0 = \sigma_{\text{т}}$, а для хрупких материалов временное сопротивление $\sigma_0 = \sigma_{\text{в}}$. Для неоднородных материалов, например древесины, в качестве опасного принимают временное сопротивление, т. е. $\sigma_0 = \sigma_{\text{в}}$.

По опасному напряжению в дальнейшем определяют допускаемое напряжение $[\sigma] = \sigma_0 / n_0$, где n_0 – коэффициент запаса прочности.

Описание установки

Для выполнения работы на сжатие используется разрывная машина

Порядок выполнения работы

1. При помощи штангенциркуля измеряют диаметр d_0 и высоту h_0 металлических образцов. Для деревянного образца измеряют размеры поперечного сечения a и b и высоту h_0 . Замеры производят с точностью до 0,1 мм.

2. Вычисляют площадь поперечного сечения:

для цилиндрических образцов

$$A_0 = \pi d_0^2 / 4; \quad (4.1)$$

для призматического образца

$$A_0 = ab. \quad (4.2)$$

Образец устанавливают на нижнюю опорную плиту машины. Используя ускоренное перемещение нижней опоры, образец подводят до соприкосновения с верхней опорной плитой. Подготавливают к работе записывающий аппарат, задают рабочую скорость движения нижней плиты и деформируют (нагружают) образец. При испытаниях, особенно пластичных материалов, необходимо внимательно следить за шкалой силоизмерителя. Когда нагрузка приближается к предельной для данной испытательной машины, ее следует выключить. Пластичный материал при сжатии довести до разрушения невозможно, он прессуется в пластинку, но не разрушается. Поэтому опыт ограничивается предельной силой машины. При испытании хрупких материалов опыт прекращают, когда происходит разрушение образца. Вид образца после испытания следует зарисовать. По машинным диаграммам определяют необходимые силы, как это было показано выше, и вычисляют характеристики прочности. Испытание на сжатие иногда проводят без записи диаграммы. В этом случае предел пропорциональности не определяют. Для пластичных материалов определяют только предел текучести, а для хрупких – предел прочности. Силу, соответствующую пределу текучести F_T , для пластичных материалов можно достаточно точно определить, наблюдая за движением стрелки силоизмерителя. До появления текучести сила растет быстро, следовательно, стрелка силоизмерителя перемещается также быстро. При достижении текучести материала наблюдается кратковременная остановка стрелки или очень медленное ее перемещение, что дает возможность зафиксировать силу F_T и определить предел текучести:

$$\sigma_T = F_T / A_0. \quad (4.3)$$

Для определения предела прочности хрупких материалов и древесины при испытании на сжатие по шкале силоизмерителя фиксируют наибольшую

силу F_{\max} , которую выдержал образец. По этой силе определяют предел прочности:

$$\sigma_{\text{в}} = F_{\max} / A_0. \quad (4.5)$$

После проведения испытаний учащийся должен дать сравнительный анализ поведения при сжатии пластичных и хрупких материалов.

Требования к оформлению отчета

Отчет должен содержать:

1. цель эксперимента;
2. эскизы образцов до и после испытания;
3. диаграммы сжатия для всех испытанных материалов, построенные в масштабе, с указанием характерных точек и соответствующих им сил;
4. расчет характеристик прочности испытанных материалов;
5. описание характера разрушения каждого материала;
6. протокол испытаний для каждого испытанного материала.

Протокол испытаний

1. Тип испытательной машины.
2. Масштаб сил mf , масштаб деформаций ml .
3. Начальные размеры образца: высота h_0 , диаметр d_0 , площадь поперечного сечения A_0 .
4. Силы, соответствующие основным характеристикам прочности, $F_{\text{пц}}, F_{\text{т}}, F_{\text{мах}}$.
5. Характеристики прочности $\sigma_{\text{пц}}, \sigma_{\text{т}}, \sigma_{\text{в}}$.
6. Допускаемое напряжение, приняв для алюминия $n_0 = 2,5$; для чугуна $n_0 = 4$.

Контрольные вопросы

1. Назовите форму, которую имеют образцы для испытания на сжатие.
2. Перечислите механические характеристики пластичного материала, получаемые при испытаниях на сжатие.
3. Перечислите механические характеристики хрупкого материала, получаемые при испытаниях на сжатие.
4. Начертите машинную диаграмму сжатия образца пластичного материала, обозначьте и укажите название характерных усилий.
5. Какую механическую характеристику пластичного материала невозможно получить при испытании на сжатие?
6. Начертите машинную диаграмму сжатия образца хрупкого материала, обозначьте и укажите название характерных усилий.

7. Назовите, какие характерные особенности имеет разрушение образцов-хрупких материалов при сжатии.
8. Назовите, какие характерные особенности имеет разрушение образцов слоистых материалов при сжатии?
9. Назовите, какую форму приобретает образец пластичного материала при сжатии.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 5

Тема: Испытание стального образца на срез

Цель работы: определить предел прочности малоуглеродистой стали при срезе; назначить для нее допускаемое напряжение при срезе по заданному коэффициенту запаса n .

Материально-техническое оснащение: разрывная машина, штангенциркуль; микрометр.

Теоретические сведения

Во многих соединениях деталей машин скрепляющие элементы (заклепки, шпонки, болты, вставленные без зазора, винтовая резьба и т. д.) работают на срез. При назначении допускаемых напряжений для таких элементов необходимо исходить из результатов экспериментов, имитирующих их работу в соединении, т. е. при перерезывании. Это позволит определить опасное напряжение, а именно предел прочности при срезе $\tau_{\text{пч}}$.

При испытании металлических, например, стальных образцов цилиндрической формы используется специальное приспособление (рисунок 5.1), укрепляемое в захватах машины и позволяющее осуществить срез по двум плоскостям поперечного сечения.

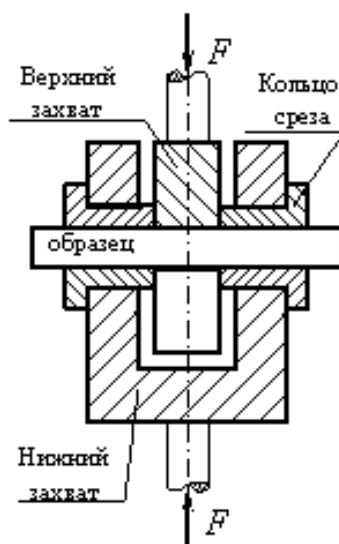


Рисунок 5.1 – Приспособление позволяющее производить испытания на срез

Стальной образец, вставленный в указанное приспособление, помещается между плитами испытательной машины и доводится до разрушения. Записывается диаграмма испытания и фиксируется разрушающая нагрузка.

Возможно испытание на срез и плоского образца, вырезанного из листового материала, например, дюралюминия (рисунок 5. 2). Образец укреп-

ляется в захватах машины и доводится до разрушения. В данном случае срез происходит по одной плоскости – по площадке с площадью ab .

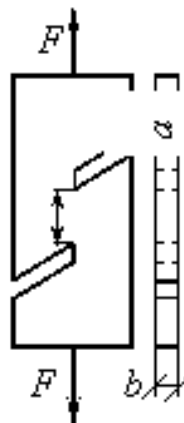


Рисунок 5. 2- Срез пластины

Описание установки

Для выполнения работы на срез используется испытательная разрывная машина

Порядок выполнения работы

Замеряют штангенциркулем диаметр образца с точностью до 0,1 мм. Помещают его в приспособление, которое устанавливают на нижнюю опорную плиту машины для испытаний на сжатие. Путем ускоренного перемещения нижней опоры подводят приспособление до соприкосновения с верхней опорной плитой. После этого проводят испытание, следя за стрелкой силоизмерителя, и фиксируют силу F_{\max} , при которой происходит срез. Рассчитывают площадь поперечного сечения образца:

$$A = \pi d_0^2 / 4. \quad (5.1)$$

Площадь среза будет равна удвоенной площади поперечного сечения образца, т. к. срез проходит по двум плоскостям:

$$A_{\text{ср}} = 2A. \quad (5.2)$$

Предел прочности при срезе определяют по формуле

$$\tau_{\text{пч}} = F_{\max} / A_{\text{ср}}. \quad (5.3)$$

Пластичные материалы обычно лучше сопротивляются действию нормальных напряжений (растяжение), чем касательных (срез). Поэтому предел прочности при срезе будет меньше, чем при растяжении, если оба испытания проводились на образцах из одного и того же материала.

По пределу прочности на срез назначают допускаемое напряжение на срез

$$[\tau] = \tau_{\text{пч}} / n_0, \quad (5.4)$$

где n_0 – коэффициент запаса прочности.

Требования к оформлению отчета

1. Цель эксперимента;
2. Эскиз образца до испытания и после разрушения;
3. Эскиз приспособления для испытаний на срез;
4. Описание характера разрушения образца при срезе;
5. Вычисление предела прочности при срезе;
6. Определение допускаемого напряжения при срезе (в качестве примера принять $n_0 = 2,5$);
7. Протокол испытаний.

Протокол испытаний

1. Тип испытательной машины.
 2. Цена деления шкалы силоизмерителя.
 3. Диаметр образца d_0 .
 4. Площадь среза $A_{ср}$.
 5. Наибольшая сила F_{max} .
 6. Предел прочности при срезе $\tau_{пч}$.
 7. Допускаемое напряжение на срез $[\tau]$.
- 8) Вывод

Контрольные вопросы

1. Начертите эскиз образца и укажите, где приложены срезающие усилия.
2. Определите характеристику материала при испытании образцов на срез.
3. Используйте эскиз образца, покажите сечения, где происходит срез.
4. Запишите, рассчитывают предел прочности при срезе.
5. Приведите примеры соединений, которые рассчитывают на срез.
6. Объясните, почему допускаемое напряжение на срез меньше допускаемого напряжения на растяжение.
7. Чем объясняется искривление образца при срезе?

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 6

Тема: Определение модуля сдвига при кручении стержня круглого поперечного сечения.

Цель работы: проверка справедливости закона Гука при кручении и определение величины модуля сдвига.

Материально-техническое оснащение: установка для испытания на кручение

Теоретические сведения

Деформация кручения имеет место при нагружении бруса парами сил, образующих вращающий момент T в плоскостях, перпендикулярных его продольной оси.

В поперечных сечениях бруса при кручении возникает только один внутренний фактор – крутящий момент $M_k = T$ (рисунок 6.1).

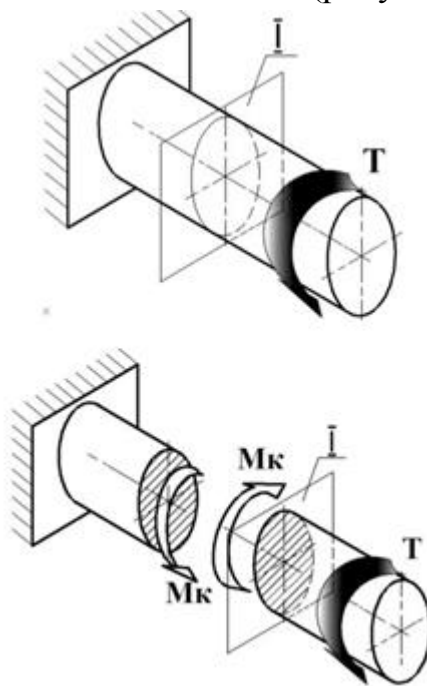


Рисунок 6.1- Сечение бруса при кручении

Круглый стальной стержень, имеющий длину l и диаметр d , испытывает деформацию кручения под действием вращающего момента T в плоскостях поперечных сечений (рисунок 6.2). При этом сечения стержня поворачиваются на относительный угол закручивания φ . Внутренним фактором при этом является крутящий момент M_k , равный приложенному вращающему моменту T .

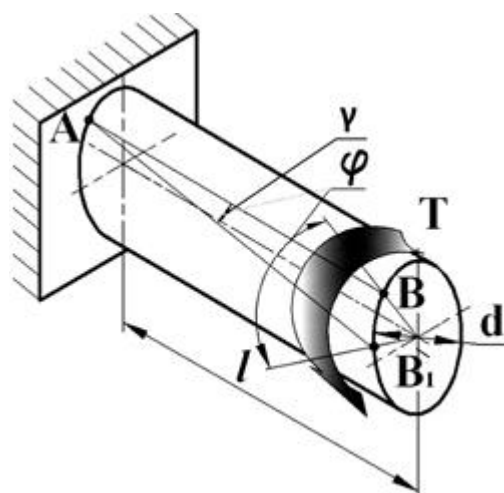


Рисунок 6.2- Круглый стальной стержень

Величину модуля упругости при сдвиге, как одну из основных характеристик упругих свойств материала, наиболее удобно определять из выражения

$$\varphi = \frac{M_{\kappa} l}{G J_p} \quad (6.1)$$

где φ – угол закручивания; M_{κ} – крутящий момент; l – расчётная длина; G – модуль сдвига; J_p – полярный момент инерции сечения. Для круглого вала:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad (6.2)$$

При проведении испытаний величина вращающего момента T , расчётная длина образца и его диаметр являются заданными величинами. Измерив наблюдаемую при испытании деформацию образца – угол закручивания φ , легко определить модуль сдвига.

Расчётные формулы при кручении

Условие прочности

$$\tau = \frac{M_{\kappa}}{W_p} \leq [\tau] \quad (6.3)$$

где τ – напряжение при кручении;

$[\tau]$ – допускаемое напряжение при кручении: $[\tau] = 20\text{--}35$ МПа (для сталей);

W_p – полярный момент сопротивления. Для круглого вала:

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16} \quad (6.4)$$

На основании данной формулы выполняются три вида расчётов.

Проверочный расчет

$$\tau \leq [\tau] \quad (6.5)$$

Проектный расчет (подбор сечения)

$$W_P = \frac{M_K}{[\tau]}; \quad d = \sqrt[3]{\frac{16M_K}{\pi[\tau]}}. \quad (6.6)$$

Определение допускаемого крутящего момента

$$[M_K] = W_P [\tau]. \quad (6.7)$$

Условие жесткости

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_K}{GJ_P} \leq [\theta] \quad (6.8)$$

где θ – относительный угол закручивания, рад/м; $[\theta]$ – допускаемый угол закручивания, рад/м.

Если вычислить относительный угол закручивания в градусах на 1 м длины вала, то

$$\theta^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{M_K}{GJ_P} \leq [\theta^\circ] \quad (6.9)$$

С помощью формулы условия жёсткости (6.8) решаются три типа задач, аналогичные задачам при расчетах на прочность.

Проверочный расчет

$$\theta \leq [\theta]. \quad (6.10)$$

Проектный расчет (подбор сечения)

$$J_P \geq \frac{M_K}{G[\theta]}, \quad \text{т. е.} \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32M_K}{\pi G[\theta]}} \quad (6.11)$$

Из двух значений диаметра, определенных по условиям прочности и жесткости, должно быть принято большее.

Определение допускаемого крутящего момента

$$[M_k] = GJ_p [\theta] \quad (6.12)$$

Описание установки

Принципиальная схема и общий вид установки показаны на рисунке 6.3 и 6.4. Образец 1, подвергаемый испытанию на кручение, одним концом закреплён в опоре 2, а другим установлен в подшипнике опоры 3. Свободный конец образца жестко соединён со стержнем 4, по которому перемещается груз 6, создающий вращающий момент T .

С изменением расстояния l_0 изменяется и величина момента T .

Расчётная длина l_0 ограничена сечениями I и II. В этих сечениях при помощи винтов жестко укреплены трубки 5 длиной L , которые, следуя за деформацией образца, поворачиваются. При этом концы трубок перемещаются на величины ΔA_1 и ΔA_2 , которые измеряются при помощи стрелочного индикатора.

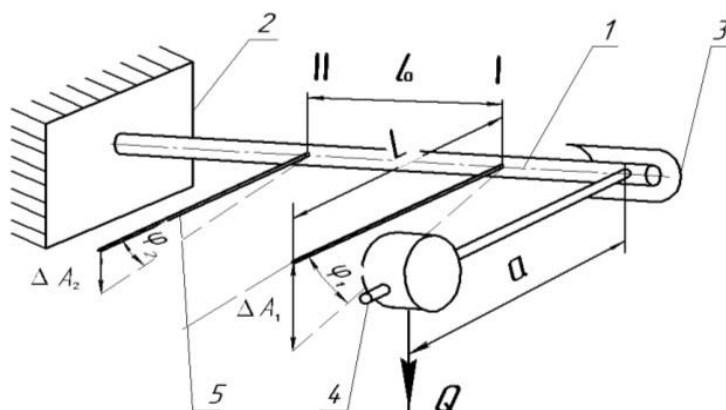


Рисунок 6. 3- Схема лабораторной установки

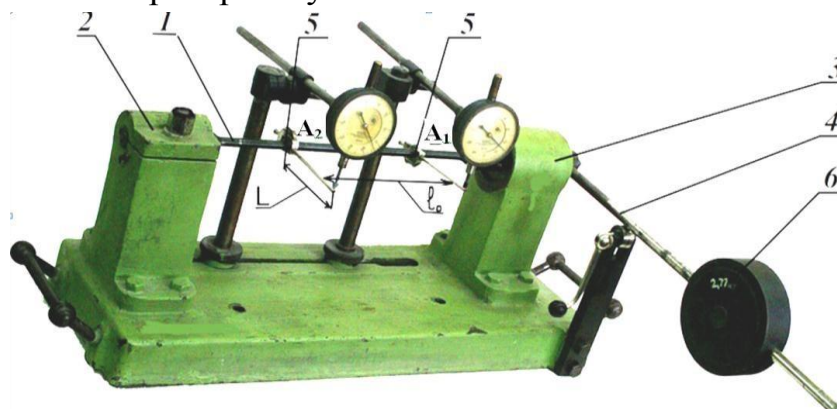


Рисунок 6. 4- Лабораторная установка:

1 – образец (круглый стальной стержень); 2 – жесткая опора; 3 – опора подшипника; 4 – рычаг; 5 – трубка; 6 – груз

Углы закручивания в сечениях I и II

$$\varphi_1 \cong \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\Delta A_1}{L}; \quad \varphi_2 \cong \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\Delta A_2}{L} \quad (6.13)$$

Угол закручивания на длине l_0 , т. е. угол поворота первого сечения относительно второго:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (6.14)$$

Проведение испытаний

В качестве испытуемого образца принят стальной цилиндрический вал круглого поперечного сечения, имеющий диаметр $d = 10$ мм и расчётную длину $l_a = 150$ мм (см. рисунок 3, поз. 1).

Для проведения эксперимента прикладывается вращающий момент. Для этого груз Q устанавливается на соответствующее деление рычага 4. При приложении вращающего момента по индикаторам делаются отсчёты перемещений A_1 и A_2 . Далее вращающему моменту даётся приращение, для чего груз перемещается на следующее деление рычага 4, и снова снимаются отсчёты по обоим индикаторам. Таким образом, производится последовательное нагружение образца.

Обработка результатов испытания

После записи показаний индикаторов подсчитываются приращения ΔA_1 и ΔA_2 как разности последующего и предыдущего отсчётов.

Затем вычисляется разность их приращения

$$\Delta_1 = \Delta A_1 - \Delta A_2 \quad (6.15)$$

для каждой ступени нагружения и, наконец, среднее опытное значение:

$$\Delta_{\text{ср}} = \frac{\sum \Delta_i}{n} \quad (6.16)$$

где n – число ступеней нагружений.

Среднее значение угла закручивания по длине l_0 от действия вращающего момента вычисляется по формуле

$$\varphi = \frac{\Delta A_{\text{ср}}}{L} \quad (6.17)$$

Окончательно величина модуля сдвига подсчитывается по следующей формуле:

$$G_0 = \frac{\Delta M_k l_0}{\phi J_p} \quad (6.18)$$

Значение модуля может быть также подсчитано по теоретической формуле

$$G_T = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (6.19)$$

где E – модуль продольной упругости; μ – коэффициент Пуассона. Для стального стержня принято: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$.

Экспериментальные значения модуля сдвига следует сравнить со значением, вычисленным по теоретической формуле.

По данным таблицы результатов испытания строится диаграмма кручения (рисунок 6. 4) – график, связывающий величины M_k и ϕ (ϕ – величина деформации). По оси абсцисс откладываются значения ϕ с нарастающим итогом.

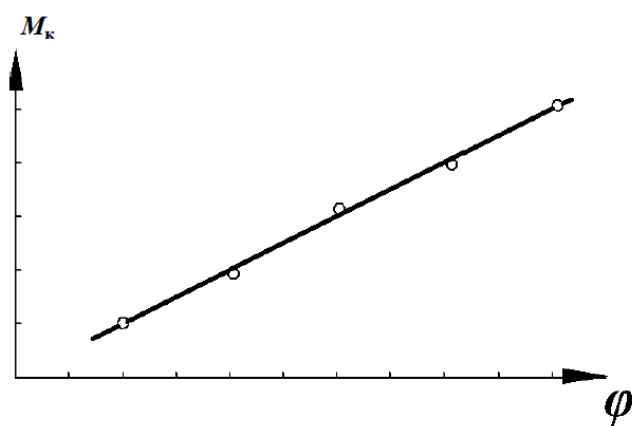


Рисунок 6.4- Диаграмма кручения

При тщательном проведении испытаний характер зависимости между крутящим моментом и деформацией будет линейным, что является иллюстрацией закона Гука при кручении.

Порядок выполнения работы

1. При заданных размерах сечения образца (таблица 6.1) определить его полярный момент инерции и момент сопротивления.

Таблица 6.1- Таблица исходных данных

d	l_0	J_p	L

2. Закрепить индикаторы на теле вала 1, настроив их в нулевое положение при отсутствии груза на подвеске.

3. Нагружать образец ступенчато, перемещая груз 6 по рычагу 4.

4. На каждой ступени нагружения образца моментом ΔM_k снимать показания индикаторов ΔA_1 и ΔA_2 и на основании формулы (6.2) вычислить приращение угла закручивания $\Delta \varphi$, используя среднее значение. В результате получить опытную зависимость между углом закручивания φ образца и крутящим моментом M_k . Показания внести в таблицу (таблицу 6.2).

Таблица 6.2 - Результаты испытаний

№ п/п	Вращающий момент		Показания индикатора, мм				Значения углов закручивания			Модуль сдвига
	M_k	ΔM_k	A_1	ΔA_1	A_2	ΔA_2	φ_1	φ_2	$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$	G_0

5. Определить среднеарифметическую величину приращения $\Delta \varphi_{cp}$ на всех ступенях нагружения и по формуле (6.18) найти опытное значение модуля сдвига G_0 .

6. По формуле (6.19) вычислить теоретическое значение модуля сдвига. Определить погрешность испытаний.

7. По данным таблицы построить график зависимости углов закручивания φ от крутящего момента M_k (см. рисунок 6.4).

8. Оформить отчет о работе.

Требования к оформлению отчета

Отчет должен содержать:

1. Цель эксперимента;
2. Схему установки
3. Исходные данные

4. Результаты испытаний;
5. Расчетные данные
6. График зависимости углов закручивания φ от крутящего момента M_k
7. Вывод

Контрольные вопросы

1. Скажите, при каком виде нагружения возникает деформация кручения.
2. Запишите закон Гука при кручении.
3. Объясните, что представляет собой модуль сдвига G , какова его взаимосвязь с модулем упругости первого рода E и коэффициентом поперечной деформации.
4. Определите полярный момент инерции J_p и полярный момент сопротивления W_p для кольцевого сечения стержня.
5. Запишите выражение для определения касательных напряжений при кручении.
6. Объясните, что такое угол закручивания и как определяют его расчётную величину.
7. Перечислите детали машин и механизмов работающие на кручение.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 7

Тема: Определение критической силы сжатого стержня

Цель работы: определение устойчивости элементов механических конструкций при центральном осевом сжатии.

Материально-техническое оснащение: установка для испытания

Теоретические сведения

Под устойчивостью понимается способность элемента конструкции сохранять исходную форму равновесия под действием приложенной к нему внешней нагрузки. В процессе нагружения осевая сжимающая сила может достичь такого значения, при котором прямолинейная форма равновесия оказывается неустойчивой, продольная ось элемента искривляется и возникает новая форма устойчивого равновесия – криволинейная. Работоспособность конструкции при этом нарушается. Наиболее часто данной нагрузке подвергаются стержневые элементы конструкций (стойки, колонны и т. п.).

Осевая сжимаемая сила, соответствующая переходу элемента из одной формы равновесия в другую, носит название критической $F_{кр}$. Значение критической силы вычисляется по формуле Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} \quad (7.1)$$

где E – модуль продольной упругости при центральном сжатии ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа);

I_{\min} – минимальное значение осевого момента инерции его поперечного сечения;

μ – коэффициент приведенной длины стержня, значение которого определяется способом крепления элемента (рисунок 1);

l – длина стержня.

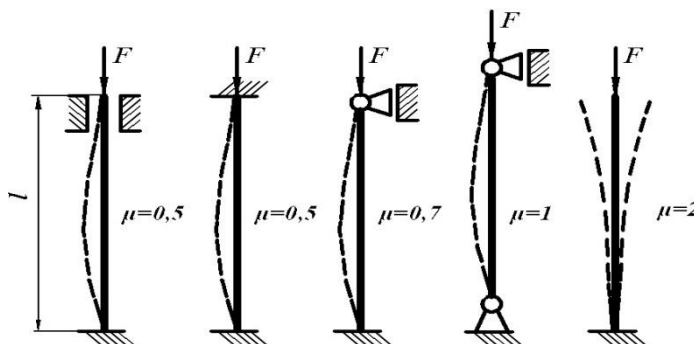


Рисунок 7.1- Значения коэффициентов приведенной длины при различных способах крепления стержня

Напряжение, возникающее в поперечном сечении под действием критической силы, называется критическим напряжением $G_{кр}$. Его значение определяется по формуле

$$G_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (7.2)$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$$

где i_{\min} – гибкость элемента, характеризующая его способность сопротивляться искривлению оси в зависимости от размеров и характера крепления;

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} \text{ – радиус инерции поперечного сечения;}$$

A – площадь поперечного сечения элемента.

Формула Эйлера справедлива в области упругой работы элемента, когда критическое напряжение не превышает предела пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$ материала. Из этого условия находится предельное значение гибкости (для материала элемента)

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}} \quad (7.4)$$

Это значение является константой для конкретного материала (таблица 7.1).

Таблица 7.1 - Значения коэффициентов a , b , λ_0

Материал элемента	Значение коэффициента		
	λ_0	a , МПа	b , МПа
Сталь Ст. 3	100	310	1,14
Сталь Ст. 5	90	342	1,39
Сталь 20	95	328	1,15
Сталь 45	85	449	1,67
Дерево (сосна, ель)	75	28,8	0,19

Анализ зависимостей критического напряжения от гибкости стержней из различных конструкционных материалов показал, что расчеты на устойчивость могут быть подразделены на три вида:

- при значении гибкости $\lambda > \lambda_0$ для расчета критической силы и критического напряжения используются формулы (7.1) и (7.2) соответственно;

- стержни малой гибкости при $\lambda < \lambda_0$ рассчитываются не на устойчивость, а на прочность при простом сжатии;

- когда значение λ находится в диапазоне $50 \leq \lambda \leq \lambda_0$, расчет критического напряжения производится по эмпирической формуле Ясинского:

$$G_{кр} = a - b\lambda, \quad (7.4)$$

где a и b – экспериментальные значения коэффициентов, полученные опытным путем для различных материалов (см. таблицу 7.1).

На практике при оценке устойчивости используют практический метод расчета, условие устойчивости для которого имеет вид

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi[\sigma]_{сж} \quad (7.5)$$

где φ – коэффициент продольного изгиба, зависящий от размеров и формы поперечного сечения элемента;

$[\sigma]_{сж}$ – допускаемое напряжение на сжатие.

Значения коэффициента φ в зависимости от материала и гибкости элемента λ приведены в таблице 7.2.

Таблица 7.2 -Значения коэффициента продольного изгиба φ

Гибкость λ	Значения коэффициента φ для материала элемента			
	Сталь Ст 3	Сталь 45	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,97	0,96	0,91	0,97
30	0,95	0,93	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,80	0,44	0,71
70	0,81	0,74	0,34	0,61
80	0,75	0,67	0,26	0,43
90	0,69	0,59	0,20	0,38
100	0,60	0,50	0,31	–
110	0,52	0,43	–	0,25
120	0,45	0,37	–	0,22
130	0,40	0,32	–	–

При расчетах на устойчивость возникают три вида задач:

- проверочный расчет;
- проектный расчет, заключающийся в выборе формы и размеров элемента конструкции;
- определение допускаемой нагрузки.

Проверочный расчет заключается в проверке выполнения условия

$$n_y = \frac{F_{кр}}{F} \geq [n]_y \quad (7.6)$$

где F – фактическое значение осевой сжимающей силы;

$[n]_y$ – заданный нормативный коэффициент запаса устойчивости (для стали $[n]_y = 1,8-3,0$; для чугуна $[n]_y = 5-5,5$).

При проектном расчете определение требуемых размеров поперечного сечения производится с помощью выражения

$$A = \frac{F}{\varphi[\sigma]_{сж}} \quad (7.7)$$

Выбор сечения проводится методом последовательных приближений (подбора). Задаются некоторым ориентировочным значением φ и для этого значения определяют площадь, момент и радиус инерции поперечного сечения, а затем рассчитывают гибкость элемента λ . На основании значений λ по таблице 7.2 определяют новое значение коэффициента φ и по формуле (7.5) рассчитывают напряжение σ . Во втором приближении изменяют размеры поперечного сечения и повторяют расчет. Подбор продолжается до тех пор, пока разница между σ и $[\sigma]$ составит не более 5 %.

Определение допускаемой нагрузки $[F]$ производится на основании заданного нормативного коэффициента запаса устойчивости $[n]_y$ по выражению:

$$[F] = \frac{F_{кр}}{[n]_y} \quad (7.8)$$

либо на основании коэффициента продольного изгиба φ , определяемого по таблице 7.2 в зависимости от материала и гибкости элемента конструкции:

$$[F] = \varphi[\sigma]_{сж} A. \quad (7.9)$$

Описание установки.

Схема установки для экспериментального определения критической силы при продольном изгибе приведена на рисунке 7.2.



Рисунок 7.2- Лабораторная установка:

1 – исследуемый стержень; 2 – корпус; 3 – верхняя неподвижная опора;
4 – нижняя подвижная опора; 5 – маховик; 6 – винты ограничительные;
7 – шкала измерительная

Исследуется элемент конструкции 1, выполненный в виде стержня с прямоугольным сечением $b \times h = 2,5 \times 35$ мм длиной $l = 500$ мм из стали марки 65 Г, размещенный в корпусе установки 2 между верхней неподвижной 3 и нижней шарнирно-неподвижной 4 опорами. При вращении маховика образец 1 нагружается осевой сжимающей силой. Величина осевой силы, прилагаемой к образцу, определяется с помощью тарированной пружины, снабженной шкалой 7. Ограничение величины прогиба образца после достижения критической силы, прилагаемой к стержню, осуществляется винтами 6, установленными в корпусе 2 установки.

Исходные данные записываются в таблицу (таблица 7.3).

Таблица 7.3- Исходные данные для расчета

b, мм	h, мм	l, мм	E, МПа	μ	I_{\min} , мм ⁴	F _{кр} , Н

Порядок выполнения работы

Экспериментальное определение критической силы $F_{кр}^э$ при центральном осевом сжатии производится в следующей последовательности.

Медленным вращением маховика 5 производится плавное нагружение испытываемого образца осевой сжимающей силой. В момент резкого возрастания прогиба стержня нагружение прекращается и фиксируется число делений шкалы 7 под указателем.

Вращением маховика 5 в противоположную сторону стержень разгружается. Последовательно производятся четыре-пять повторных нагружений образца. При каждом нагружении снимается соответствующее число делений n со шкалы 7 тарированной пружины.

Для каждого опыта определяется соответствующее перемещение Δl_i тарированной пружины:

$$\Delta l_i = \Delta_{ш} n_i \quad (7.10)$$

где $\Delta_{ш} = 0,1$ мм – цена деления шкалы.

По тарировочному графику пружины, приведенному на рисунке 7.3, для каждого опыта определяется экспериментальное значение критической силы $F_{кри}^э$.

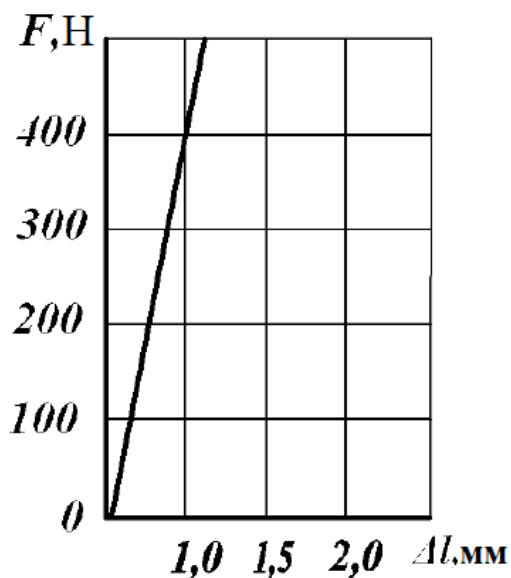


Рисунок 7.3- Тарировочный график пружины

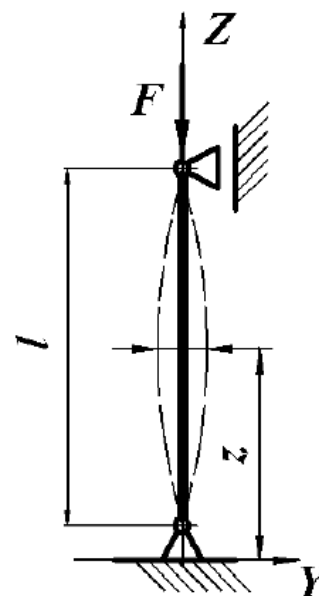


Рисунок 7.4- Расчетная схема

Зафиксированные показания в каждом опыте и полученные значения Δl_i и $F_{кри}^э$ заносятся в таблице 7.4 результатов.

За фактическое значение критической силы $F_{кр}^э$ принимается ее среднее арифметическое значение в отдельных опытах:

$$F_{кр}^э = \frac{\sum_{i=1}^N F_{кр}^э}{N} \quad (7.11)$$

где N – число повторных опытов.

Для расчетной схемы, приведенной на рисунке 7.4, аналитическим путем по зависимости (7.1) определяется теоретическое значение критической силы $F_{кр}^T$. Результаты расчетов сводятся в таблицу 7.4.

Таблица 7.4 - Результаты экспериментов

№ опыта	Число делений шкалы n	Перемещение тарированной пружины Δl_i , мм	Значение критической силы $F_{кр}^э$, Н

Расхождение между экспериментальным (фактическим) и расчетным значениями критической силы

$$\Delta F = \frac{|F_{кр}^э - F_{кр}^T|}{F_{кр}^э} \cdot 100 \% \quad (7.12)$$

Требования к оформлению отчета

Отчет должен содержать:

1. Цель эксперимента;
2. Исходные данные
3. Результаты испытаний;
4. Расчетные данные
5. Вывод

Контрольные вопросы

1. Объясните, суть явления потери устойчивости элемента конструкции при центральным осевом сжатии.
2. Понятие критической силы, формула Эйлера для ее расчета.
3. Назовите, ограничения при использовании формулы Эйлера.
4. Объясните, что понимается под гибкостью стержня.
5. Объясните, влияние способа закрепления элемента конструкции на его устойчивость.

6. Объясните, изменение величины критической силы стержня круглого сечения при уменьшении его диаметра в два раза.
7. Назовите, значение коэффициента приведенной длины стержня для различных схем его крепления.
8. Назовите, условия применения эмпирической и практической формул при расчетах на устойчивость.
9. Объясните, суть проектного расчета при расчетах на устойчивость.
10. Объясните, суть метода последовательных приближений при проведении проектного расчета на устойчивость.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 8

Тема: Изучение конструкции зубчатого редуктора и определение параметров зацепления

Цель работы:

Изучение конструкции цилиндрического двухступенчатого зубчатого редуктора. Составление эскиза редуктора, его кинематической схемы, расчетной схемы вала и чертежа одного вала.

Материально-техническое оснащение: Редуктор цилиндрический, штангенциркуль, металлическая линейка.

Теоретические сведения

Редуктором называется закрытая зубчатая передача, предназначенная для понижения угловой скорости ведомого вала по сравнению с ведущим. Уменьшение угловой скорости сопровождается увеличением вращающего момента на ведомом валу. Для редуктора значения передаточного отношения и передаточного числа совпадают. На схемах редукторов (рисунок 8.1,а) валы обозначаются римскими цифрами – быстроходный (ведущий, входной) вал, к которому присоединяется вал двигателя, цифрой *I*, а – тихоходный (ведомый, выходной) вал цифрой *II*.

Редукторы бывают одно- и многоступенчатые. Передаточное число многоступенчатого редуктора равно произведению передаточных чисел отдельных ступеней.

$$u = u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots \dots \cdot u_n \quad (8.1)$$

Передаточное число редуктора с одной ступенью в виде цилиндрической пары колес (рисунок 8.1а) обычно не превышает $u_{max} = 12,5$. Для конических косозубых передач (рисунок 8.1, б) $u_{max} = (5-6)$. Двухступенчатые редукторы (рисунок 8.1в, з, д) имеют большие передаточные числа, но не выше $u_{max} = 63$. При u более 63 редукторы делают трехступенчатыми.

Двухступенчатые редукторы выполняют по развернутой схеме (рисунок 8.1в, д). Если оси входного и выходного валов совпадают, образуя одну линию, то такие редукторы называются соосными (рисунок 8.1,г). Их преимущество – меньшая длина, чем по схеме, представленной на рисунке 8.1,в. Несимметричное расположение зубчатых колес относительно опор (рисунок 8.1,в) приводит к неравномерному распределению передаваемой силы по длине зуба. В схеме с раздвоенной первой ступенью (рисунок 8.1,д) более нагруженная тихоходная ступень расположена относительно опор симметрично, что благоприятно сказывается на ее работе.

Для передачи больших крутящих моментов и исключения осевых нагрузок параллельно работающие пары колес быстроходной ступени делают косозубыми с противоположными углами наклона зубьев, а колеса тихоходной ступени делают шевронными. Устройство опор в этом случае должно позволять некоторое осевое смещение одного из валов.

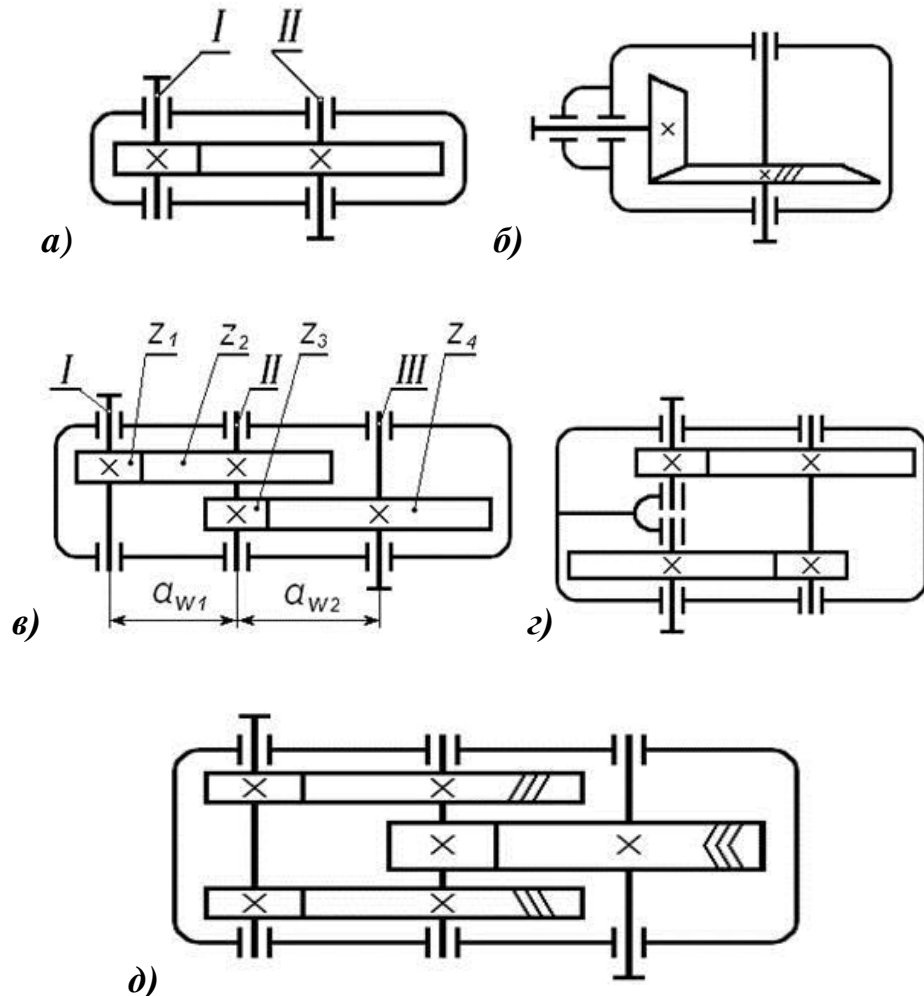


Рисунок 8.1 – Схемы зубчатых редукторов

Описание редуктора.

На рисунке 8.2 изображен зубчатый цилиндрический двухступенчатый редуктор, выполненный по развернутой схеме и имеющий горизонтальную плоскость разъема корпуса.

Смотровые крышки предназначены для текущего контроля состояния рабочих поверхностей зубьев шестерен и колес (без демонтажа всего редуктора): достаточно снять смотровые крышки, повернуть валы и осмотреть состояние боковых поверхностей зубьев. Размеры и расположение смотрового люка должны обеспечивать качественный контроль зубьев всех колес передач редуктора. маслоуказатель предна-

значен для контроля уровня масла в картере редуктора, а сливная пробка – для слива отработанного масла.

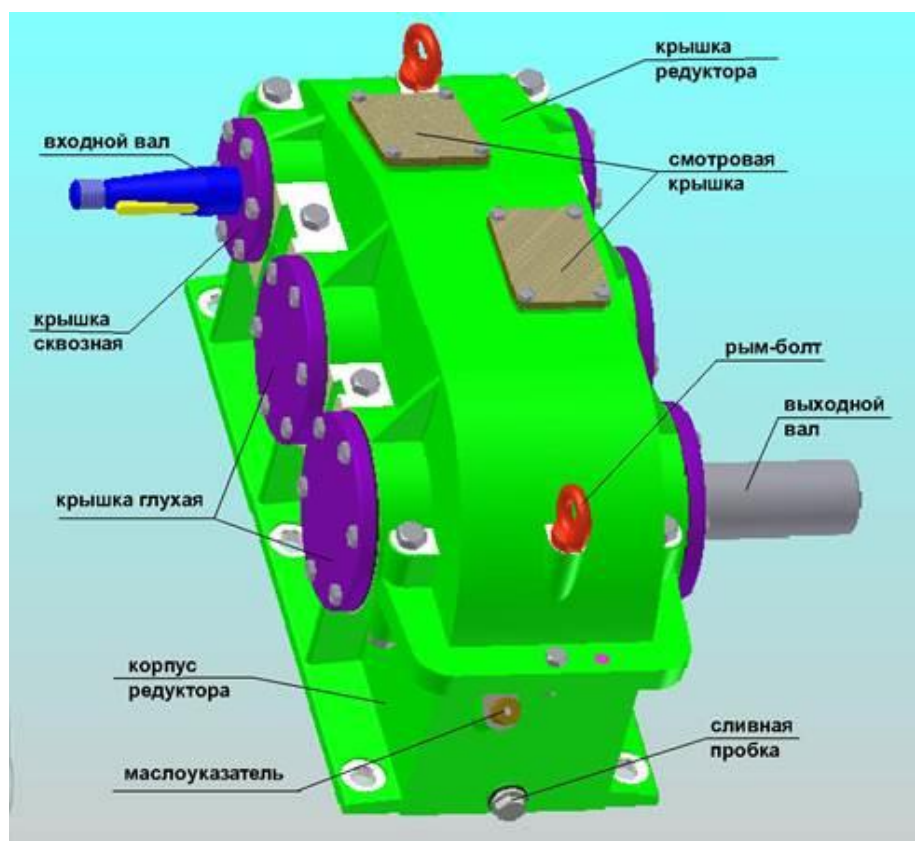


Рисунок 8.2- Редуктор зубчатый цилиндрический двухступенчатый

Редуктор зубчатый цилиндрический двухступенчатый без крышки показан на рисунке 8.3. На рисунке 8.3 обозначено: 1– болты крепления крышки и корпуса редуктора, расположенные по поясу корпусных деталей; 2 – болты для соединения корпуса и крышки редуктора, установленные в бобышки (приливы у подшипниковых узлов).

По поясу корпусных деталей редуктора также установлены два штифта 3. Они предназначены для относительного центрирования крышки и корпуса редуктора на стадии их совместной механической обработки (расточка отверстий под подшипники, сверление отверстий под крепеж), а также – на стадии сборки редуктора.

Первую ступень редуктора называют быстроходной. Она передает нагрузки, энергию и вращение от входного вала к промежуточному валу. Вторую ступень редуктора называют тихоходной. Она передает нагрузки, энергию и вращение от промежуточного вала к тихоходному валу. Входной вал редуктора присоединяют к валу электродвигателя упругой муфтой, и он вращается с той же частотой, что и вал электродвигателя. частота вращения

от входного вала к выходному уменьшается дважды: первый раз в передаточное число быстроходной ступени редуктора, а второй раз – в передаточное число тихоходной ступени редуктора. Именно поэтому редуктор называют двухступенчатым.

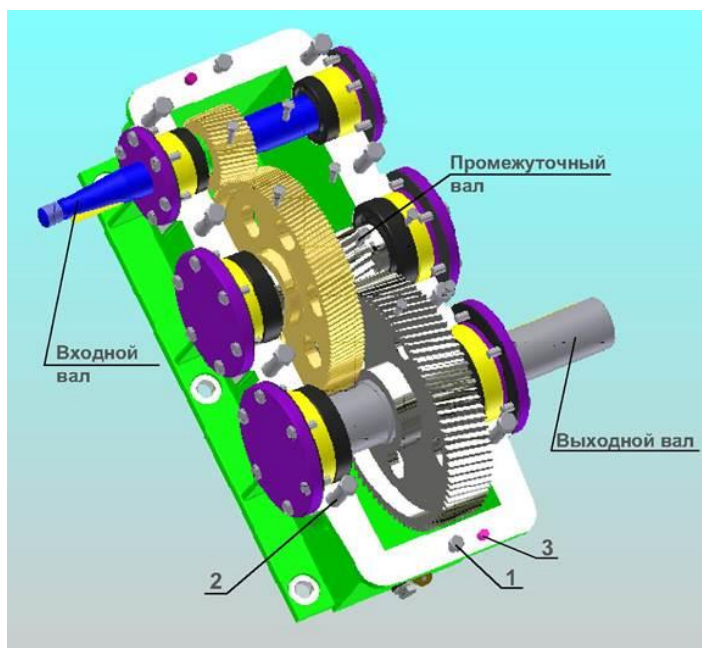


Рисунок 8.3- Редуктор зубчатый цилиндрический двухступенчатый без крышки

Порядок выполнения работы

1. Разобрать редуктор, вынув валы с зубчатыми колёсами и подшипниками. Обратить внимание на способ крепления колёс и подшипников на валах и их регулировку.
2. Ознакомиться с конструктивным исполнением деталей редуктора и уяснить назначение каждой из них.
3. Составить кинематическую схему редуктора с нумерацией зубчатых колес.
4. Определить число ступеней редуктора.
5. Подсчитать числа зубьев колёс z_1, z_2, z_3, z_4 .
6. Замерить межосевое расстояние ступеней a_{w1}, a_{w2}
7. Определить передаточные числа

$$\text{первой ступени } u_1 = \frac{z_2}{z_1}, \quad (8.2)$$

$$\text{второй ступени } u_2 = \frac{z_4}{z_3}, \quad (8.3)$$

общее передаточное число редуктора $u = u_1 \cdot u_2$

8. Замерять ширину венцов зубчатых колес b и диаметры окружностей вершин колес, определить направление линии зубьев колес.
9. Определить окружной модуль зубчатых колес

$$\text{первой ступени } m_{t1} = \frac{2a_{w1}}{(z_1 + z_2)} \quad (8.4)$$

$$\text{второй ступени } m_{t2} = \frac{2a_{w2}}{(z_3 + z_4)} \quad (8.5)$$

10. Определить угол наклона зубьев

$$\beta = \arccos \frac{m_t(z_1 + z_2)}{2a_w} \quad (8.6)$$

11. Определить нормальный модуль зубчатых колес

$$\text{первой ступени } m_{n1} = m_{t1} \cdot \cos \beta \quad (8.7)$$

$$\text{второй ступени } m_{n2} = m_{t2} \cdot \cos \beta \quad (8.8)$$

12. Определяем делительный диаметр колес

$$d = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta} \quad (8.9)$$

14. Уточняем межосевое расстояние

$$\text{первой ступени } a_{w1} = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (8.10)$$

$$\text{второй ступени } a_{w2} = \frac{d_3 + d_4}{2} \quad (8.11)$$

14. Определяем диаметры впадин

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m_{n1}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m_{n1} \quad (8.12)$$

$$d_{f3} = d_3 - 2,5m_{n2}$$

$$d_{f4} = d_4 - 2,5m_{n2}$$

15. Уточнить диаметры вершин

$$d_{a1} = d_1 + 2m_{n1}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m_{n1} \quad (8.13)$$

$$d_{a3} = d_3 + 2m_{n2}$$

$$d_{a4} = d_4 + 2m_2$$

16. Определяем коэффициент ширины по отношению к межосевому расстоянию для первой и второй ступени

$$\psi_{ba} = \frac{b}{a_w} \quad (8.15)$$

17. Данные свести в таблицу 8.1

Требования к оформлению отчета

1. Название и цель работы.
2. Кинематическая схема редуктора.
3. Измеренные и расчетные параметры редуктора.

4. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 8.1

Таблица 8.1- Основные геометрические и кинематические параметры редуктора

Наименование параметра	Первая ступень	Вторая ступень
Число ступеней редуктора		
Межосевое расстояние a_w замеренное рассчитанное		
Число зубьев шестерни z_1, z_2 колеса z_3, z_4		
Суммарное число зубьев z_Σ		
Передаточное число u_1, u_2, u		
Модуль окружной m_t , мм		
Модуль нормальный m_n , мм		
Угол наклона линии зуба β , град		
Делительный диаметр шестерни d_1, d_2 , мм колеса d_3, d_4 , мм		
Диаметр вершин шестерни d_{a1}, d_{f2} , мм колеса d_{a3}, d_{f4} , мм		
Диаметр впадин шестерни d_{f1}, d_{f2} , мм колеса d_{f3}, d_{f4} , мм		
Ширина венцов зубчатых колес шестерни b_1, b_3 , мм колеса b_2, b_4 , мм		
Коэффициент ширины по отношению к межосевому расстоянию ψ_{ba}		

Контрольные вопросы

1. Дайте определение редуктору
2. Объясните, чем отличается шестерня от колеса.
3. Объясните, как определить передаточное число одной ступени зубчатого цилиндрического редуктора.
4. Назовите достоинства косозубой цилиндрической передачи по сравнению с прямозубой передачей.
5. Объясните, как влияет величина наклона зубьев на работоспособность цилиндрической передачи.
6. Объясните, как проконтролировать уровень масла в картере исследуемого редуктора.

7. Объясните, что предусмотрено в конструкции исследуемого редуктора для замены отработанного масла на новое.
8. Скажите, что предусмотрено в конструкции исследуемого редуктора для его транспортировки.
9. Объясните, почему длина и диаметр крепежа у опорных узлов валов исследуемого редуктора больше, чем длина и диаметр крепежа по поясу редуктора.
10. Объясните, зачем выполнены ребра на корпусе редуктора.

[Содержание](#)

[Назад](#)

Лабораторная работа № 9

Тема: Изучение конструкции червячного редуктора и определение параметров зацепления

Цель работы: приобрести навыки в измерении параметров червячной передачи и расчета основных параметров.

Материально-техническое оснащение: червячный редуктор, набор гаечных ключей и отверток, штангенрейсмас, штангенциркуль, металлическая линейка.

Теоретические сведения

Червячная передача относится к передачам зацепления с перекрещивающимися осями валов. Угол перекрещивания обычно равен 90° .

Преимущества червячной передачи: возможность получения больших передаточных отношений в одной паре (до 1000); плавность и бесшумность работы, возможность самоторможения.

Недостатки: низкий КПД (0,7...0,92), повышенный износ, склонность к заеданию, необходимость применения для изготовления колес дорогих антифрикционных материалов.

Конструкция червячного редуктора.

Основные кинематические схемы одноступенчатых червячных редукторов представлены на рисунке 9.1. На схемах быстроходный вал обозначен Б, тихоходный – Т.

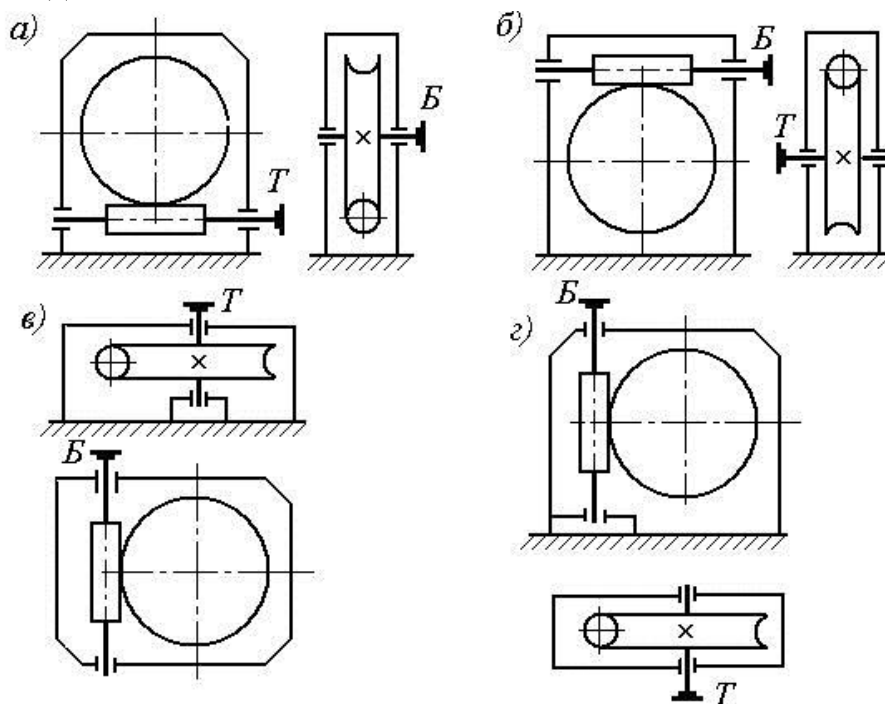


Рисунок 9.1 – Кинематические схемы одноступенчатых червячных редукторов

При окружных скоростях червяка до 4... 5 м/с применяют редукторы с нижним расположением червяка (рисунок 9.1,а). При больших скоростях используется только схема редуктора с верхним расположением червяка рисунок 9.1,б.

Смазывание червячной передачи проводится погружением червяка в масло.

При верхнем или вертикальном расположении червяка (рисунок 9.1,з) смазывание зацепления обеспечивается погружением червячного колеса.

При окружных скоростях червяка более 5м/с наблюдаются большие потери на перемешивание смазки, поэтому червяк располагают над колесом (рисунок 9.1, б).

Передачи с вертикальным расположением вала червячного колеса (рисунок 9.1, в) или червяка (рисунок 9.1,з) используют редко вследствие трудности смазывания подшипников вертикальных валов.

Червячные редукторы предназначены для уменьшения угловой (окружной) скорости и увеличения вращающего момента на ведомом валу.

Характеризуются редукторы передаточным числом, вращающим моментом, частотой вращения ведущего или ведомого валов.

Наибольшее распространение получили одноступенчатые червячные редукторы с диапазоном передаточных чисел $u = 8 \dots 63$.

При больших передаточных числах применяют двухступенчатые червячные редукторы или комбинированные редукторы, состоящие из червячной и зубчатой передач. Серийно выпускаются только одноступенчатые червячные редукторы, с различными вариантами расположения червяка и червячного колеса. В машинах легкой и текстильной промышленности червячные передачи применяются в виде отдельных механизмов, для получения малых скоростей движения или точных перемещений.

Описание редуктора.

Редуктор рисунок 9.2 состоит из корпуса (поз.1), к которому крепятся две крышки (поз.9,10). В крышках монтируются подшипники (поз.6) червячного вала (поз.4). На валу установлено червячное колесо (поз.2). Для регулировки положения червячного колеса в корпусе редуктора, вал 4 совместно с колесом поз.2, подшипниками поз.6 и крышками поз.9 (глухая), поз.10 (со сквозным отверстием) перемещается с помощью прокладок, устанавливаемых под фланцы крышек. В расточенном отверстии в нижней части корпуса установлен червяк (поз.3) на подшипниках качения (поз.5). Под внутренними кольцами подшипников поз.5 установлены размерные втулки (поз. 7). Для

обдува воздухом нагретых поверхностей редуктора на валу червяка поз.3 установлена крыльчатка (поз.8), защищенная кожухом (не показан).

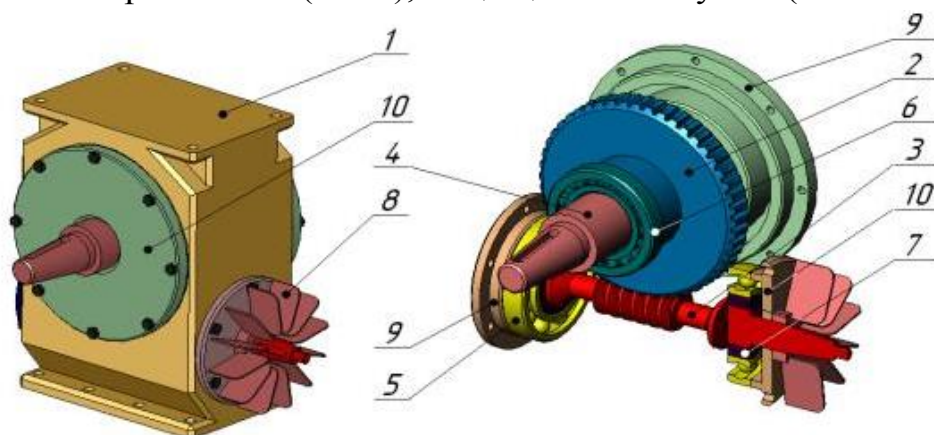


Рисунок 9.2 - Конструкция червячного редуктора

1 – корпус; 2 – червячное колесо; 3 – червяк; 4 – выходной вал; 5 – подшипник шариковый (радиально-упорный); 6 – подшипник роликовый (конический); 7 – втулка подшипника; 8 – вентилятор охлаждения; 9 – крышка подшипника глухая; 10 – крышка подшипника с отверстием для выходного конца вала

Последовательность выполнения работы

1. Редуктор устанавливают на плиту (рисунок 9.3) и с помощью штангенрейсмуса измеряют расстояния H_1 и H_2 от опорной поверхности нижнего фланца редуктора (от плиты) до верхней кромки выходного конца быстроходного вала и верхней кромки выходного конца тихоходного вала. Штангенциркулем измеряют диаметры выходных концов быстроходного и тихоходного валов D_1 и D_2 . Вычисляют межосевое расстояние по формуле:

$$a_w = H_1 - H_2 - \frac{D_1}{2} - \frac{D_2}{2} \quad (9.1)$$

Полученное значение a_w округлить его до ближайшего стандартного по ГОСТу.

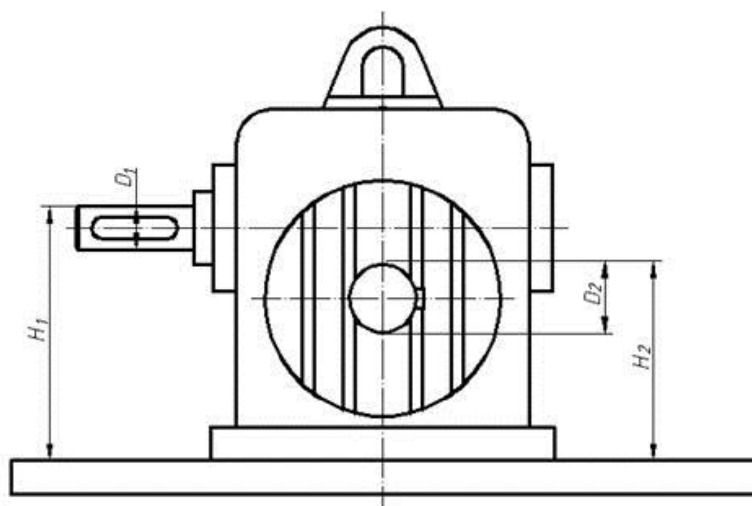


Рисунок 9. 3- Установка редуктора на плиту

2. Отвинтить крепежные элементы крышки корпуса и крышек подшипниковых узлов, снять крышки и ознакомиться с внутренним устройством редуктора. Особое внимание обратить на способ регулировки подшипников и правильность зацепления червячной пары.

4. Вынуть червячное колесо редуктора вместе с валом, а также червяк с деталями на нем (детали и подшипники с валов не снимать).

5. Ознакомиться с конструкцией колеса и червяка. Путем замера, осмотра и расчета определить их размеры и параметры. Измерение каждого элемента нужно производить не менее 3-х раз. Разность между максимальным и минимальным значениями будет указывать на возможную ошибку при замерах. Параметры рекомендуется определять в следующей последовательности:

- Измеряют на червяке (рисунок 9.4) расстояние p_1 (расстояние между двумя одноименными точками в начале витка и в конце по делительному диаметру) и, поделив на число шагов в этом расстоянии, определяют расчетный, шаг p .
- Посчитать число витков червяка z_1 и число зубьев колеса z_2 .
- Измеряют диаметр вершин витков червяка d_{a1} , диаметр вершин зубьев червячного колеса d_{a2} .

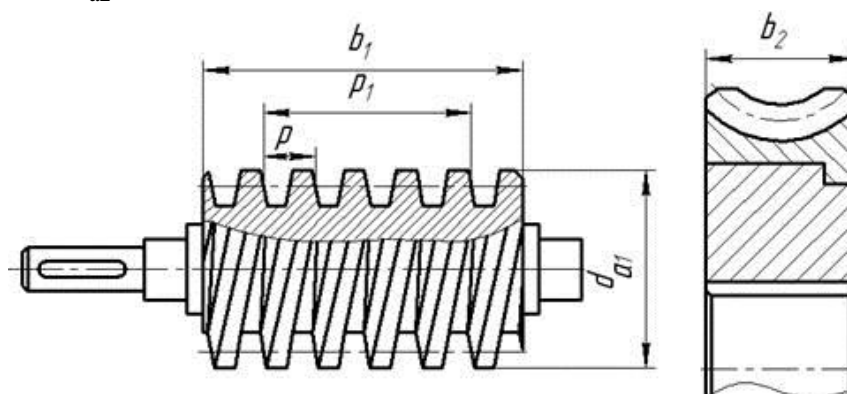


Рисунок 9.4 – Измеряемые параметры редуктора

6. Произвести расчеты:

- определить передаточное число редуктора

$$u = Z_2 / Z_1 \quad (9.2)$$

- рассчитать модуль m , мм

$$m = p / \pi \quad (9.3)$$

полученную величину m согласовывают с ближайшим стандартным значением таблица 9.1.

Таблица 9.1 – Ряд модулей червячных передач ГОСТ 9672-74

m	1-ый ряд	..., 1,0 1,25 1,6 2,0 2,5 3,15 4,0 5,0 6,3 8,0 10 12,5 16
	2-ой ряд	..., 1,5 3,0 3,5 6,0 7,0 12,0
	3-ий ряд	..., 1,125 1,375 1,75 2,25 2,75 4,5 9,0 11 14 18 22

- определить делительные диаметры:

$$\text{червяка} \quad d_1 = d_{a1} - 2m \quad (9.4)$$

$$\text{колеса} \quad d_2 = m \cdot z_2 \quad (9.5)$$

- определить коэффициент диаметра червяка q из формулы:

$$q = \frac{d_1}{m} \quad (9.6)$$

полученную величину q согласовывают с ближайшим стандартным значением таблица 9.2

Таблица 9.2 – Коэффициент диаметра червяка

	1-ый ряд	6,3 7,5 8,0 10 12,0 12,5 16 20 25
q	2-ой ряд	7,1 9,0 11,2 , 14 18 22,4

- уточняем межосевое расстояние a_w , мм

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (9.7)$$

- рассчитать угол подъема винтовой линии червяка, град

$$\gamma = \arctg \frac{z_1}{q} \quad (9.8)$$

- рассчитать геометрические параметры червяка и червячного колеса (рисунок 9.4), мм:

делительные диаметры:

$$\begin{aligned} d_1 &= q \cdot m \\ d_2 &= z_2 \cdot m \end{aligned} \quad (9.9)$$

диаметры окружностей вершин:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2m \\ d_{a2} &= d_2 + 2m \end{aligned} \quad (9.10)$$

диаметры окружностей впадин:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= d_1 - 2.4m \\ d_{f2} &= d_2 + 2.4m \end{aligned} \quad (9.11)$$

- рассчитать наибольший диаметр колеса, мм

$$d_{ст2} = d_{a2} + \frac{6m}{z_1 + 2} \quad (9.12)$$

Требования к оформлению отчета

1. Название и цель работы.
2. Кинематическая схема редуктора.
3. Отразить способ установки подшипников качения на вал-червяк – (враспор, плавающая опора).
4. Результаты измерений и вычислений занести в таблицы 9.3 и 9.4.
5. Таблица с результатами

Таблица 9.3 – Замеренные параметры червячного редуктора

Параметры	Единица измерения	Обозначение	Значение
Число заходов червяка	<i>шт.</i>	z_1	
Число зубьев червячного колеса	<i>шт.</i>	z_2	
Шаг червяка	<i>мм</i>	f^*	
Диаметр окружности вершин червяка	<i>мм</i>	d_{a1}	
Длина нарезанной части червяка	<i>мм</i>	b_1	
Ширина венца колеса	<i>мм</i>	b_2	

Таблица 9.4 – Рассчитанные параметры червячного редуктора

Параметры	Единица измерения	Обозначение	Значение
Передаточное число редуктора		u	
Модуль	<i>мм</i>	m	
Коэффициент диаметра червяка		q	
Межосевое расстояние	<i>мм</i>	a	
Угол подъема винтовой линии червяка	<i>град</i>	γ	
Диаметры делительные	<i>мм</i>	d_1 d_2	
Диаметры вершин	<i>мм</i>	d_{a1} d_{a2}	
Диаметры впадин	<i>мм</i>	d_{f1} d_{f2}	
Наибольший диаметр колеса	<i>мм</i>	d_{am2}	

Контрольные вопросы

1. Назовите назначение червячной передачи.
2. Перечислите достоинства и недостатки червячной передачи.
3. Назовите материалы для изготовления червяка и червячного колеса.
4. Объясните, когда применяют редуктор с нижним расположением червяка, а когда с верхним расположением червяка.
5. Объясните, как осуществляется смазка редуктора с нижним расположением червяка; с верхним расположением червяка.
6. Перечислите детали и узлы, из которых состоит червячный редуктор.
7. Объясните, как осуществляется охлаждение редуктора.
8. Объясните для чего необходимо наличие зазора в подшипниках.
9. Объясните, как производится регулирование зазоров подшипников в редукторе.

[Содержание](#)
[Назад](#)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1

Тема: Решение задач на равновесие.

Цель работы: научиться применять знания и умения при решении задач на равновесие.

1. Порядок выполнения работы:

1. Выделить тело (точку), равновесие которого рассматривается;
2. Выявить все действующие на тело силы (активные) и изобразить их в виде векторов на расчетной схеме;
3. Освободить тело от связей, заменив их реакциями и изобразить их в виде векторов на расчетной схеме;
4. Выбрать оси координат (рационально: а) за начало координат принимают точку пересечения линий действия сил; б) одну из осей направляют вдоль неизвестной силы, тогда вторая ось будет перпендикулярна силе и ее проекция на эту ось будет равна нулю).
5. Определить положение сил относительно осей координат (углы по правилам геометрии).
6. Составить уравнения равновесия и решить их относительно неизвестных.
7. Проверка (выбрать новое направление осей, например, одну из осей координат направляют вдоль другой неизвестной). При этом составляют одно уравнение и, решив его, сравнивают результаты с полученными при решении задачи значениями неизвестных сил, или подставив полученные при решении значения неизвестных сил, получают в проверке нуль.

Пример решения задачи

Дано: $\alpha = 80^\circ$; $\beta = 60^\circ$; $F_1 = 100 \text{ кН}$; $F_2 = 75 \text{ кН}$.

Определить силы в стержнях 1 и 2 для шарнирно-стержневой конструкции, нагруженной в шарнире В.

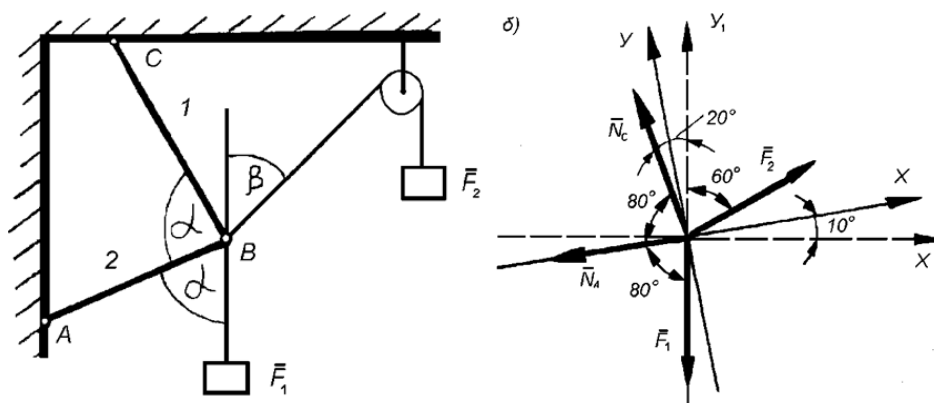


Рисунок 1.1 – Схема нагружения стержневой системы и расчетная схема

Решение

1. Рассмотрим равновесие шарнира В под действием:

- активных сил \bar{F}_1 и \bar{F}_2 , направленных вдоль нитей от точки В;
- продольных сил \bar{N}_A и \bar{N}_C , направленных вдоль стержней 1 и 2, предполагая их растянутыми.

2. За начало координат принимаем т. В и выбираем направление осей, так, чтобы ось x совпала с линией действия \bar{N}_A .

3. Определяем углы, используя правила и теоремы геометрии

4. Составляем уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_C \cos 10^\circ - F_1 \cos 10^\circ + F_2 \cos 70^\circ = 0; \quad (2)$$

$$\text{из (2)} \quad N_C = F_1 - \frac{F_2 \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ} = 100 - \frac{75 \cdot 0,342}{0,9848} = 73,95 \text{ кН};$$

$$\text{из (1)} \quad N_A = -(N_C + F_1) \cos 80^\circ + F_2 \cos 20^\circ = -(73,95 + 100) \cdot 0,1736 + 75 \cdot 0,9397 = 40,28 \text{ кН};$$

Правильность решения проверяем с помощью уравнения равновесия

$$\text{Проверка: } \sum F_{ix_1} = 0; \quad -N_A \cos 10^\circ - N_C \cos 70^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$-40,28 \cdot 0,9848 - 73,95 \cdot 0,342 + 75 \cdot 0,866 = -35,66 - 25,29 + 64,95 = 0.$$

Ответ: $N_A = 40,25 \text{ кН}$ (растянут); $N_C = 73,95 \text{ кН}$ (растянут).

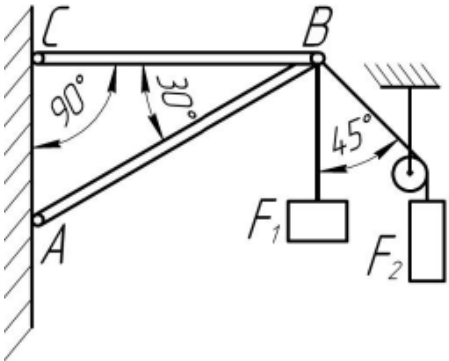
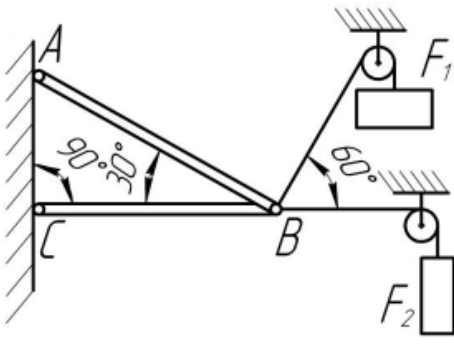
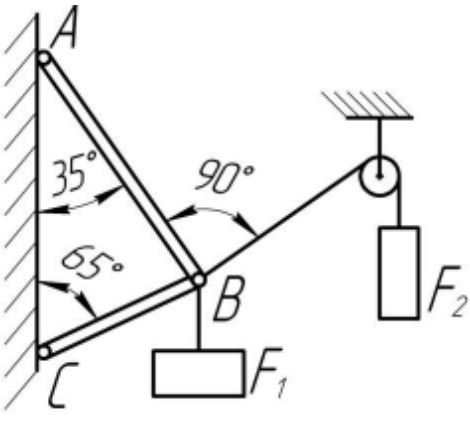
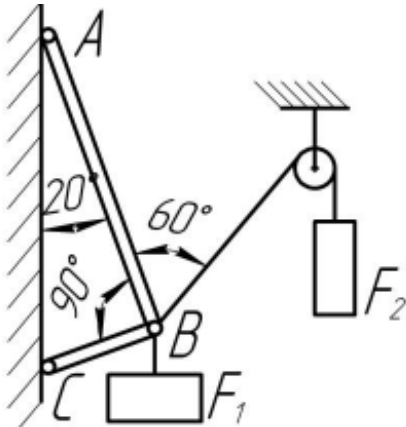
2. Индивидуальные варианты заданий:

Задание: Определить силы в стержнях 1 и 2 для шарнирно-стержневой конструкции, нагруженной в шарнире В.

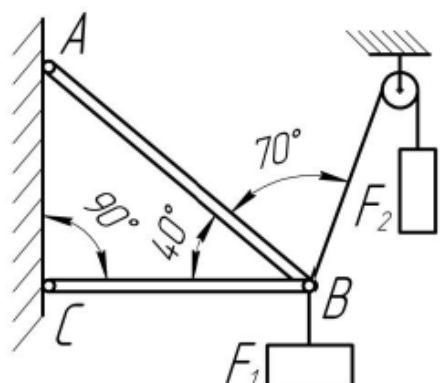
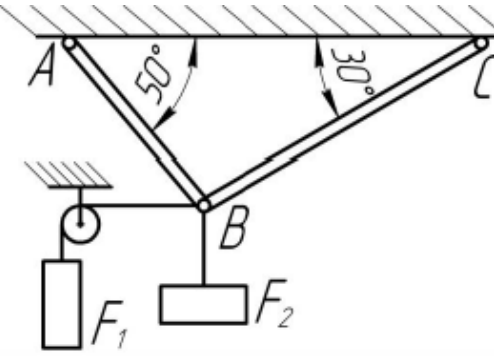
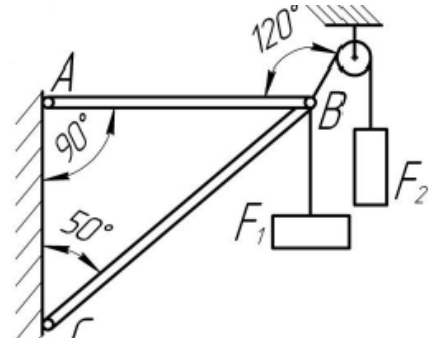
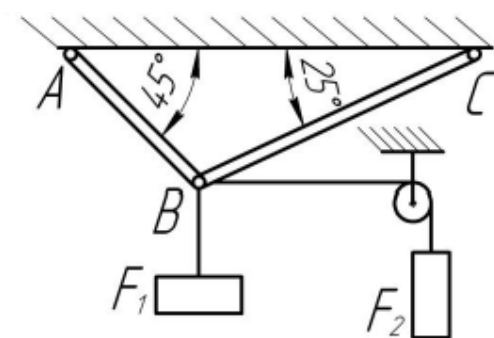
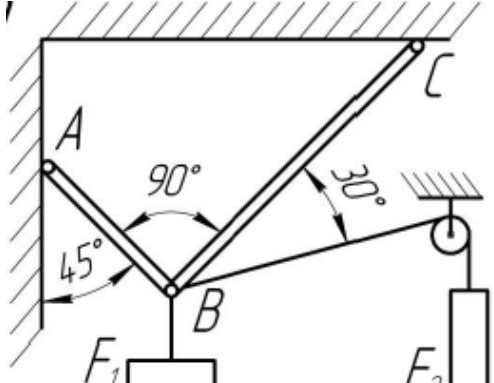
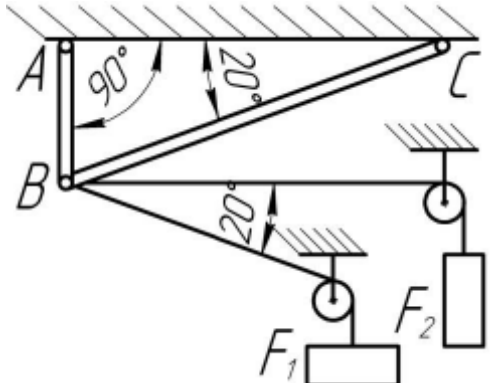
Таблица 1.1 – Данные для определения усилий в стержнях.

Вариант	Номер схемы	Сила F_1 ; кН	Сила F_2 ; кН
1	1	100	75
2	2	120	85
3	3	120	100
4	4	83	153
5	5	148	56
6	6	150	77
7	7	79	220
8	8	250	69
9	9	117	235
10	10	268	62
11	1	150	60
12	2	200	50
13	3	100	55
14	4	75	100
15	5	80	35

Таблица 1. 2- Расчетные схемы

	
Схема 1	Схема 2
	
Схема 3	Схема 4

Продолжение таблицы 1.2

	
Схема 5	Схема 6
	
Схема 7	Схема 8
	
Схема 9	Схема 10

[Содержание](#)

[Назад](#)

Практическая работа № 2

Тема: Определение центров тяжести плоских фигур, составленных из профилей проката

Цель работы: научиться определять центр тяжести плоских фигур, составленных из профилей проката

1. Порядок выполнения работы:

Центр тяжести применяется при исследовании устойчивости положений равновесия тел и сплошных сред, находящихся под действием сил тяжести и в сопротивлении материалов и строительной механике.

При решении задач на определение центра тяжести сложных сечений следует придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать метод, который наиболее применим к данной задаче.

2. Разбить сложное сечение на простые части, для которых центры тяжести известны.

3. Выбрать оси координат. При этом необходимо помнить, что: если тело имеет плоскость симметрии, то его центр тяжести лежит в этой плоскости; если тело имеет ось симметрии, то его центр тяжести лежит на этой оси; если тело имеет центр симметрии, то его центр тяжести совпадает с центром симметрии.

4. Определить координаты центров тяжести отдельных частей относительно выбранных осей.

5. Используя формулы определить искомые координаты центра тяжести заданного сечения.

$$X_C = \frac{\sum A_k \cdot X_k}{\sum A_k} = \frac{A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

$$Y_C = \frac{\sum A_k \cdot Y_k}{\sum A_k} = \frac{A_1 \cdot Y_1 + A_2 \cdot Y_2 + A_3 \cdot Y_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

где $A_1, A_2 \dots A_n$ - площади простых сечений;

$x_1, x_2 \dots x_n, y_1, y_2 \dots y_n$ - координаты центра тяжести простых сечений.

Пример решения задачи.

Условие задачи. Определить координаты центра тяжести сечения, составленного из профилей проката, как показано на рисунке 2.1, а. Сечение состоит из двутавровой балки № 33, швеллера № 27, двух уголков 90×56×6 мм и листа сечением 12×180 мм. (Приложение А,Б,В,Г)

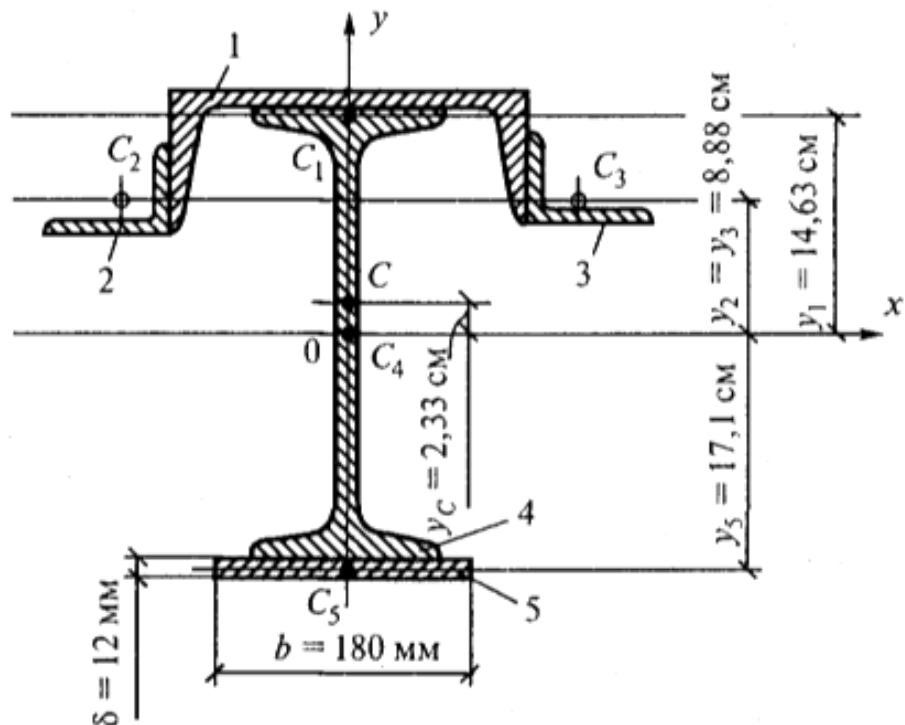


Рисунок 2.1- Фигура, составленная из профилей проката

Решение:

1. Разобьем сечение в соответствии с профилями проката и обозначим их 1, 2, 3, 4, 5.

2. Укажем центры тяжести каждого профиля и обозначим их C_1 , C_2 , C_3 , C_4 и C_5 .

3. Выберем систему осей координат. Ось y совместим с осью симметрии, а ось x направим перпендикулярно оси y и проведем через центр тяжести двутавровой балки.

4. Выпишем формулы для определения координат центра тяжести сечения:

$x_c = 0$, так как ось y совпадает с осью симметрии;

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5}$$

Учитывая, что $A_2 = A_3$, а также, что $y_2 = y_3$, получим:

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + 2A_2 y_2 + A_4 y_4 + A_5 y_5}{A_1 + 2A_2 + A_4 + A_5}$$

5. Определим площади и координаты центров тяжести отдельных профилей проката, используя сечение.

$$A_1 = 35,2 \text{ см}^2; A_2 = A_3 = 8,54 \text{ см}^2; A_4 = 53,8 \text{ см}^2;$$

$$A_5 = 1,2 \cdot 18 = 21,6 \text{ см}^2;$$

$$y_1 = h_{\text{дв}} / 2 + d_{\text{шв}} - z_{0(\text{шв})} = 33/2 + 0,6 - 2,47 = 14,63 \text{ см};$$

$$y_2 = y_3 = h_{\text{дв}} / 2 + d_{\text{шв}} - b_{\text{шв}} + x_{0(\text{ут})} = 33/2 + 0,6 - 9,5 + 1,28 = 8,88 \text{ см};$$

$y_4 = 0$, так как ось x проходит через центр тяжести двутавра;

$y_5 = - (h_{\text{дв}} / 2 + \delta_{\text{листа}} / 2) = - (33 / 2 + 1,2 / 2) = - 17,1 \text{ см.}$

Подставим полученные значения в формулу для определения y_c :

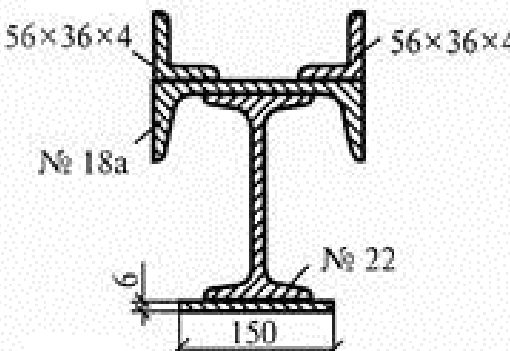
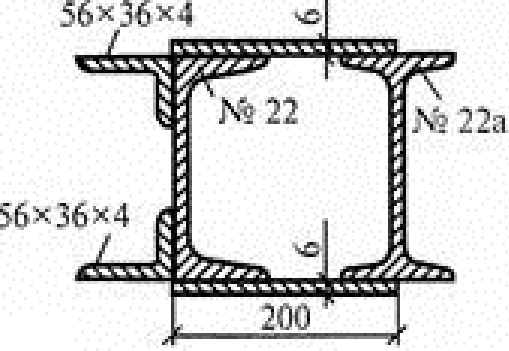
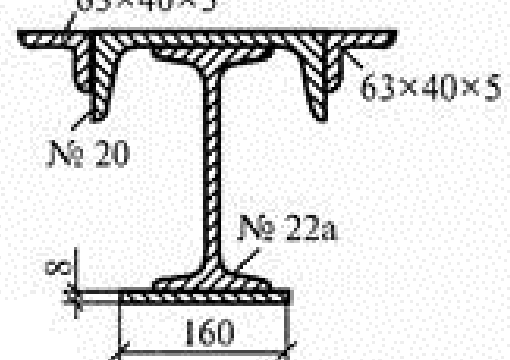
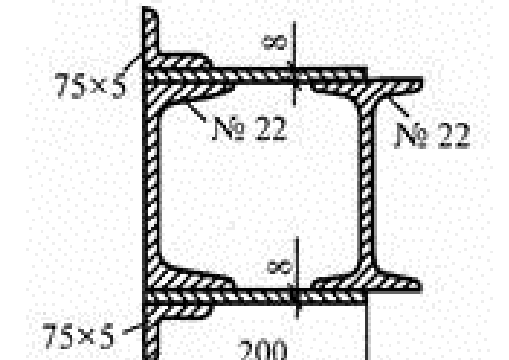
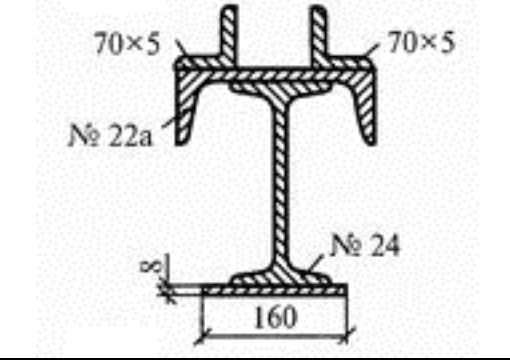
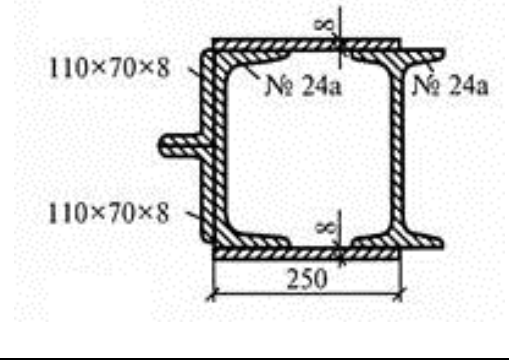
$$y_c = \frac{35,2 \cdot 14,63 + 2 \cdot 8,54 \cdot 8,88 + 53,8 \cdot 0 + 21,6 \cdot (-17,1)}{35,2 + 2 \cdot 8,54 + 53,8 + 21,6} = \frac{297,3}{127,7} = 2,33 \text{ см}$$

Укажем положение центра тяжести сечения C на схеме.

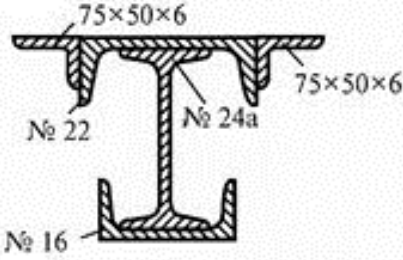
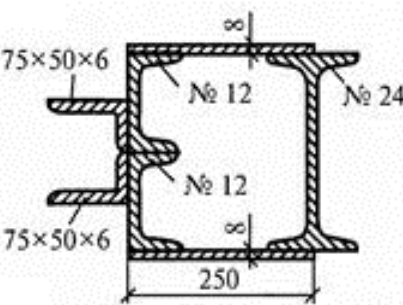
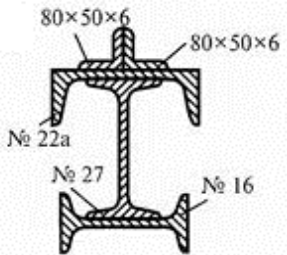
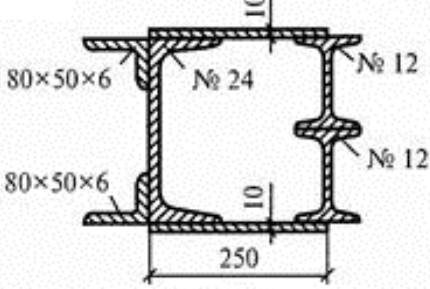
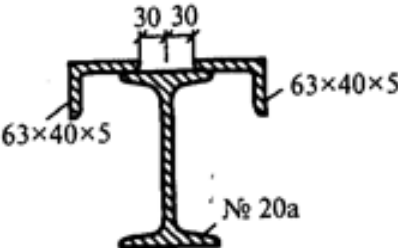
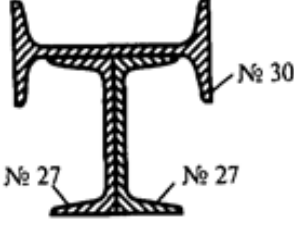
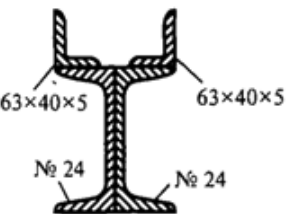
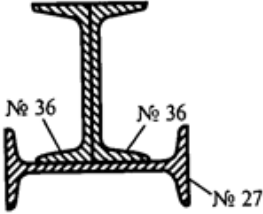
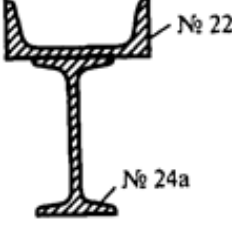
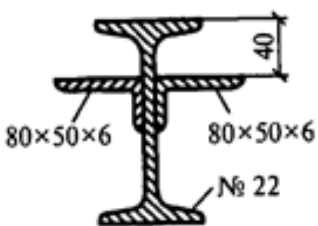
2. Индивидуальные варианты заданий:

Задание: Определить координаты центра тяжести сечения, составленного из профилей проката. (Приложение А, Б, В, Г)

Таблица 2.1- Варианты заданий

	
Вариант 1	Вариант 2
	
Вариант 3	Вариант 4
	
Вариант 5	Вариант 6

Продолжение таблицы 2. 1

	
<p>Вариант 7</p>	<p>Вариант 8</p>
	
<p>Вариант 9</p>	<p>Вариант 10</p>
	
<p>Вариант 11</p>	<p>Вариант 12</p>
	
<p>Вариант 13</p>	<p>Вариант 14</p>
	
<p>Вариант 15</p>	<p>Вариант 16</p>

[Содержание](#)

[Назад](#)

Практическая работа № 3

Тема: Расчет на прочность и жесткость при деформации кручения.

Цель работы: рассчитать вал на прочность и жесткость, построить эпюры кручения и углов закручивания; определить необходимый диаметр вала.

1. Порядок выполнения работы:

1. Вычертить схему с указанием числовых данных.
2. Составить уравнение внутренних крутящих моментов по участкам ($M_{крі}$). Построить эпюру внутренних крутящих моментов по длине вала.
3. Определить диаметры ступеней вала, исходя из условия прочности (d_i). Полученный результат округлить согласно *ГОСТ 6636-69* до ближайшего значения из ряда *предпочтительных чисел R 40* (см. Приложение 1).
4. Определить максимальные касательные напряжения $\tau_{крі}$ вала на каждом участке. Построить эпюру максимальных касательных напряжений по длине вала.
5. Определить углы закручивания $\Delta\varphi_i$ по длине вала. Построить эпюру углов закручивания вала.
6. Определить относительные углы закручивания вала $\theta_{крі}$ на каждом участке. Проверить, удовлетворяет ли вал условию жесткости. Дать заключение.

Указания к выполнению

Для обозначения крутящих моментов используют разные варианты :



Величина внутреннего крутящего момента $M_{кр}$ на участке вала определяется с помощью метода сечений через внешние (вращающие) моменты по правилу: внутренний крутящий момент в любом поперечном сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних моментов относительно продольной оси вала, приложенных по одну сторону от рассматриваемого поперечного сечения:

$$M_{крі} = \sum_{\substack{\text{с одной} \\ \text{стороны} \\ \text{от сечения}}} T_i \quad (3.1)$$

Крутящий момент принято считать положительным, если при взгляде со стороны отсеченной части вала он будет направлен против часовой стрелки.

При жестко защемленном вале определение величины внутренних крутящих моментов рекомендуется начинать со свободного конца вала, так как в этом случае нет необходимости определять реактивный момент в заделке.

Условие прочности крутящегося вала имеет вид:

$$\tau_{KP_i}^{max} = \frac{M_{KP_i}^{max}}{W_{\rho i}} \leq [\tau]_{KP}, \quad (3.2)$$

где $\tau_{KP_i}^{max}$ – максимальные касательные напряжения в сечении на i -м участке вала;

$[\tau]_{KP}$ – допускаемые напряжения кручения;

$M_{KP_i}^{max}$ – максимальный внутренний крутящий момент на i -м участке вала;

$W_{\rho i}$ – полярный момент сопротивления сечения i -го участка вала. Для вала круглого сечения $W_{\rho} = \pi \cdot d^3 / 16 \approx 0,2 \cdot d^3$.

Таким образом, диаметр вала из условия прочности на каждом участке определяется по формуле:

$$d_i \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot |M_{KP_i}|}{\pi \cdot [\tau]}} \approx \sqrt[3]{\frac{|M_{KP}|}{0,2 \cdot [\tau]}}. \quad (3.3)$$

Определение углов закручивания вала следует начинать от заделки, где угол закручивания $\Delta\varphi_0 = 0$.

Для участков вала постоянного сечения при не изменяющемся крутящем моменте угол закручивания определяется по формуле

$$\Delta\varphi_i = \Delta\varphi_{i-1} + \frac{M_{KP_i} \cdot l_i}{G \cdot J_{\rho i}}, \quad (3.4)$$

где $\Delta\varphi_{i-1}, \Delta\varphi_i$ – углы закручивания начального и конечного сечения рассматриваемого i -го участка вала;

l_i – длина участка вала, на котором определяется угол закручивания;

$J_{\rho i}$ – полярный момент инерции сечения i -го участка вала.

Для вала круглого сечения $J_{\rho} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 0,1 d^4$

Условие жесткости закручиваемого вала имеет вид:

$$\Theta_{KPi} = \frac{M_{KPi}}{J_{\rho i} \cdot G} \leq [\Theta]_{KP}, \quad (3.5)$$

где Θ_{KPi} – относительный угол закручивания сечений на i -м участке вала;

$[\Theta]_{KP}$ – допускаемый относительный угол закручивания;

G – модуль сдвига материала вала.

Для участков вала постоянного сечения при не изменяющемся крутящем моменте между абсолютным $(\Delta\varphi_i)$ и относительным $[\Theta]_{KP}$ углами закручивания существует зависимость: $\Delta\varphi_i = \Theta_{KPi} \cdot l_i$,

где l – длина соответствующего участка вала.

Пример решения задачи.

К двухступенчатому сплошному валу, один конец которого жестко закреплен в опоре, приложены сосредоточенные вращающие моменты. Определить поперечные размеры вала из условия прочности его ступеней на кручение. Определить напряжения и углы закручивания вала по длине. Проверить, удовлетворяет ли полученный вал условию жесткости на участках. Вал изготовлен из стали: модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, допускаемый относительный угол закручивания $[\theta] = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м}$.

Подобрать из условия прочности и жесткости диаметр ступенчатого вала круглого поперечного сечения

Дано: $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$; $[\theta] = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м}$; $[\tau] = 30 \text{ МПа}$; $T_1 = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$;

$T_2 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $T_3 = 210 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $T_4 = 500 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $a = b = c = 0,2 \text{ м}$;

Найти:

- поперечные размеры вала из условия прочности;
- напряжения на участках вала;
- углы закручивания вала по длине;
- проверить выполнение условия жесткости на участках вала.

Решение:

1. Разбиваем вал на участки, начиная со свободного (не закрепленного) конца, и определяем величину внутреннего крутящего момента M_i в пределах каждого участка с учетом правила знаков.

1 участок: $M_1 = T_1 = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$;

2 участок: $M_2 = T_1 - T_2 = 60 - 100 = -40 \text{ Н}\cdot\text{м}$;

3 участок: $M_3 = T_1 - T_2 + T_3 = 60 - 100 + 210 = 170 \text{ Н}\cdot\text{м}$;

4 участок: $M_4 = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 = 60 - 100 + 210 - 500 = -330 \text{ Н}\cdot\text{м}$;

Строим эпюру внутренних крутящих моментов M_i (рисунок 1).

2. Определяем диаметры ступеней вала, исходя из условия прочности.

$$d_{1,2} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{1,2}^{max}|}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{60}{0,2 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 21,5 \cdot 10^{-3} = 21,5 \text{ мм.}$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69 (Приложение 1):

$$d_{1,2} = 22 \text{ мм}$$

$$d_{3,4} \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{3,4}^{max}|}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{330}{0,2 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 38,0 \cdot 10^{-3} = 38,0 \text{ мм.}$$

Округляем результат согласно ГОСТ 6636-69: $d_{3,4} = 38 \text{ мм}$.

3. Определяем величину напряжений τ_i на каждом участке вала:

$$\tau_1^{max} = \frac{M_1^{max}}{W_{\rho i}} \approx \frac{M_1^{max}}{0,2 \cdot d_{1,2}^3} = \frac{60}{0,2 \cdot (22 \cdot 10^{-3})^3} = 28,2 \cdot 10^6 = 28,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_2^{max} \approx \frac{M_2^{max}}{0,2 \cdot d_{1,2}^3} = \frac{-40}{0,2 \cdot (22 \cdot 10^{-3})^3} = -18,8 \cdot 10^6 = -18,8 \text{ МПа};$$

$$\tau_3^{max} \approx \frac{M_3^{max}}{0,2 \cdot d_{3,4}^3} = \frac{170}{0,2 \cdot (38 \cdot 10^{-3})^3} = 15,5 \cdot 10^6 = 15,5 \text{ МПа};$$

$$\tau_4^{max} \approx \frac{M_4^{max}}{0,2 \cdot d_{3,4}^3} = \frac{-330}{0,2 \cdot (38 \cdot 10^{-3})^3} = -30,1 \cdot 10^6 = -30,1 \text{ МПа.}$$

Строим эпюру напряжений τ (рисунок 1).

4. Определяем углы закручивания $\Delta\varphi_i$ по длине вала, начиная от заделки, так как там деформации отсутствуют ($\Delta\varphi_0 = 0$).

$$\Delta\varphi_4 = \Delta\varphi_0 + \frac{M_4 \cdot l_4}{G \cdot J_{p4}} = \Delta\varphi_0 + \frac{M_4 \cdot a}{G \cdot 0,1 \cdot d_{3-4}^4}$$

$$\Delta\varphi_4 = 0 + \frac{-330 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (38 \cdot 10^{-3})^4} = -3,96 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\Delta\varphi_3 = \Delta\varphi_4 + \frac{M_3 \cdot c}{G \cdot 0,1 \cdot d_{3-4}^4}$$

$$\Delta\varphi_3 = -3,96 \cdot 10^{-3} + \frac{170 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (38 \cdot 10^{-3})^4} = -1,92 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_3 + \frac{M_2 \cdot b}{G \cdot 0,1 \cdot d_{1-2}^4}$$

$$\Delta\varphi_2 = -1,92 \cdot 10^{-3} + \frac{-40 \cdot 0,2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4} = -6,19 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 + \frac{M_2 \cdot a}{G \cdot 0.1 \cdot d_{1-2}^4}$$

$$\Delta\varphi_1 = -6.19 \cdot 10^{-3} + \frac{60 \cdot 0.2}{0.1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4} = 0.21 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$$

Строим эпюру углов закручивания вала $\Delta\varphi_i$ (рисунок 3.1).

5. Проверяем выполнение условия жесткости на участках вала. Определяем относительные углы закручивания вала Θ_{kpi} на каждом участке:

$$\Theta_4 = \frac{|M_4|}{0.1 \cdot G \cdot d_{3-4}^4} = \frac{3.96 \cdot 10^{-3}}{a} = \frac{3.96 \cdot 10^{-3}}{0.2} = 19.8 \cdot 10^{-3} \geq [\Theta]_{kp} = 17.5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_3 = \frac{|M_3|}{0.1 \cdot G \cdot d_{3-4}^4} = \frac{2.04 \cdot 10^{-3}}{b} = \frac{2.04 \cdot 10^{-3}}{0.2} = 10.2 \cdot 10^{-3} \leq [\Theta]_{kp} = 17.5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_2 = \frac{|M_2|}{0.1 \cdot G \cdot d_{1-2}^4} = \frac{4.27 \cdot 10^{-3}}{c} = \frac{4.27 \cdot 10^{-3}}{0.2} = 21.4 \cdot 10^{-3} \geq [\Theta]_{kp} = 17.5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_1 = \frac{|M_1|}{0.1 \cdot G \cdot d_{1-2}^4} = \frac{6.40 \cdot 10^{-3}}{a} = \frac{6.40 \cdot 10^{-3}}{0.2} = 32.0 \cdot 10^{-3} \geq [\Theta]_{kp} = 17.5 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

Условие жесткости на участках I, II, IV не выполняется. Размеры поперечного сечения вала необходимо увеличить.

Приложение 1 – Нормальные линейные размеры ГОСТ 6636-69 (фрагмент)

Ra20	Ra40	Ra20	Ra40	Ra20	Ra40	Ra20	Ra40	Ra20	Ra40
1.0	1.00	4.0	4.00	16.0	16.0	63	63	250	250
	1.05		4.20		17.0		61		260
1.1	1.10	4.5	4.50	18.0	18.0	71	71	280	280
	1.15		4.80		19.0		75		300
1.2	1.20	5.0	5.00	20.0	20.0	80	80	320	320
	1.30		5.30		21.0		85		340
1.4	1.40	5.6	5.6	22.0	22.0	90	90	360	360
	1.50		6.0		24.0		95		380
1.6	1.60	63	63	25.0	25.0	100	100	400	400
	1.70		6.7		26.0		105		420
1.8	1.80	7.1	7.1	28.0	28.0	110	110	450	450
	1.90		7.5		30.0		120		580
2.0	2.00	8.0	8.0	32	32	125	125	500	500
	2.10		8.5	34	34		130		530
2.2	2.20	9.0	9.0	36	36	140	140	560	560
	2.40		9.5		38		150		600
2.5	2.50	10.0	10.0	40	40	160	160	630	630

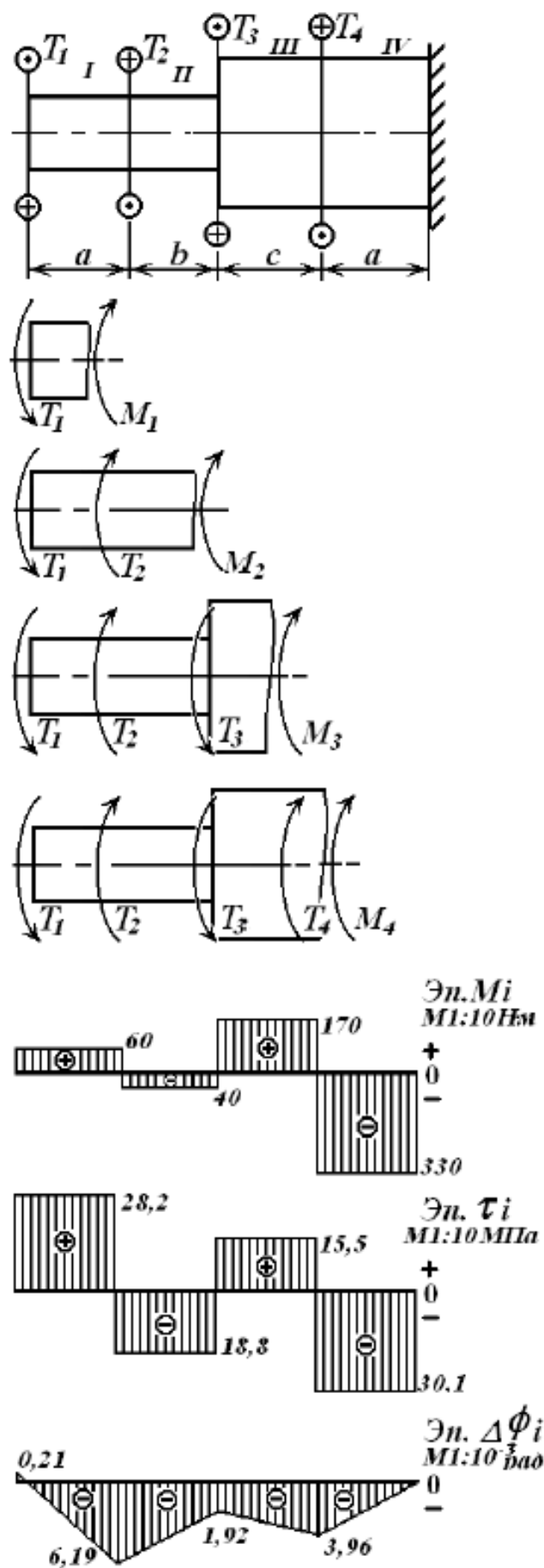


Рисунок 3.1- Эпюры.

2.Индивидуальные варианты заданий:

Задание: К двухступенчатому сплошному валу, один конец которого жестко закреплен в опоре, приложены сосредоточенные вращающие моменты. Определить поперечные размеры вала из условия прочности его ступеней на кручение. Определить напряжения и углы закручивания вала по длине. Проверить, удовлетворяет ли полученный вал условию жесткости на участках. Вал изготовлен из стали: модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, допускаемый относительный угол закручивания $[\theta] = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад/м}$.

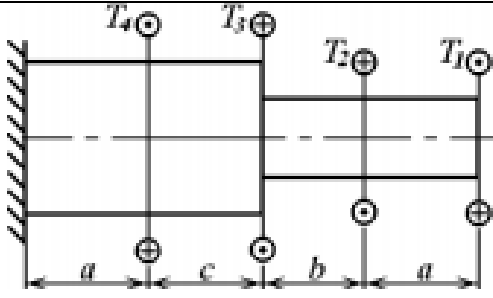
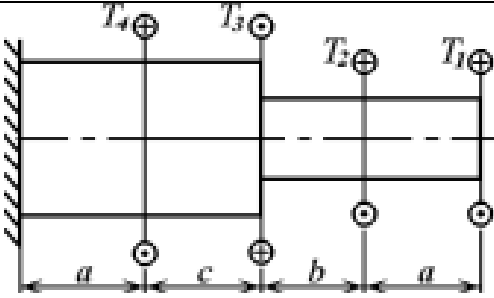
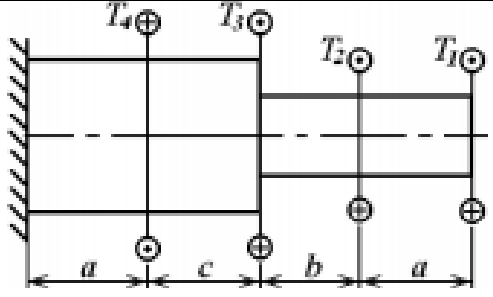
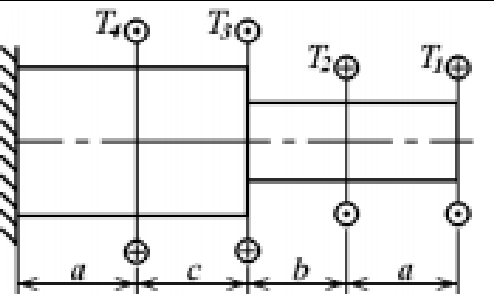
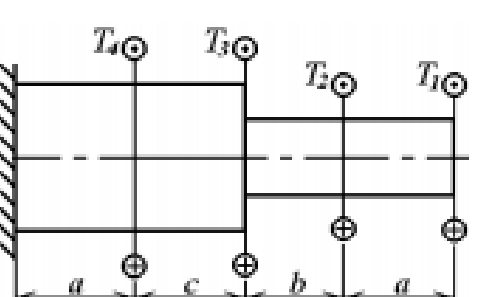
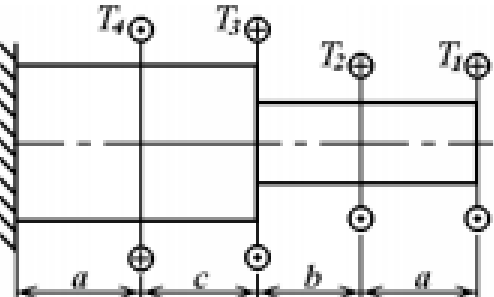
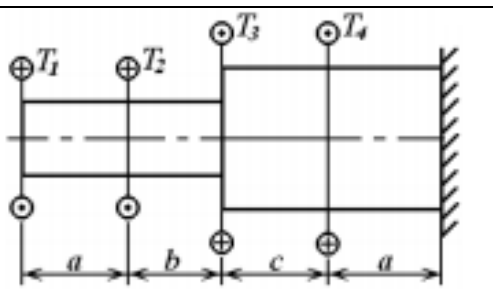
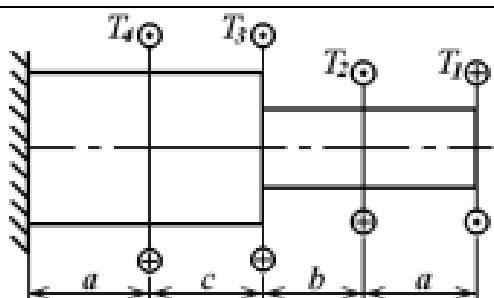
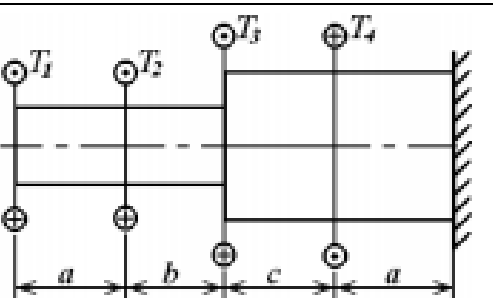
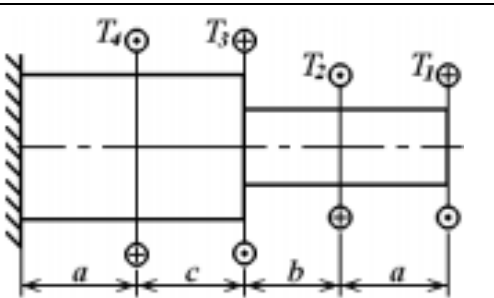
Найти:

- а) поперечные размеры вала из условия прочности;
- б) касательные напряжения на участках вала;
- в) углы закручивания вала по длине;
- г) проверить выполнение условия жесткости на участках вала.

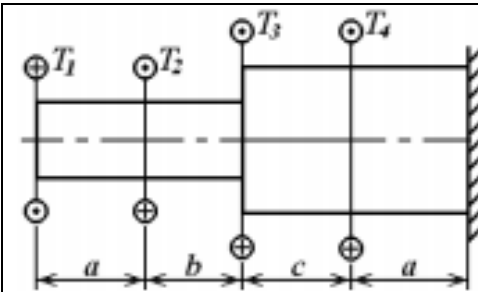
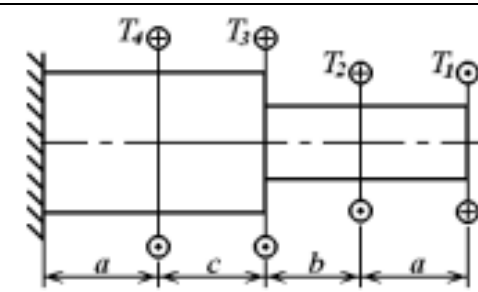
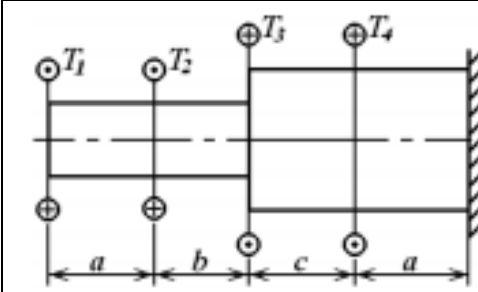
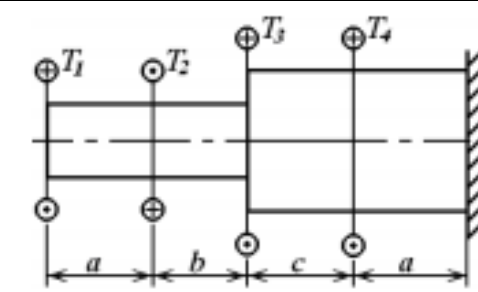
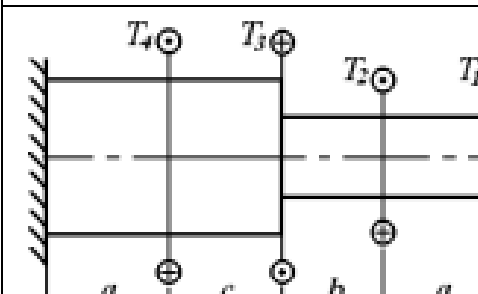
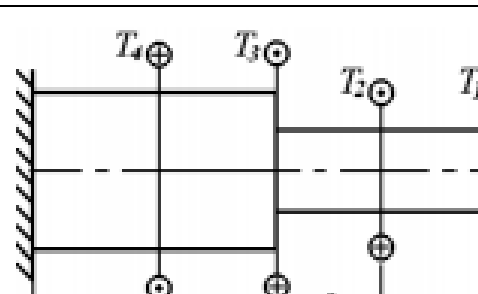
Таблица 3.1- Исходные данные

Вариант	a, м	b, м	c, м	T ₁ , Нм	T ₂ , Нм	T ₃ , Нм	T ₄ , Нм	[τ], МПа
1	1.1	1.0	0.8	20	200	310	600	80
2	0.9	0.2	1.0	22	190	290	590	75
3	0.7	0.4	1.2	24	180	300	580	70
4	1.4	0.6	0.6	28	170	280	570	65
5	1.2	0.8	0.9	32	160	270	560	60
6	1.0	1.1	1.4	36	150	260	550	55
7	0.2	0.9	1.6	38	140	250	540	50
8	0.4	0.7	1.8	42	130	240	530	45
9	0.6	1.4	2.0	46	120	230	520	40
10	0.8	1.2	0.7	50	110	220	510	35
11	1.0	1.1	1.4	36	150	260	550	55
12	0.9	0.2	1.0	22	190	290	590	75
13	0.7	0.4	1.2	24	180	300	580	70
14	1.4	0.6	0.6	28	170	280	570	65
15	0.2	0.9	1.6	38	140	250	540	50
16	0.4	0.7	1.8	42	130	240	530	45

Таблица 3.1- Варианты заданий

	
Вариант 1	Вариант 2
	
Вариант 3	Вариант 4
	
Вариант 5	Вариант 6
	
Вариант 7	Вариант 8
	
Вариант 9	Вариант 10

Продолжение таблицы 3.1

	
Вариант 11	Вариант 12
	
Вариант 13	Вариант 14
	
Вариант 15	Вариант 16

[Содержание](#)

[Назад](#)

Практическая работа № 4

Тема: Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов





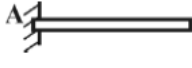
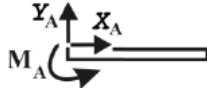
Цель работы: выработать навыки по расчету и построению эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

1. Порядок выполнения работы:

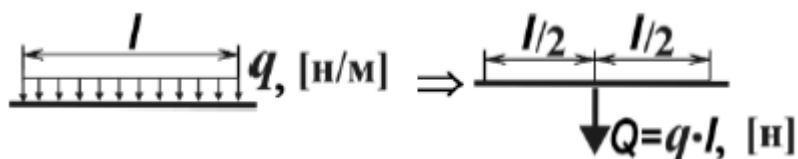
1. Вычертить схему балки с указанием числовых значений размеров и приложенных сил.
2. Освободить балку от связей и изобразить действующие на нее внешние силы и реакции отброшенных связей.
3. Выбрать систему координат, составить уравнения равновесия и определить реакции отброшенных связей.
4. Проверить правильность полученных результатов, составив дополнительное уравнение равновесия.
5. Определить значения внутренней поперечной силы Q по участкам балки. Построить эпюру распределения Q .
6. Определить значения внутреннего изгибающего момента M_u по участкам балки. Построить эпюру распределения M_u .

Указания к выполнению

Согласно положениям статики всякое несвободное твердое тело (перемещение которого ограничено связями с другими телами) можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие силами реакции этих связей:

Вид связи	Реакции	Название связи	Количество реакций
		шарнирно-подвижная опора	1
		шарнирно-неподвижная опора	2
		заделка	3

Распределенную нагрузку q рекомендуется предварительно заменить эквивалентной сосредоточенной силой Q .



Для нахождения величины и направления реакции связей используют условия равновесия системы сил, согласно которым, система сил находится в состоянии равновесия, если алгебраическая сумма проекций всех сил на оси координат равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки также равна нулю:

$$\begin{cases} \sum X = 0 \\ \sum Y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{cases}$$

Направление сил реакции связей выбирают произвольно. Если значения сил при решении получатся отрицательными, то истинное направление расчетных сил противоположно предварительно выбранному.

Уравнения равновесия целесообразно составлять таким образом, чтобы в них входили суммы моментов сил относительно точек, через которые проходят неизвестные реакции связей. В этом случае в каждое уравнение войдет только одна неизвестная величина.

Величины внутренней поперечной силы Q и изгибающего момента M_i на i -ом участке балки определяются с помощью метода сечений через внешние силы и изгибающие моменты по правилам:

- поперечная сила в любом сечении балки равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, на ось перпендикулярную оси балки

$$Q = \sum_{\text{от сечения}}^{\text{с одной стороны}} F_i \quad (4.1)$$

- изгибающий момент в любом сечении балки равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести данного сечения

$$M_{\text{и}} = \sum_{\text{от сечения}}^{\text{с одной стороны}} M_i \quad (4.2)$$

Для построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов необходимо записать соответствующие аналитические выражения для каждого участка балки. При этом необходимо помнить о правилах знаков для Q и $M_{\text{и}}$:

- поперечная сила Q считается положительной, если вызывающая ее внешняя сила стремится повернуть балку относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки;

- изгибающий момент M_u считается положительным, если балка на рассматриваемом участке изгибается выпуклостью вниз.

При построении эпюр следует использовать дифференциальные зависимости между распределенной нагрузкой, поперечной силой и изгибающим моментом:

$$q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2 M_u}{dx^2}. \quad (4.3)$$

Пример решения задачи.

Для двухопорной балки построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M .

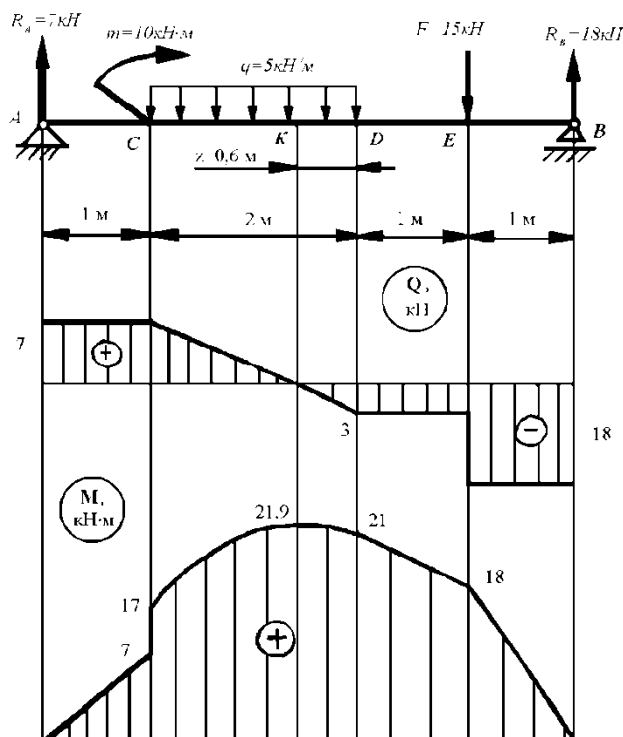


Рисунок 4.1 – Двухопорная балка, эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение

1. Определяем реакции опор:

$$\Sigma M_A = 0; \quad -R_B \cdot 5 + F \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 2 + m = 0;$$

(4.4)

$$\Sigma M_B = 0; \quad R_A \cdot 5 + m - q \cdot 2 \cdot 3 - F \cdot 1 = 0.$$

(4.5)

$$\text{Из (4): } R_B = \frac{F \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 2 + m}{5} = \frac{15 \cdot 4 + 5 \cdot 2 \cdot 2 + 10}{5} = 18 \text{ кН};$$

$$\text{из (5): } R_A = \frac{-m + q \cdot 2 \cdot 3 + F \cdot 1}{5} = \frac{-10 + 5 \cdot 2 \cdot 3 + 15 \cdot 1}{5} = 7 \text{ кН.}$$

$$\text{Проверка: } \Sigma F_{iy} = 0; \quad R_A - q \cdot 2 - F + R_B = 0;$$

$$7 - 5 \cdot 2 - 15 + 18 = 0.$$

2. Построение эпюры поперечных сил Q по характерным точкам

$$\rightarrow | Q_A = R_A = 7 \text{ кН};$$

$$\rightarrow | Q_C = R_A = 7 \text{ кН};$$

$$\rightarrow | Q_D = R_A - q \cdot 2 = 7 - 5 \cdot 2 = -3 \text{ кН};$$

$$| \leftarrow Q_B = -R_B = -18 \text{ кН};$$

$$| \leftarrow Q_E = -R_B = -18 \text{ кН};$$

$$| \leftarrow Q'_E = -R_B + F = -18 + 15 = -3 \text{ кН};$$

Определяем z точка опасного сечения, для этого составляем уравнение для поперечной силы в точке К:

$$| \leftarrow Q_K = -R_B + F + q \cdot z = 0; \quad z = \frac{-F + R_B}{q} = \frac{-15 + 18}{5} = 0,6 \text{ м.}$$

1. Построение эпюры изгибающих моментов M по характерным точкам

$$\rightarrow | M_A = 0; \quad \rightarrow | M_C = R_A \cdot 1 = 7 \cdot 1 = 7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\rightarrow | M'_C = R_A \cdot 1 + m = 7 \cdot 1 + 10 = 17 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$| \leftarrow M_B = 0; \quad | \leftarrow M_E = R_B \cdot 1 = 18 \cdot 1 = 18 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$| \leftarrow M_D = R_B \cdot 2 - F \cdot 1 = 18 \cdot 2 - 15 \cdot 1 = 21 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$| \leftarrow M_K = R_B \cdot 2,6 - F \cdot 1,6 - q \cdot 0,6 \cdot 0,3 = 18 \cdot 2,6 - 15 \cdot 1,6 - 5 \cdot 0,6 \cdot 0,3 = 21,9 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$| \leftarrow M_C = R_B \cdot 4 - F \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 = 18 \cdot 4 - 15 \cdot 3 - 5 \cdot 2 \cdot 1 = 17 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

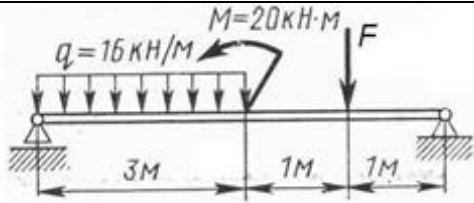
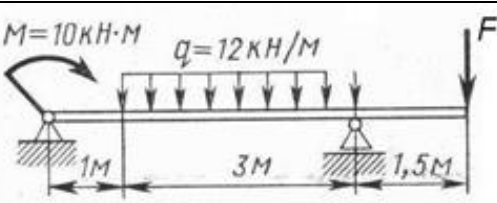
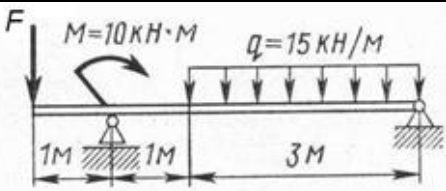
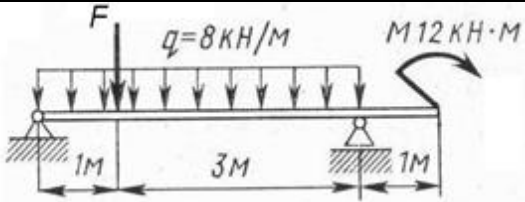
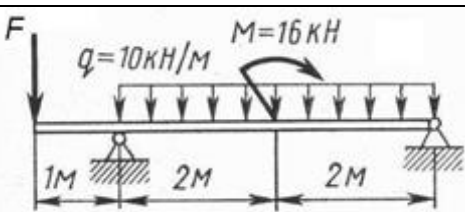
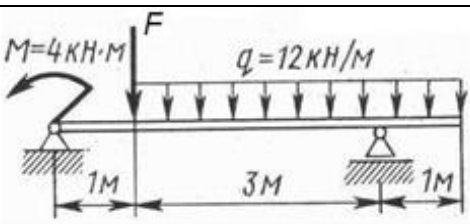
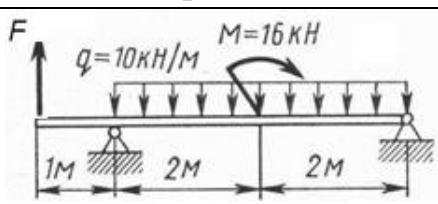
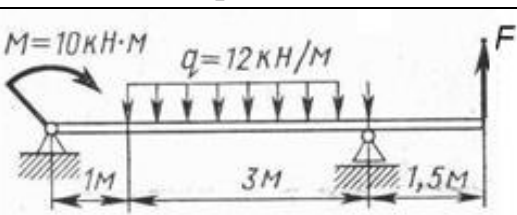
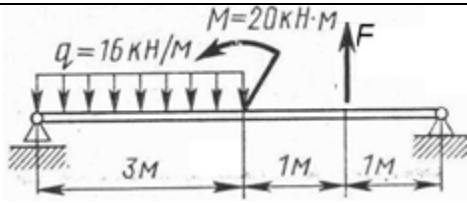
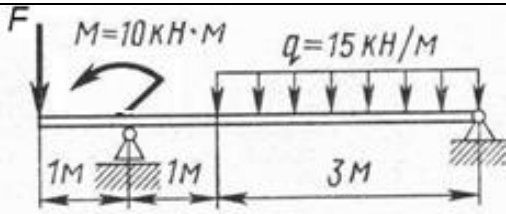
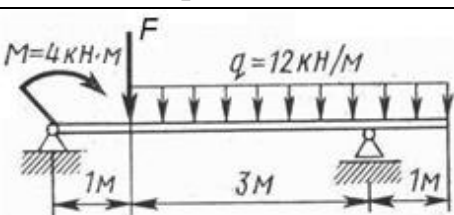
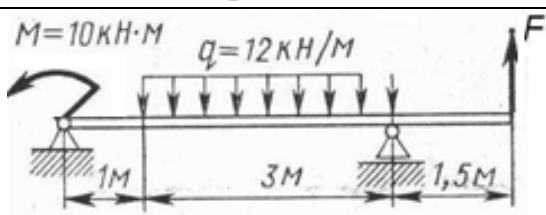
2. Индивидуальные варианты заданий:

Задание: Двухопорная банка находится под действием системы сил и моментов. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. $F=35 \text{ кН}$

Таблица 4.1- Варианты заданий

<p>Вариант 1</p>	<p>Вариант 2</p>
<p>Вариант 3</p>	<p>Вариант 4</p>

Продолжение таблицы 4.1

	
<p>Вариант 5</p>	<p>Вариант 6</p>
	
<p>Вариант 7</p>	<p>Вариант 8</p>
	
<p>Вариант 9</p>	<p>Вариант 10</p>
	
<p>Вариант 11</p>	<p>Вариант 12</p>
	
<p>Вариант 13</p>	<p>Вариант 14</p>
	
<p>Вариант 15</p>	<p>Вариант 16</p>

[Содержание](#)

[Назад](#)

Практическая работа № 5

Расчет вала редуктора на прочность при изгибе с кручением

Цель работы: научиться производить прочностной расчет вала при совместном действии изгиба с кручением.

1. Порядок выполнения работы:

1. Разложить силы на плоскости XOZ и YOZ и составить расчетные схемы.

2. Вычислить реакции R_{Ax} и R_{Bx} , Н в опорах А и В в плоскости XOZ.

3. Вычислить реакции R_{Ay} и R_{By} , Н в опорах А и В в плоскости YOZ.

4. Определить полные поперечные реакции R_A и R_B в опорах по формулам $R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}$ и $R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2}$.

5. Определить изгибающие моменты в характерных точках вала с построением эпюры изгибающих моментов M_{ux} Н·м, в плоскости XOZ.

6. Определить изгибающие моменты в характерных точках вала с построением эпюры изгибающих моментов M_{uy} Н·м, в плоскости YOZ.

7. Вычислить суммарные изгибающие моменты M_{uz} в характерных участках вала $M_{uz} = \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2}$ Н·м, с построением эпюры изгибающих моментов M_{uz} .

8. Представить эпюру крутящих моментов T , Н·м, передаваемых валом.

9. Вычислить эквивалентные изгибающие моменты $M_{экр}$, Н·м, в характерных точках вала $M_{экр} = \sqrt{M_u^2 + (\alpha T)^2}$, с представлением их эпюры, где $\alpha = \sqrt{3}/2$

10. Определить расчетные диаметры вала (с соответствии с первой теорией прочности) в характерных точках $d_{расч} = \sqrt[3]{10^3 M_{экр} / (0,1 [\sigma_u])}$, мм и представляют полученные результаты в виде эпюры. Здесь $[\sigma_u] = \sigma_{-1u} / s_{зан}$, где $s_{зан}$ - коэффициент запаса прочности ($s_{зан} = 4 \div 5$); для стали 45 $\sigma_{-1u} = 280 \text{ МПа}$.

Пример решения задачи.

К стальному валу (вал изготовлен из стали 45) приложены силы и крутящий момент как показано на схеме (рисунок 5.1). Определить расчетные диаметры вала.

Исходные данные: Схема вала; Значение сил и крутящих моментов

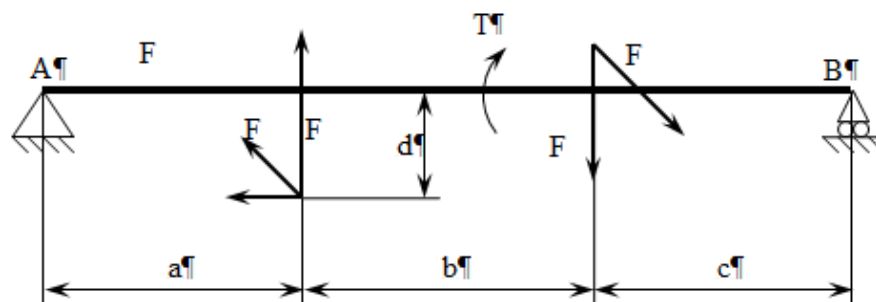


Рисунок 5.1- Расчетная схема

Таблица 5.1- Исходные данные

$T, \text{ Н} \cdot \text{ м}$	$F_1, \text{ Н}$	$F_2, \text{ Н}$	$F_3, \text{ Н}$	$F_4, \text{ Н}$	$F_5, \text{ Н}$	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$d, \text{ м}$
100 на плече b	1200	1000	800	900	1300	0,2	0,4	0,2	0,4

1. Разлагаем силы на плоскости XOZ и YOZ и составим расчетные схемы (Рисунок 5.2)

2. Вычисляем реакции R_{Ax} и R_{Bx} , Н в опорах А и В в плоскости XOZ.

$$\sum M_B = 0: -R_{Ax} \cdot (a+b+c) - F_1 \cdot (b+c) - F_3 \cdot d + F_4 \cdot c = 0;$$

$$R_{Ax} = \frac{-F_1 \cdot (b+c) - F_3 \cdot d + F_4 \cdot c}{(a+b+c)} = \frac{-1200 \cdot (0,4+0,2) - 800 \cdot 0,4 + 900 \cdot 0,2}{0,2+0,4+0,2} = -1075 \text{ Н} = +1075 \text{ Н}$$

$$\sum M_A = 0: F_1 \cdot a - F_3 \cdot d - F_4 \cdot (a+b) + R_{Bx} \cdot (a+b+c) = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{-F_1 \cdot a + F_3 \cdot d + F_4 \cdot (a+b)}{(a+b+c)} = \frac{-1200 \cdot 0,2 + 800 \cdot 0,4 + 900 \cdot (0,2+0,4)}{0,2+0,4+0,2} = 775 \text{ Н}$$

$$\text{Проверка: } -R_{Ax} + F_1 - F_4 + R_{Bx} = 0$$

$$-1075 + 1200 - 900 + 775 = 0 \text{ (верно).}$$

3. Вычисляем реакции R_{Ay} и R_{By} , Н в опорах А и В в плоскости YOZ.

$$\sum M_B = 0: -R_{Ay} \cdot (a+b+c) - F_2 \cdot (b+c) + F_5 \cdot c = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{-F_2 \cdot (b+c) + F_5 \cdot c}{(a+b+c)} = \frac{-1000 \cdot (0,4+0,2) + 1300 \cdot 0,2}{(0,2+0,4+0,2)} = -425 \text{ Н} = +425 \text{ Н}$$

$$\sum M_A = 0: F_2 \cdot a - F_5 \cdot (a+b) + R_{By} \cdot (a+b+c) = 0$$

$$R_{By} = \frac{-F_2 \cdot a + F_5 \cdot (a+b)}{(a+b+c)} = \frac{-1000 \cdot 0,2 + 1300 \cdot (0,4+0,2)}{(0,2+0,4+0,2)} = 725 \text{ Н}$$

$$\text{Проверка: } -R_{Ay} + F_2 - F_5 + R_{By} = 0$$

$$-425 + 1000 - 1300 + 725 = 0 \text{ (верно).}$$

4. Определить полные поперечные реакции R_A и R_B в опорах

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{1075^2 + 425^2} = 1156 \text{ Н},$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{775^2 + 725^2} = 1061 \text{ Н}.$$

5. Определяем изгибающие моменты в характерных точках вала с построением эпюры изгибающих моментов $M_{из}$ Н·м, в плоскости XOZ.

$$M_{1x} = -R_{Ax} \cdot a = -1075 \cdot 0,2 = -215 \text{ Н} \cdot \text{ м},$$

$$M'_{1x} = -R_{Ax} \cdot a + F_3 \cdot d = -1075 \cdot 0,2 + 800 \cdot 0,4 = 105 \text{ Н} \cdot \text{ м},$$

$$M_{2x} = -R_{Ax} \cdot (a+b) + F_3 \cdot d + F_1 \cdot b = -1075 \cdot (0,2+0,4) + 800 \cdot 0,4 + 1200 \cdot 0,4 = 155 \text{ Н} \cdot \text{ м},$$

$$M_{3x} = -R_{Ax} \cdot (a + b + c) + F_3 \cdot d + F_1 \cdot (b + c) - F_4 \cdot c = \\ = -1075 \cdot (0,2 + 0,4 + 0,2) + 800 \cdot 0,4 + 1200 \cdot (0,4 + 0,2) - 900 \cdot 0,2 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

6. Определяем изгибающие моменты в характерных точках вала с построением эпюры изгибающих моментов M_{iy} Н·м, в плоскости YOZ.

$$M_{1y} = -R_{Ay} \cdot a = -425 \cdot 0,2 = -85 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M_{2y} = -R_{Ay} \cdot (a + b) + F_2 \cdot b = -425 \cdot (0,2 + 0,4) + 1000 \cdot 0,4 = 145 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M_{3y} = -R_{Ay} \cdot (a + b + c) + F_2 \cdot (b + c) - F_5 \cdot c = \\ = -425 \cdot (0,2 + 0,4 + 0,2) + 1000 \cdot (0,4 + 0,2) - 1300 \cdot 0,2 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

7. Вычисляем суммарные изгибающие моменты $M_{из}$ в характерных участках вала $M_{из} = \sqrt{M_{ix}^2 + M_{iy}^2}$ Н·м, с построением эпюры изгибающих моментов $M_{из}$.

$$M_{1из} = \sqrt{M_{1x}^2 + M_{1y}^2} = \sqrt{(-215)^2 + (-85)^2} = 231 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M'_{1из} = \sqrt{M'_{1x}^2 + M_{1y}^2} = \sqrt{105^2 + (-85)^2} = 135 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M_{2из} = \sqrt{M_{2x}^2 + M_{2y}^2} = \sqrt{155^2 + 145^2} = 212 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M_{3из} = \sqrt{M_{3x}^2 + M_{3y}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

8. Представляем эпюру крутящих моментов T , Н·м, передаваемых валом.

9. Вычисляем эквивалентные изгибающие моменты $M_{экв}$, Н·м, в характерных точках вала $M_{экв} = \sqrt{M_u^2 + (\alpha T)^2}$, с представлением их эпюры, где $\alpha = \sqrt{3}/2$

$$M_{1экв} = \sqrt{M'_{1из}^2 + (\alpha T)^2} = \sqrt{135^2 + ((\sqrt{3}/2) \cdot 0)^2} = 135 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M'_{1экв} = \sqrt{M_{1из}^2 + (\alpha T)^2} = \sqrt{231^2 + ((\sqrt{3}/2) \cdot 100)^2} = 247 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M_{2экв} = \sqrt{M_{2из}^2 + (\alpha T)^2} = \sqrt{212^2 + ((\sqrt{3}/2) \cdot 100)^2} = 229 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M'_{2экв} = \sqrt{M_{2из}^2 + (\alpha T)^2} = \sqrt{212^2 + ((\sqrt{3}/2) \cdot 0)^2} = 212 \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ M_{3экв} = \sqrt{M_{3из}^2 + (\alpha T)^2} = \sqrt{0^2 + ((\sqrt{3}/2) \cdot 0)^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

10. Определяем расчетные диаметры вала (с соответствии с первой теорией прочности) в характерных точках $d_{расч} = \sqrt[3]{10^3 M_{экв} / (0,1[\sigma_u])}$, мм и представляют полученные результаты в виде эпюры. Здесь $[\sigma_u] = \sigma_{-1u} / s_{зан}$, где $s_{зан}$ - коэффициент запаса прочности ($s_{зан} = 4 \div 5$); для стали 45 $\sigma_{-1u} = 280 \text{ МПа}$.

$$d_{расч1} = \sqrt[3]{10^3 M_{экв1} / (0,1[\sigma_u])} = \sqrt[3]{10^3 \cdot 135 / (0,1 \cdot 280)} = 16,89 \text{ мм}, \\ d'_{расч1} = \sqrt[3]{10^3 M'_{экв1} / (0,1[\sigma_u])} = \sqrt[3]{10^3 \cdot 247 / (0,1 \cdot 280)} = 20,66 \text{ мм}, \\ d_{расч2} = \sqrt[3]{10^3 M_{экв2} / (0,1[\sigma_u])} = \sqrt[3]{10^3 \cdot 229 / (0,1 \cdot 280)} = 20,15 \text{ мм}, \\ d'_{расч2} = \sqrt[3]{10^3 M'_{экв2} / (0,1[\sigma_u])} = \sqrt[3]{10^3 \cdot 212 / (0,1 \cdot 280)} = 19,64 \text{ мм}, \\ d_{расч3} = \sqrt[3]{10^3 M_{экв2} / (0,1[\sigma_u])} = \sqrt[3]{10^3 \cdot 0 / (0,1 \cdot 280)} = 0 \text{ мм}.$$

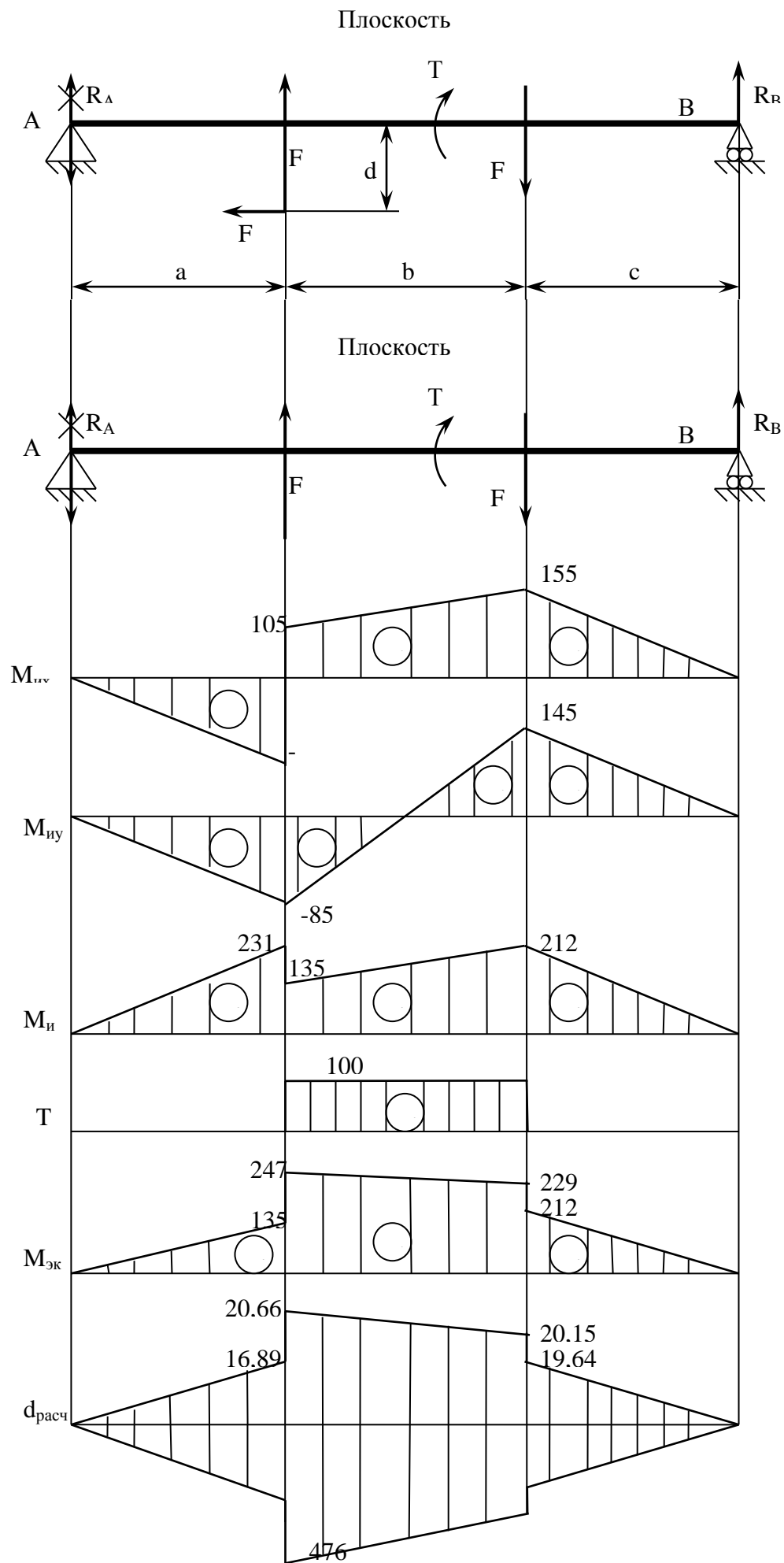


Рисунок 5.2 – Эпюры

2.Индивидуальные варианты заданий:

Задание: К стальному валу (вал изготовлен из стали 45) приложены силы и крутящий момент как показано на схеме (рисунок 5.3). Значения сил и расстояний приведены в таблице 5.2. Определить расчетные диаметры вала при совместном действии изгибающего и крутящего моментов.

Таблица 5.2 – Значение сил и крутящего момента приложенных к валу.

Вариант	№ схемы	$T, \text{Н} \cdot \text{м}$	$F_1, \text{Н}$	$F_2, \text{Н}$	$F_3, \text{Н}$	$F_4, \text{Н}$	$F_5, \text{Н}$	$a, \text{м}$	$b, \text{м}$	$c, \text{м}$	$d, \text{м}$
1	1	100 на плече $b+c$	1200	1000	800	900	-	0,2	0,4	0,2	0,4
2	2	150 на плече b	1000	1200	600	500	400	0,2	0,4	0,2	0,4
3	3	100 на плече $b+c$	1000	1000	600	700	-	0,2	0,4	0,2	0,4
4	4	150 на плече b	1200	1000	600	500	600	0,2	0,4	0,2	0,4
5	1	100 на плече $b+c$	1300	1100	700	600	-	0,2	0,4	0,2	0,4
6	2	150 на плече b	900	1100	700	800	800	0,2	0,4	0,2	0,4
7	3	100 на плече $b+c$	1100	1100	500	600	-	0,2	0,4	0,2	0,4
8	4	150 на плече b	1000	1000	600	600	1000	0,2	0,4	0,2	0,4
9	1	100 на плече $b+c$	1500	1400	1000	1000	-	0,2	0,4	0,2	0,4
10	2	150 на плече b	1100	1100	200	800	1100	0,2	0,4	0,2	0,4
11	3	100 на плече $b+c$	1300	1300	400	600	-	0,2	0,4	0,2	0,4
12	4	150 на плече b	1800	700	1200	1100	1200	0,2	0,4	0,2	0,4
13	1	100 на плече $b+c$	600	1800	1800	100	-	0,2	0,4	0,2	0,4
14	2	150 на плече b	500	1900	300	400	1300	0,2	0,4	0,2	0,4
15	3	100 на плече $b+c$	1300	1200	500	1200	-	0,2	0,4	0,2	0,4

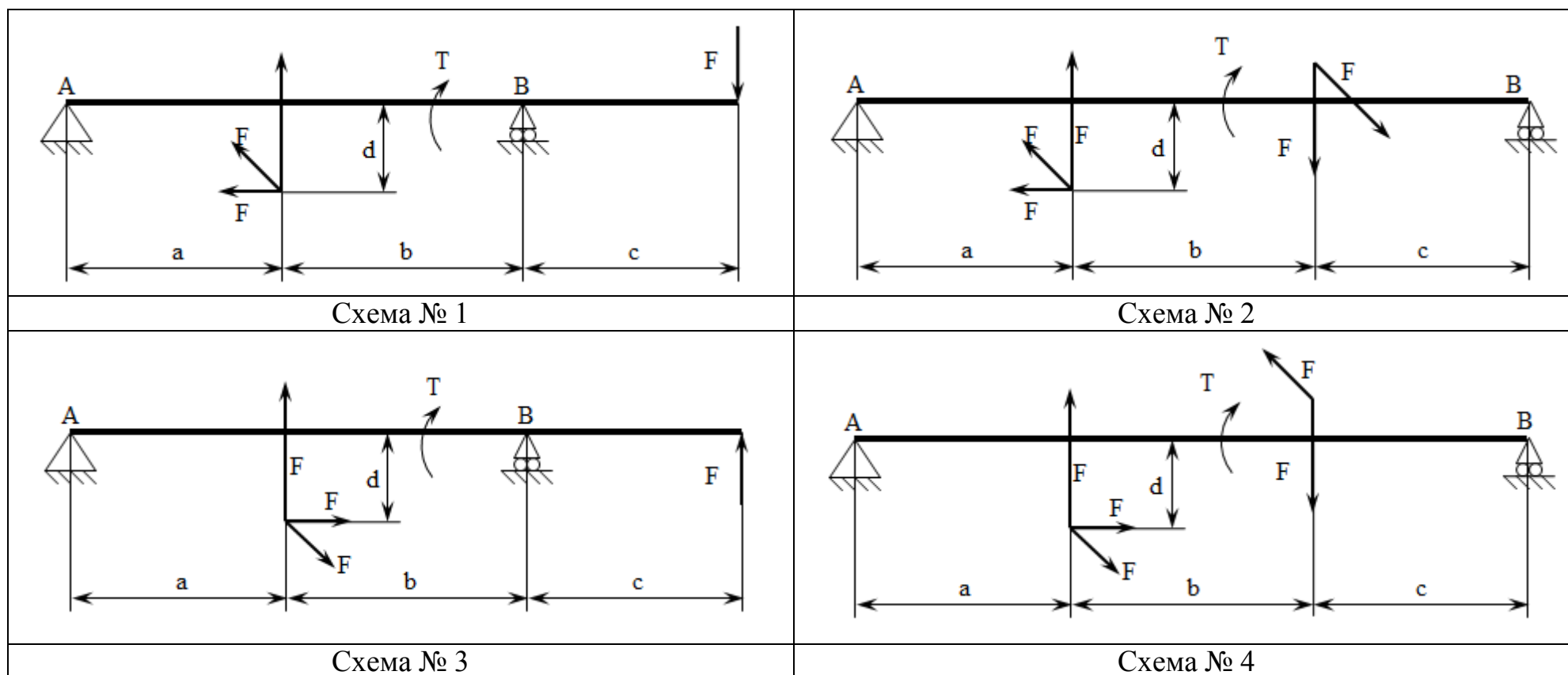


Рисунок 5.3 – Схемы для выполнения практической работы

[Содержание](#)

[Назад](#)

Практическая работа № 6

Тема: Расчет плоскоременных передач

Цель работы: познакомиться с видами ременных передач, основными параметрами ременной передачи, последовательностью расчета. Научиться рассчитывать ременную передачу.

1. Порядок выполнения работы:

Расчет основных параметров плоскоременной передачи.

1 Диаметр ведущего шкива, мм.

1.1 для резиново-тканевых и капроновых с полиамидным покрытием ремней

$$d_{1\min} = (1100 \dots 1300) \sqrt[3]{P_1 / n_1}; \quad (6.1)$$

2 По таблице 1 выбирают расчетный диаметр ведущего шкива, мм $d_1 \geq d_{1\min}$ (первый больший)

Диаметр ведомого шкива, мм $d'_2 = d_1 \cdot u$. Действительный диаметр, мм $d_2 \leq d'_2$ (таблица 1) (первый меньший).

3 Действительное передаточное число передачи

$$u_d = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)}; \quad (6.2)$$

где $\varepsilon = (0,015 \dots 0,020)$ - коэффициент упругого скольжения;

4 Рекомендуемое межосевое расстояние, мм $a = f(d_1, u)$ (таблица 2); $a \geq a'$.

5 Расчетная длина ремня, мм

$$L'_p = 2a + 0.5\pi(d_1 + d_2) + 0.25(d_2 - d_1)^2 / a \quad (6.3)$$

Действительная длина ремня, мм

- для ремней, поставляемых в виде рулонов, должна учитывать величину ΔL_p , необходимую для соединения ремня

$$L_p = L'_p + \Delta L_p \quad (\Delta L_p \cong B_p) \quad (6.4)$$

- для ремней, поставляемых мерной длиной, $L_p \geq L'_p$, где L_p (таблицы 6.3 или 6.4)

В этом случае действительное межосевое расстояние передачи, мм

$$a_d = a + 0.5(L_p - L'_p). \quad (6.5)$$

6 Угол обхвата ремнем ведущего шкива, град.

$$\alpha_1^\circ = 180^\circ - 57^\circ(d_2 - d_1) / a.$$

Значение коэффициента, учитывающего влияние угла обхвата на ведущем шкиве (таблица 5)

$$c_a = 1 - 0.003(180^\circ - \alpha_1^\circ) \quad (6.6)$$

7 Скорость ремня, м/с

$$\nu = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 10^3}. \quad (6.7)$$

Значение коэффициента, учитывающего влияние центробежных сил (таблица 6.6)

$$c_v = 1.04 - 0.0004\nu^2 \quad (6.8)$$

8 Число пробегов ремня, с^{-1}

$$\nu = \nu / L_p \leq [\nu]. \quad (6.9)$$

Для соединяемых ремней $[\nu] \leq 5,0 \text{ с}^{-1}$;

для ремней мерной длины $[\nu] \leq 40,0 \text{ с}^{-1}$.

9 Окружное усилие, Н $F_t = 2T_1 10^3 / d_1$;

10 Номинальное удельное окружное усилие, Н/мм $q_0 = F_t / B_p$, передаваемое ремнями (при $\alpha_1 = 180^\circ$, $\nu = 10 \text{ м/с}$, односменном легком режиме работы, горизонтальном расположении передачи) (таблица 6.10)

11 Допускаемое удельное окружное усилие $[q]$ в реальных условиях эксплуатации, Н/мм

$$[q] = q_0 c_0 c_v c_a / c_p; \quad (6.10)$$

где c_0 - коэффициент, учитывающий вид передачи и угол наклона межосевой линии к горизонту (таблица 6.8)

c_p - коэффициент, учитывающий динамичность нагружения передачи и режим его работы (таблица 6.9)

12 Ширина ремня, мм

$$B'_p = F_t / [q]. \quad (B'_p \leq 1,2 d_1). \quad (6.11)$$

Величину B'_p округляют до ближайшего большего стандартного значения B_p (таблицы 6.2, 6.3 или 6.7) с проверкой для резинотканевых ремней соответствия ширины B_p и числа несущих слоев ремня i .

13 Толщина ремня, мм $H_p = f(i)$ (таблицы 6.2, 6.3 или 6.11)

14 Сила, нагружающая валы передачи, Н

$$F = 2F_0 \sin(\alpha_1 / 2); \quad (6.12)$$

где $F_0 = 0,5F_t / \varphi$ - предварительное натяжение ремня, Н;

F_t - окружное усилие, Н

φ - коэффициент тяги:

- для ремней прорезиненных $\varphi = (0,50...0,60)$,

- для ремней с полиамидным покрытием $\varphi = (0,55...0,65)$.

Таблица 6.1 – Диаметры шкивов d плоскоременных передач

..., 40, 45, 50, 56, 63, 71, 80, 90, 100, 112, 125, 140, 160, 180, 200,
224, 250, 280, 315, 355, 400, 450, 500, 560, 630, 710, 800, 900, 1000,
...

Таблица 6.2 – Рекомендуемые межосевые расстояния a для плоскоременных передач

u	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
a , мм	$(1,5...2,0)d_1$	$2,4d_1$	$3,0d_1$	$3,8d_1$	$4,5d_1$	$5,0d_1$

Таблица 6.3 – Основные размеры синтетических ремней

Ширина B_p , мм	Толщина H_p , мм	Внутренняя длина L_p , мм
10	0,5	250, 260, 280, 300, 320, 340, 350, 380, 400
15	0,5	420, 450, 480, 500, 530, 560, 600, 630, 670
20	0,5	710, 750, 800, 850, 900, 950
25	0,5	1000, 1060, 1120, 1180, 1250, 1320, 1400
30	0,7	1500, 1600, 1700, 1800, 1900, 2000
40	0,7	2120, 2240, 2360, 2500, 2650, 2800
50	0,7	3000, 3150, 3350
60	0,7	
80	0,7	
100	0,7	

Таблица 6.4 – Основные размеры кордшнуровых плоских ремней

Ширина B_p , мм	Толщина H_p , мм	Внутренняя длина L_p , мм
30	2,2	500, 550, 600, 650, 700
40	2,2	750, 800, 850, 900, 1000
50	2,2	1050, 1100, 1150, 1200, 1250
60	2,8	1700, 1800, 2000, 2500, 3000

Таблица 6.5 – Значения коэффициента c_a , учитывающего влияние угла обхвата

α_1°	220	210	220	190	180	170	160	150	140
c_a	1,08	1,06	1,04	1,02	1,00	0,98	0,95	0,92	0,89

Таблица 6.6 – Значение коэффициента c_v , учитывающего влияние центробежных сил

Скорость ремня v , м/с	5	7	10	12	15	20	25	30
c_v	1,03	1,02	1,0	0,98	0,95	0,88	0,79	0,68

Таблица 6.7 – Ширина B_p и число несущих слоев i резиноканевых ремней

B_p , мм	20, 25, 30, 40, 50, 63, 71	80, 90, 100, 112	125, 160, 180, 200, ...
i , шт	2...5	3...6	4...6

Таблица 6.8 – Значения коэффициента c_0 , учитывающего вид передачи и угол наклона межосевой линии к горизонту

c_0			
Открытая передача с натяжением ремня за счет его упругости при угле наклона межосевой линии к горизонту			Передача с автоматическим натяжением ремня
$0^\circ \dots 60^\circ$	$60^\circ \dots 80^\circ$	$80^\circ \dots 90^\circ$	
1,0	0,9	0,8	1,0

Таблица 6.9 – Значения коэффициента c_p , учитывающего динамичность нагружения передачи и режим ее работы

Режим работы	c_p при числе смен работы передачи								
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	I			II			III		
Легкий	1,0	1,1	1,4	1,1	1,2	1,5	1,2	1,4	1,6
Средний	1,0	1,2	1,5	1,2	1,4	1,6	1,3	1,5	1,7
Тяжелый	1,2	1,3	1,6	1,3	1,5	1,7	1,4	1,6	1,9
Очень тяжелый	1,3	1,5	1,7	1,4	1,6	1,8	1,5	1,7	2,0

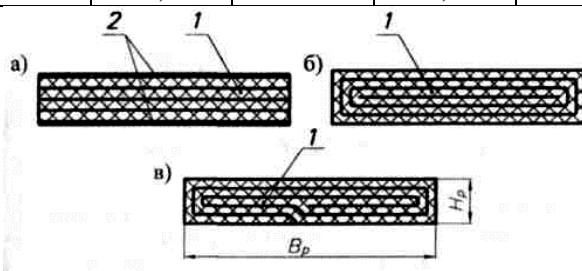
I – Электродвигатели переменного тока общепромышленного применения, электродвигатели постоянного тока шунтовые, турбины;
 II – Электродвигатели постоянного тока компаундные, ДВС при $n \geq 600$ мин⁻¹;
 III – Электродвигатели переменного тока с повышенным пусковым моментом, электродвигатели постоянного тока серийные, ДВС при $n < 600$ мин⁻¹.

Таблица 6.10 – Номинальное удельное окружное усилие q_0 , передаваемое ремнями

Ремни прорезиненные из ткани БКНЛ_65 и бельтинга Б-820					
Число несущих слоев i , шт	d_1 , мм	q_0 , Н/мм			
		2,00	2,25	2,50	3,00
2	80	5,0	5,4	5,8	6,6
	100	5,2	5,6	6,0	6,8
	≥ 125	5,3	5,7	6,1	6,9
3	125	8,1	7,3	8,8	10,0
	260	7,3	8,5	9,1	10,3
	≥ 200	7,5	8,7	9,3	10,5
4	180	10,2	11,1	12,0	13,4
	224	10,5	11,4	12,3	13,8
	≥ 280	10,7	11,6	12,5	14,1
5	250	12,7	14,0	15,1	17,0
	315	13,0	14,4	15,5	17,4
	≥ 400	13,2	14,6	15,8	17,7
Ремни кордшнуровые прорезиненные					
	100	2,5			
	180	4,5			
	220	6,5			
Ремни капроновые с полиамидным покрытием					
	100...200	1,0			
Ремни кордленточные полиамидные					
	100	2,0...6,5			
	180	2,5...7,0			
	220	3,0...9,0			

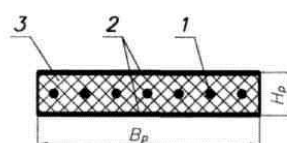
Таблица 6.11 – Толщина H_p и число несущих слоев i резиноканевых ремней и рекомендуемые диаметры шкивов d_{1min}

Число слоев i , шт.	Бельтинг Б-800 и Б-820				БКНЛ-65 и БКНЛ-65-2			
	с обкладками		без обкладок		с обкладками		без обкладок	
	H_p , мм	d_{1min} , мм	H_p , мм	d_{1min} , мм	H_p , мм	d_{1min} , мм	H_p , мм	d_{1min} , мм
2	3,0	90	2,5	80	-	-	-	-
3	4,5	140	3,75	112	3,6	112	3,0	90
4	6,0	180	5,0	140	4,8	140	4,0	112
5	7,5	224	6,25	180	6,0	180	5,0	140
6	9,0	280	7,5	224	7,2	200	6,0	180

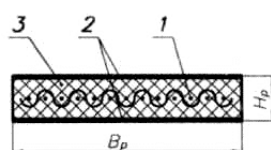


а) нарезная (тип А) с обкладками; б) послойно завернутая (тип Б) с обкладкой (без обкладок); в) спирально завернутая (тип В) без обкладок; 1 – слои корд-ткани; 2 – обкладки.

Рисунок 6.1 – Конструкции резиновых плоских ремней.

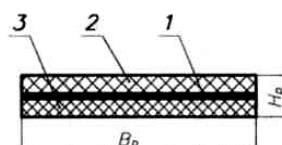


1 – кордшнуры; 2 – обкладки; 3 – резиновый наполнитель
Рисунок 6.2 – Конструкция кордшнуровых плоских ремней.



1 – капроновая ткань с полиамидной пропиткой; 2 – пленка на основе полиамида с нитрильным каучуком; 3 – наполнитель (резина).

Рисунок 6.3 – Конструкция капроновых плоских ремней с полиамидным покрытием.



1 – кордлента; 2 – адгезионный слой; 3 – полиамидное защитное покрытие

Рисунок 6.4 – Конструкция кордленточных полиамидных плоских ремней.

2. Индивидуальные варианты заданий:

Задание: Произвести расчет ременной передачи. Исходные данные для расчета приведены в таблице 6.12.

Таблица 6. 12 – Исходные данные для расчета ременной передачи.

Вариант	P_1 , кВт	n_1 , мин ⁻¹	u	Вид передачи	Расположение передачи
1	1,5	50	2	Плоскоременная	Вертикальное
2	1,8	65	2,5	Плоскоременная	Под углом 60° к горизонту
3	2,1	80	3	Плоскоременная	Под углом 45° к горизонту
4	2,4	95	2,5	Плоскоременная	Горизонтальное
5	2,7	110	2	Плоскоременная	Вертикальное
6	1,5	60	2	Плоскоременная	Вертикальное
7	1,3	65	2,5	Плоскоременная	Под углом 60° к горизонту
8	2,1	85	3	Плоскоременная	Под углом 45° к горизонту
9	2,4	90	2,5	Плоскоременная	Горизонтальное
10	2,7	100	2	Плоскоременная	Вертикальное
11	1,8	60	2	Плоскоременная	Вертикальное
12	1,9	70	2,5	Плоскоременная	Под углом 60° к горизонту
13	2,1	80	3	Плоскоременная	Под углом 45° к горизонту
14	2,0	90	2,5	Плоскоременная	Горизонтальное
15	2,5	100	2	Плоскоременная	Вертикальное

КПД ременной передачи $\eta = 0,93...0,96$.

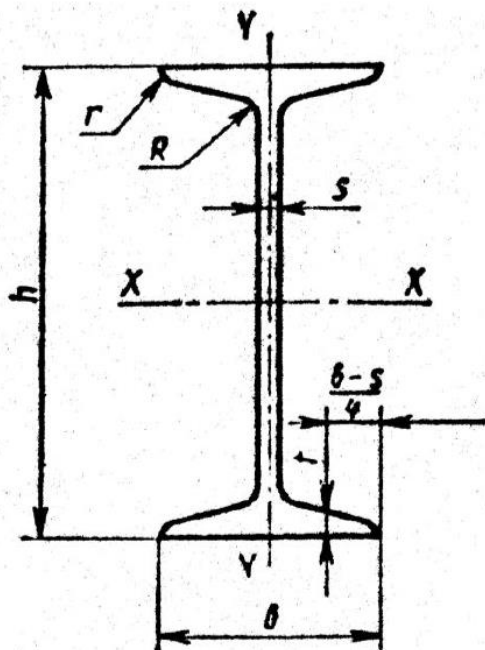
[Содержание](#)

[Назад](#)

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Сортамент прокатной стали

ГОСТ 8239-89. Сталь горячекатаная. Балки двутавровые.

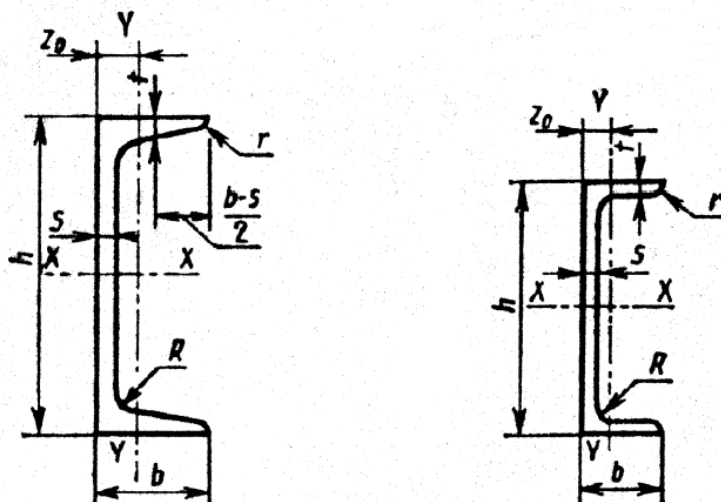


Обозначения:

- h – высота двутавра;
- b – ширина полки;
- s – толщина стенки;
- t – средняя толщина полки;
- R – радиус внутреннего закругления;
- r – радиус закругления полки.

Номер дву- тавра	Размеры						Пло- щадь попе- речного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>X - X</i>				<i>Y - Y</i>		
					не более				<i>I_x</i> , см ⁴	<i>W_x</i> , см ³	<i>i_x</i> , см	<i>S_x</i> , см ³	<i>I_y</i> , см ⁴	<i>W_y</i> , см ³	<i>i_y</i> , см
	мм								<i>I_x</i> , см ⁴	<i>W_x</i> , см ³	<i>i_x</i> , см	<i>S_x</i> , см ³	<i>I_y</i> , см ⁴	<i>W_y</i> , см ³	<i>i_y</i> , см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	87,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

ГОСТ 8240-89. Сталь горячекатаная. Швеллер



Обозначения:

- h – высота;
- b – ширина полки;
- s – толщина стенки;
- t – толщина полки;
- R – радиус внутреннего закругления;
- r – радиус закругления полки;
- Z_0 – расстояние от оси $Y-Y$ до наружной грани стенки.

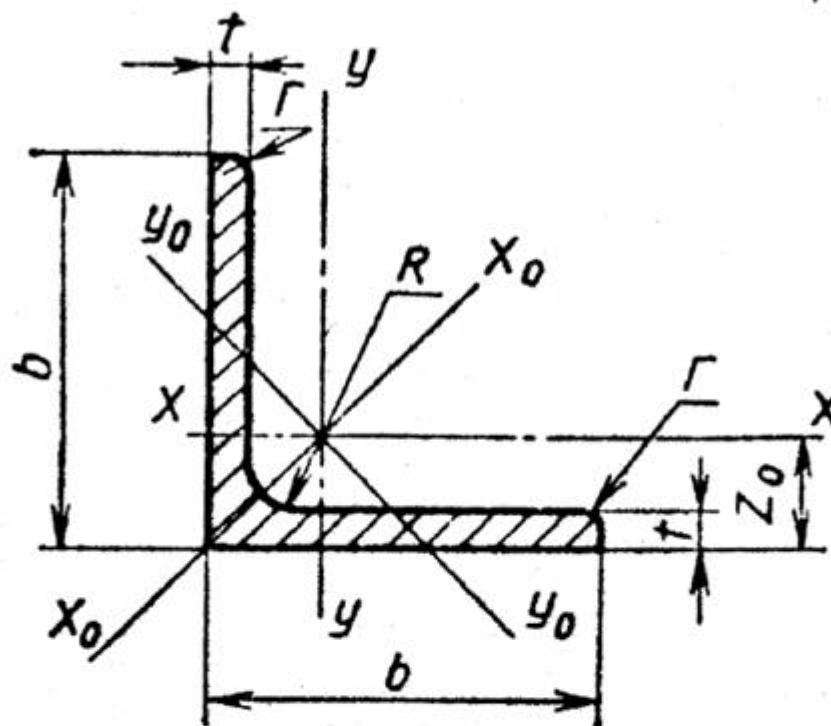
Швеллеры с уклоном внутренних граней полок

Номер швеллера	Размеры						Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей							Z ₀ , см
	h	b	s	t	R	r			X – X				Y – Y			
					не более				I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	I _y , см	
	мм															
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	23,30	12,80	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,0	20,00	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,0	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,0	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,0	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,0	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,0	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,0	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,0	61,70	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,0	73,40	3,23	2,75

Швеллеры с параллельными гранями полок

Номер швеллера	Размеры						Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей							Z ₀ , см
	h	b	s	t	R	r			X – X				Y – Y			
					не более				I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	I _y , см	
	мм															
5П	50	32	4,4	7,0	6,0	3,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,61	5,95	2,99	0,98	1,21
6,5П	65	36	4,4	7,2	6,0	3,5	7,51	5,90	48,8	15,0	2,55	9,02	9,35	4,06	1,12	1,29
8П	80	40	4,5	7,4	6,5	3,5	8,98	7,05	89,8	22,5	3,16	13,30	13,90	3,31	1,24	1,38
10П	100	46	4,5	7,6	7,0	4,0	10,90	8,59	175,0	34,9	3,99	20,50	22,60	7,37	1,44	1,53
12П	120	52	4,8	7,8	7,5	4,5	13,30	10,40	305,0	50,8	4,79	29,70	34,90	9,84	1,62	1,66
14П	140	58	4,9	8,1	8,0	4,5	15,60	12,30	493,0	70,4	5,61	40,90	51,50	12,90	1,81	1,82
16П	160	64	5,0	8,4	8,5	5,0	18,10	14,20	750,0	93,8	6,44	54,30	72,80	16,40	2,00	1,97
16аП	160	68	5,0	9,0	8,5	5,0	19,50	15,30	827,0	103,0	6,51	59,50	90,50	19,60	2,15	2,19
18П	180	70	5,1	8,7	9,0	5,0	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,26	70,00	100,00	20,60	2,20	2,14
18аП	180	74	5,1	9,3	9,0	5,0	22,20	17,40	1200,0	133,0	7,34	76,30	123,00	24,30	2,35	2,36
20П	200	76	5,2	9,0	9,5	5,5	23,40	18,40	1530,0	153,0	8,08	88,0	134,00	25,20	2,39	2,30
22П	220	82	5,4	9,5	10,0	6,0	26,70	21,00	2120,0	193,0	8,90	111,0	178,00	31,00	2,58	2,47
24П	240	90	5,6	10,0	10,5	6,0	30,60	24,00	2910,0	243,0	9,75	139,0	248,00	39,50	2,85	2,72
27П	270	95	6,0	10,5	11,0	6,5	35,20	27,70	4180,0	310,0	10,90	178,0	314,00	46,70	2,99	2,78
30П	300	100	6,5	11,0	12,0	7,0	40,50	31,80	5830,0	387,0	12,00	224,0	393,00	54,80	3,12	2,83
33П	330	105	7,0	11,7	13,0	7,5	46,50	36,50	8010,0	486,0	13,10	281,0	491,00	64,60	3,25	2,90
36П	360	110	7,5	12,6	14,0	8,5	53,40	41,90	10850,0	603,0	14,30	350,0	611,00	76,30	3,38	2,99
40П	400	115	8,0	13,5	15,0	9,0	61,50	48,30	15260,0	763,0	15,80	445,0	760,00	89,90	3,51	3,05

ГОСТ 8509-86. Сталь горячекатаная. Уголки равнополочные



Обозначения:

- b – ширина полки; t – толщина полки;
- R – радиус внутреннего закругления;
- r – радиус закругления полок, I – момент инерции;
- i – радиус инерции;
- Z_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;
- I_{xy} – центробежный момент инерции.

Пример условного обозначения равнополочного уголка размера-
ми 50×50×3 мм высокой точности прокатки (А) из стали марки
Ст3сп, категории 3, подгруппы 1:

$$\text{Уг олок} \frac{50 \times 50 \times 3 - А \text{ ГОСТ } 8509 - 86}{Ст3сп3 - 1 \text{ ГОСТ } 535 - 79}.$$

Но- мер угол- ка	b_0	t , мм	R , мм	r , мм	Площадь попереч- ного се- чения, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м угол- ка, кг
						$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			I_{xy} , см ⁴	Z_0 , см	
						I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \max}$, см	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_{y_0} , см			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
		4			1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,63	1,15
2,5	25	3			1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
		4			1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46
		5*			2,27	1,22	0,71	0,73	1,91	0,92	0,53	0,47	0,48	0,69	0,80	1,78
2,8	28	3	4	1,3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4			2,27	1,84	0,87	0,80	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
		5*			2,78	2,20	1,06	0,89	3,47	1,12	0,94	0,71	0,58	1,27	0,93	2,18
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
		4			2,43	2,26	1,0	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,5	35	3			2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60
		4			2,17	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,10
		5			3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58
4	40	3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4			3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5			3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
		6*			4,48	6,41	2,30	1,20	10,13	1,50	2,70	1,58	0,78	3,72	1,21	3,52
4,5	45	3			2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
		4			3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
		5			4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
		6*			5,08	9,35	2,95	1,36	14,80	1,71	3,90	1,06	0,88	5,45	1,34	3,99

Но- мер угол- ка	b_0	t , мм	R , мм	r , мм	Площадь попереч- ного се- чения, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м угол- ка, кг
						$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			I_{xy} , см ⁴	Z_0 , см	
						I_{x_0} , см ⁴	W_{x_0} , см ³	i_{x_0} , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \max}$, см	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_{y_0} , см			
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
		4			3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		5			4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77
		6			5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
		7*			6,56	14,84	4,23	1,50	23,47	1,89	6,21	2,93	0,97	8,63	1,50	5,15
		8*			7,41	16,51	4,76	1,49	26,03	1,87	6,98	3,22	0,97	9,52	1,53	5,82
5,6	56	4	6	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5			5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
6*	60	4	7,0	2,3	4,72	16,21	3,70	1,85	25,69	2,33	6,72	2,93	1,19	9,48	1,62	3,71
		5			5,83	19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	11,61	1,66	4,58
		6			6,92	23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	13,60	1,70	5,43
		8			9,04	29,55	7,00	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	17,22	1,78	7,10
		10			11,08	35,32	8,52	1,79	55,64	2,24	15,00	5,70	1,16	20,32	1,85	8,70
6,3	63	4			4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
		5			6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
		6			7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5			6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6			8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
		7			9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
		8			10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37
		10*			13,11	57,90	11,82	2,10	91,52	2,64	24,27	8,17	1,36	33,60	2,10	10,29

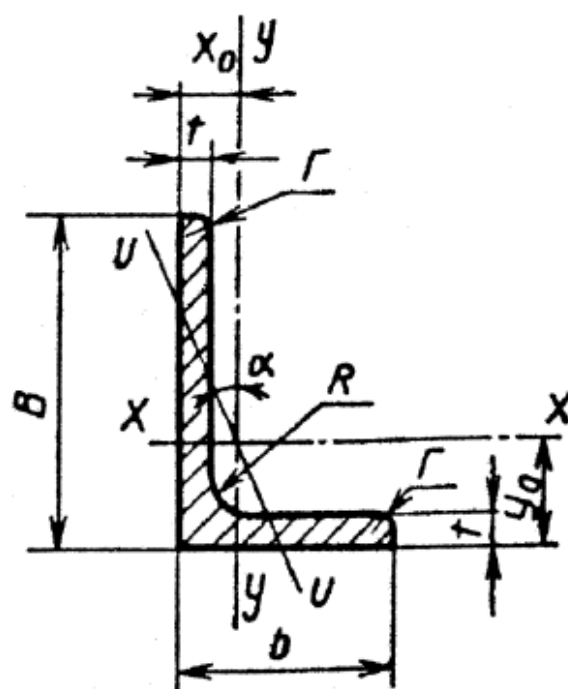
Но- мер угол- ка	b_0	t , мм	R , мм	r , мм	Площадь попереч- ного сече- ния, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м угол- ка, кг
						$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			I_{xy} , см ⁴	Z_0 , см	
						I_x , см ⁴	W_{x_3} , см ³	i_x , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \max}$, см	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_{y_0} , см			
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
		6			8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
		7			10,15	53,34	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,96
		8			11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
		9			12,83	66,10	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
		6			9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7			10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8			12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
		10*			15,14	83,58	15,67	2,42	140,31	3,04	36,82	11,09	1,56	56,70	2,35	11,88
		12*			17,90	102,74	18,42	2,40	162,27	3,01	43,21	12,62	1,55	59,50	2,42	14,05
9	90	6	10,0	3,3	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
		7			12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
		8			13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9			15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
		10*			17,17	128,60	20,07	2,74	203,93	3,45	53,27	14,54	1,76	75,30	2,59	13,48
		12*			20,33	149,67	23,85	2,71	235,88	3,41	62,40	16,53	1,75	86,20	2,67	15,96

Но- мер угол- ка	b_0	t , мм	R , мм	r , мм	Площадь попереч- ного се- чения, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м угол- ка, кг
						$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			I_{xy} , см ⁴	Z_0 , см	
						I_x , см ⁴	W_{x_3} , см ³	i_x , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \max}$, см	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_{y_0} , см			
10	100	6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		7			13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
		8			15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
		10			19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
		12			22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,00	2,91	17,90
		14			26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138,00	2,99	20,63
		15*			27,99	250,68	35,95	2,99	395,87	3,76	105,48	24,62	1,94	145,00	3,03	21,97
		16			29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,00	3,06	23,30
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
		8			17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50
12*	120	8			18,80	259,75	29,68	3,73	412,45	4,68	107,04	23,29	2,39	153,00	3,25	14,76
		10			23,24	317,16	36,59	3,69	503,79	4,66	130,54	27,72	2,37	187,00	3,33	18,24
		12			27,60	371,80	43,30	3,67	590,28	4,62	153,33	31,79	2,36	218,00	3,41	21,67
		15			33,99	448,90	52,96	3,63	711,32	4,57	186,48	37,35	2,34	262,00	3,53	26,68
12,5	125	8			14,0	4,6	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	172,00
		9	22,0	327,48			36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,00	3,40	17,30
		10	24,33	359,82			39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,00	3,45	19,10
		12	28,89	422,23			47,05	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,00	3,53	22,68
		14	33,37	481,76			54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,00	3,61	26,20
		16	37,77	538,56			61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315	3,68	29,65

Но- мер угол- ка	b_0	t , мм	R , мм	r , мм	Площадь попереч- ного се- чения, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м угол- ка, кг
						$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			I_{xy} , см ⁴	Z_0 , см	
						I_x , см ⁴	W_{x_3} , см ³	i_x , см	$I_{x_0 \max}$, см ⁴	$i_{x_0 \max}$, см	$I_{y_0 \min}$, см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_{y_0} , см			
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,00	3,78	19,41
		10			27,33	512,59	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,00	3,82	21,45
		12			32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,00	3,90	25,50
15*	150	10	14,0	4,6	29,33	634,76	58,07	4,65	1008,56	5,86	260,97	45,34	2,98	374,00	4,07	23,02
		12			34,89	747,48	68,90	4,63	1187,86	5,83	307,09	52,32	2,97	440,00	4,15	27,39
		15			43,08	908,38	84,66	4,59	1442,60	5,79	374,17	61,96	2,95	534,00	4,27	33,82
		18			51,09	1060,08	99,86	4,56	1680,92	5,74	439,24	70,91	2,93	621,00	4,38	40,11
16	160	10	16,0	5,3	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	455,00	4,30	24,67
		11			34,42	844,21	72,44	4,95	1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	496,00	4,35	27,02
		12			37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,00	4,39	28,35
		14			43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,00	4,47	33,97
		16			49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690,00	4,55	38,52
		18			54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,00	4,63	43,01
		20			60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,00	4,70	47,44
18	180	11	16,0	5,3	38,80	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,00	4,85	30,47
		12			42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,00	4,89	33,12
		15*			52,18	1607,36	123,74	5,55	2554,99	7,00	659,73	93,11	3,56	948,00	5,01	40,96
		18*			61,99	1884,07	146,36	5,51	2992,69	6,95	775,44	106,88	3,54	1108,00	5,13	48,66
		20*			68,43	2061,11	161,07	5,49	3271,31	6,91	850,92	115,71	3,53	1210,00	5,20	53,72

Но- мер угол- ка	b_0	t , мм	R , мм	r , мм	Площадь попереч- ного се- чения, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м угол- ка, кг
						$x - x$			$x_0 - x_0$		$y_0 - y_0$			I_{xy} , см ⁴	Z_0 , см	
						I_x , см ⁴	W_{x_3} , см ³	i_x , см	$I_{x_0 \text{ ппх } }$, см ⁴	$i_{x_0 \text{ ппх } }$, см	$I_{y_0 \text{ ппн } }$, см ⁴	W_{y_0} , см ³	i_{y_0} , см			
20	200	12	18,0	6,0	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,69	3,99	1073,00	5,37	36,97
		13			50,85	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156,00	5,42	39,92
		14			54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236,00	5,46	42,80
		16			61,98	2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393,00	5,54	48,62
		18*			69,30	2620,64	182,22	6,15	4164,54	7,75	1076,74	135,48	3,94	1544,00	5,62	54,40
		20			76,54	2871,47	200,73	6,12	4560,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689,00	5,70	60,08
		24*			90,78	3350,66	236,77	6,08	5313,50	7,65	1387,73	167,74	3,91	1963,00	5,85	71,26
		25			94,29	3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028,00	5,89	74,02
		30			11,54	4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332,00	6,07	87,56
22	220	14	21,0	7,0	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655,00	5,91	47,40
		16			68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1869,00	6,02	53,83
25	25	16	24,0	8,0	78,40	4717,10	258,43	7,76	7492,10	9,78	1942,09	203,45	4,98	2775,00	6,75	61,55
		18			87,72	5247,24	288,82	7,73	8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	3089,00	6,83	68,86
		20			96,96	5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	3395,00	6,91	76,11
		22			106,12	6270,32	348,26	7,09	9961,60	9,69	2579,04	260,52	4,93	3691,00	7,00	83,31
		25			119,71	7006,39	391,72	7,65	11125,52	9,64	2887,26	287,14	4,91	4119,00	7,11	93,97
		28			133,12	7716,86	434,25	7,61	12243,84	9,59	3189,89	311,98	4,90	4527,00	7,23	104,50
		30			141,96	8176,52	462,11	7,59	12964,66	9,56	3388,98	327,82	4,89	4788,00	7,31	111,44

ГОСТ 8510- 86. Сталь горячекатаная. Уголки неравнопо- лочные



Обозначения:

B – ширина большей полки; b – ширина меньшей полки;

t – толщина полки; R – радиус внутреннего закругления;

r – радиус закругления полки;

J – момент инерции;

i – радиус инерции;

x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружных граней полки;

J_{xy} – центробежный момент инерции.

Пример условного обозначения неравнополочного уголка размерами $50 \times 50 \times 3$ мм высокой точности прокатки (А) из стали марки Ст3сп, категории 3, подгруппы 1:

$$\text{Уг олок} \frac{50 \times 50 \times 3 - А \text{ ГОСТ } 8509 - 86}{Ст3сп3 - 1 \text{ ГОСТ } 535 - 79}.$$

Но- мер угол- ка	В, мм	b, мм	t, мм	R, мм	r, мм	Площадь попереч- ного сечения, см ²	Справочные величины для осей									x ₀ , см	y ₀ , см	J _{x0} , см ⁴	Угол накло на оси, tgα	Масса 1 м угол- ка, кг		
							x-x			y-y			u-u									
							J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	J _{u min} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u min} , см							
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91		
3/2*	30	20	3			1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,0	0,43	0,427	1,12		
			4			1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46		
3,2/2	32	20	3			1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17		
			4			1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52		
4/2,5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48		
			4			2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381	1,94		
			5			3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,37		
4/3*	40	30	4			2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,26		
			5			3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,46		
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,45	1,48	1,32	0,61	0,79	0,79	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68		
			4			2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20		
5/3,2	50	32	3			5,5	1,8	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,9
			4					3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,4
5,6/3,6	56	36	4					6,0	2,0	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74
			5	4,41	13,82					3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46
6,3/4,0	63	40	4	7,0	2,3					4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25
			5			4,98	19,91			4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91
			6			5,90	23,31			5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63
			8			7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03		
6,5/5*	65	50	5			6,0	2,0	5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36
			6	6,60	27,46			6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18		
			7	7,62	31,32			7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98		
			8	8,62	35,00			7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77		

Но- мер угол- ка	В, мм	b, мм	t, мм	R, мм	r, мм	Площадь попереч- ного сечения, см ²	Справочные величины для осей									x ₀ , см	y ₀ , см	J _{x0} , см ⁴	Угол накло- на оси, tgα	Масса 1 м угол- ка, кг
							x-x			y-y			u-u							
							J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	J _{u min} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u min} , см					
7/4.5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39
7,5/5	75	60	5	8,0	2,7	6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79
			6			7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
			7*			8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
			8			9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43
8/5	80	50	5	8,0	2,7	6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,00	1,13	2,60	13,20	0,384	4,49
			6			7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92
8/6*	80	60	6			8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
			7			9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	1,53	2,52	24,01	0,546	7,39
			8			10,67	66,88	12,38	2,50	32,15	7,26	1,74	17,49	5,99	1,28	1,57	2,56	26,83	0,544	8,37
9/5,6	90	56	5,5	9,0	3,0	7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
			6			8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
			8			11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77
10/6,3	100	63	6	10,0	3,3	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7			11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
			8			12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
			10			15,47	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
10/6,5*	100	65	7			11,23	114,05	16,87	3,19	38,22	7,70	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81
			8			12,73	128,31	19,11	3,18	42,26	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99
			10			15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
11/7	110	70	6,5			11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
			8			13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93

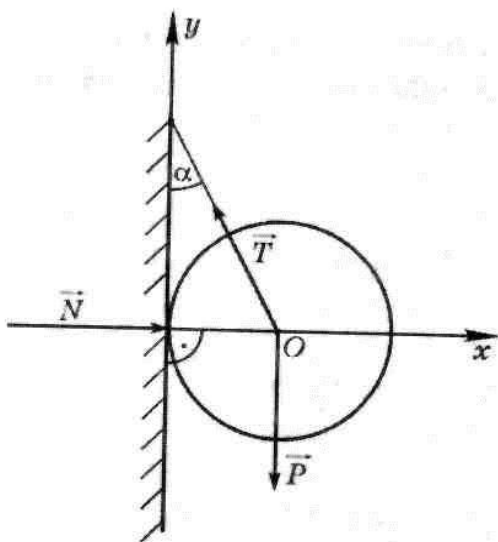
Но- мер угол- ка	В, мм	b, мм	t, мм	R, мм	r, мм	Площадь попереч- ного сечения, см ²	Справочные величины для осей									x ₀ , см	y ₀ , см	J _{xy} , см ⁴	Угол накло- на оси, tga	Масса 1 м угол- ка, кг
							x -x			y -y			u -u							
							J _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	J _{u min} , см ⁴	W _u , см ³	i _{u min} , см					
12,5/8	125	80	7	11,0	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8			15,98	225,62	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,05	84,10	0,406	12,58
			10			19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,00	0,404	15,47
			12			23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400	18,34
14/9	140	90	8	12,0	4,0	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,58	2,03	4,49	121,00	0,411	14,13
			10			22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409	17,46
16/10	160	100	9	13,0	4,3	22,87	605,97	56,04	5,19	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391	17,96
			10			25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385	27,26
18/11	180	110	10	14,0	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	267,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376	22,20
			12			33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374	26,40
20,12,5	200	125	11			34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465,00	0,392	27,37
			12			37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392	29,74
			14			43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390	34,43
			16			49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388	39,07

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОБЯЗАТЕЛЬНЫМ КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

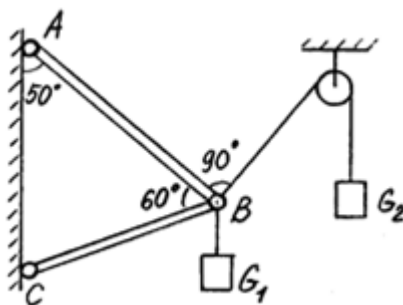
Обязательная контрольная работа №1

По темам: 1 Статика.

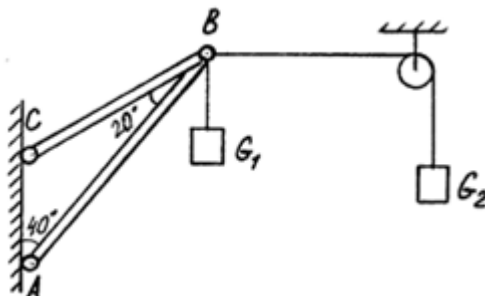
1. Дайте определение понятию «Абсолютно твердое тело».
2. Дайте определение понятию «Материальная точка».
3. Дайте определение понятию «Сходящаяся система сил»
4. Дайте определение понятию «Пара сил».
5. Дайте определение понятию «Сила». Укажите, чем характеризуется сила.
6. Дайте определение понятию «Момент силы». Запишите формулу для определения момента силы.
7. Дайте определение понятию плоская система сходящихся сил. Перечислите методы определения равнодействующей плоской системы сходящихся сил
8. Дайте определение понятию «Распределенная нагрузка». Укажите параметры равномерно распределенной нагрузки.
9. Сформулируйте первую аксиому статики (принцип инерции).
10. Сформулируйте третью аксиому статики (принцип присоединения и исключения уравновешенных сил).
11. Сформулируйте вторую аксиому статики (условие равновесия двух сил).
12. Сформулируйте четвертую аксиому статики (правило параллелограмма).
13. Решите задачу. Шар весом $P=20\text{ кН}$ подвешен на нити, другой конец которой закреплен на вертикальной стенке. Нить образует со стенкой угол $\alpha=45^\circ$. Определить силу реакции стенки и силу натяжения нити.



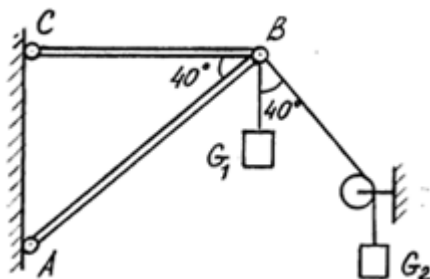
14. Определить силы в стержнях 1 и 2 для шарнирно-стержневой конструкции, нагруженной в шарнире B .



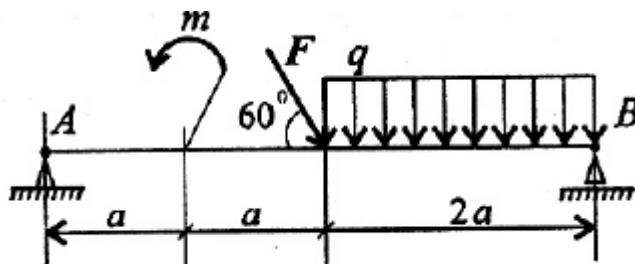
15. Определить силы в стержнях 1 и 2 для шарнирно-стержневой конструкции, нагруженной в шарнире B , если $G_1=60$ кН; $G_2=75$ кН.



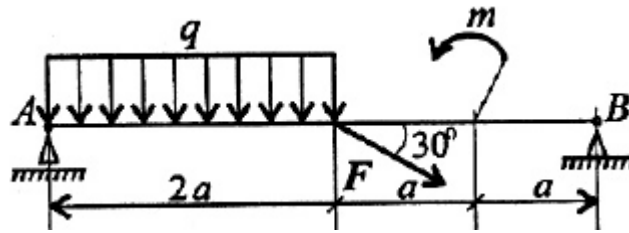
16. Определить силы в стержнях 1 и 2 для шарнирно-стержневой конструкции, нагруженной в шарнире B , если $G_1=50$ кН; $G_2=75$ кН.



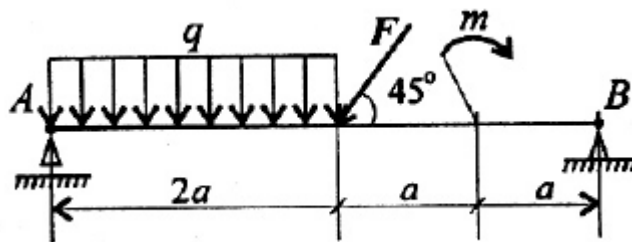
17. Определите реакции связей для балки, изображенной на рисунке $a=2$ м; $m=20$ кНм; $F=15$ кН; $q=20$ кН/м, если $G_1=50$ кН; $G_2=80$ кН.



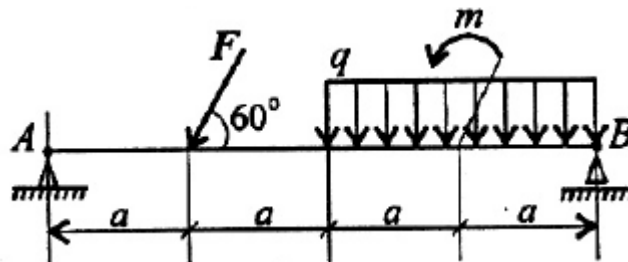
18. Определите реакции связей для балки, изображенной на рисунке
 $a=3\text{м}$; $m=20\text{кНм}$; $F=25\text{кН}$; $q=20\text{кН/м}$



19. Определите реакции связей для балки, изображенной на рисунке
 $a=2\text{м}$; $m=30\text{кНм}$; $F=20\text{кН}$; $q=20\text{кН/м}$



20. Определите реакции связей для балки, изображенной на рисунке
 $a=1\text{м}$; $m=25\text{кНм}$; $F=15\text{кН}$; $q=10\text{кН/м}$



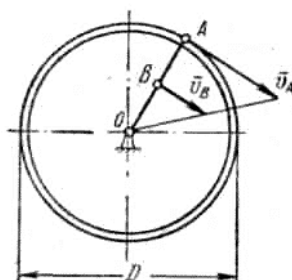
[Содержание](#)

[Назад](#)

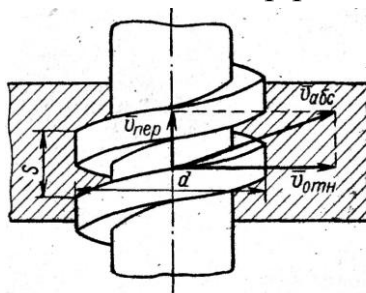
Обязательная контрольная работа №2

По темам: 1.2 «Кинематика» 1.3. «Динамика»

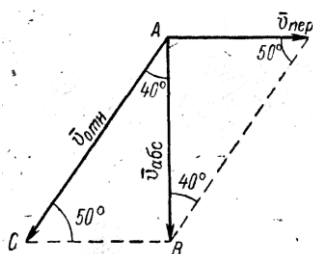
1. Дайте определение понятию «Скорость»
2. Дайте определение понятию «Ускорение»
3. Дайте определение понятию «Траектория»
4. Дайте определение понятию «Система отсчета»
5. Опишите координатный способ задания движения точки
6. Опишите естественный способ задания движения точки
7. Сформулируйте принцип Д'Аламбера.
8. Сформулируйте первую аксиому динамики
9. Запишите формулу для определения нормального ускорения. Укажите, что оно характеризует.
10. Запишите формулу для определения угловой скорости при равнопеременном вращении. Укажите, что она характеризует.
11. Запишите формулу для определения работы силы при вращательном движении тела
12. Запишите формулу для определения углового ускорения при равнопеременном вращении. Укажите, что оно характеризует.
13. Точка движется равномерно ускоренно по дуге окружности радиусом 60 м в течение 20 с. Определить полное ускорение точки в начале и конце движения, если начальная скорость $V_0 = 15$ м/с, а конечная скорость $V = 25$ м/с.
14. Тело, начиная вращаться равномерно ускоренно из состояния покоя, в первые 4 минуты делает $\varphi_{\text{об}} = 3000$ оборотов. Определить линейную скорость, касательное и нормальное ускорения точки этого тела, отстоящей от оси вращения на расстоянии 0,5 м, в момент времени $t_1 = 5$ с.
15. Вращающий момент на валу двигателя составлял $M = 200$ Н·м, частота вращения $n = 4200$ об/мин. Определить передаваемую валом мощность.
16. Точка А, лежащая на ободу шкива, движется со скоростью 60 см/сек, а точка В — со скоростью 20 см/сек; расстояние АВ = 20 см. Определить угловую скорость ω и диаметр шкива.



17. Винт входит в неподвижную гайку, делая $n = 12$ об/мин. Шаг винта $S = 10$ мм. Найти абсолютную скорость $v_{абс}$ и скорость $v_{отн}$ резьбы винта относительно резьбы гайки, если внешний диаметр резьбы винта $d = 60$ мм.

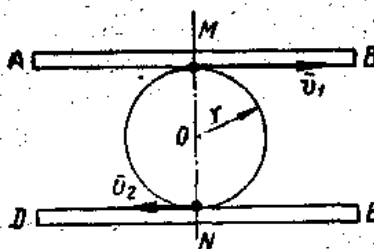


18. Отвесно падающий дождь оставляет на боковых стеклах автомобиля, движущегося по горизонтальной дороге, полосы под углом 40° к вертикали; скорость автомобиля $v_{пер} = 72$ км/ч. Определить абсолютную скорость падения дождевых капель.



19. Колесо с частотой вращения $n_0 = 150$ мин⁻¹ после выключения двигателя сделало до остановки 50 оборотов, вращаясь равнозамедленно. Определить угловое ускорение колеса и время от момента выключения до остановки двигателя.

20. Две параллельные рейки АВ и ДЕ движутся в противоположные стороны со скоростями $v_1 = 120$ см/сек и $v_2 = 20$ см/сек соответственно. Между рейками зажат диск радиуса $r = 12$ см. Точки диска, соприкасающиеся с рейками, движутся с теми же скоростями, что и рейки. Определить скорость центра диска О и его угловую скорость.



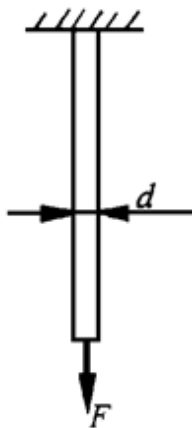
[Содержание](#)

[Назад](#)

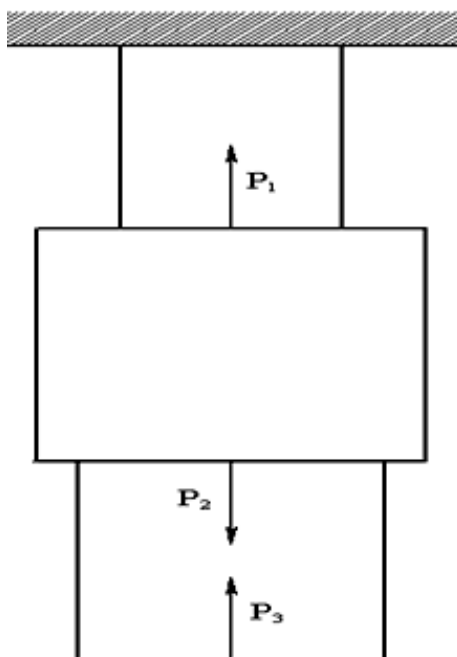
Обязательная контрольная работа №3

По темам: 2.1 «Основные положения» 2.2 «Растяжение и сжатие»

1. Дайте определение понятию «Пластичность»
2. Дайте определение понятию «Прочность»
3. Дайте определение понятию «Устойчивость»
4. Дайте определение понятию «Жесткость».
5. Приведите классификацию механических испытаний по характеру приложения нагрузки во времени
6. Дайте определение понятию «Деформация». Перечислите виды деформации.
7. Перечислите допущения о свойствах материалов
8. Приведите классификацию механических испытаний по способу приложения нагрузки
9. Раскройте сущность метода сечения внутренних силовых факторов.
10. Перечислите допущения о характере деформаций элементов конструкции
11. Перечислите механические характеристики, которые можно определить при испытании на растяжение.
12. Перечислите механические характеристики, которые можно определить при испытании на сжатие
13. Определить сечения стержня, если $[\sigma]=200\text{Мпа}$, $F=40\text{кН}$.



14. Решите задачу. Построить эпюру продольных сил и нормальных напряжений для ступенчатого стержня, нагруженного сосредоточенными силами: $A_1=50\text{см}^2$, $A_2=100\text{см}^2$, $A_3=20\text{см}^2$, $P_1=7\text{кН}$, $P_2=5\text{кН}$, $P_3=18\text{кН}$.



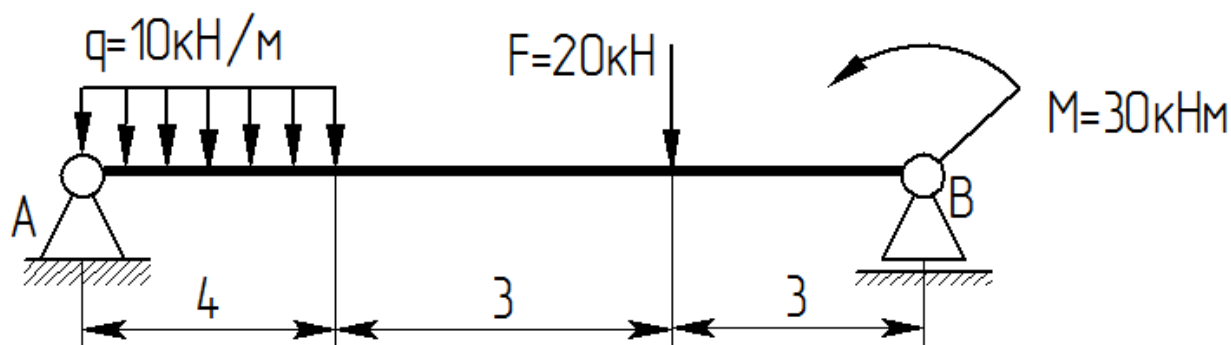
[Содержание](#)

[Назад](#)

Обязательная контрольная работа №4

По темам: 2.4 «Кручение Срез с кручением» 2.5 «Изгиб»

1. Дайте определение понятию «Кручение»
2. Дайте определение понятию «Поперечный изгиб»
3. Дайте определение понятию «Изгиб»
4. Запишите условие прочности при расчете на срез
5. Запишите формулу закона Гука при изгибе
6. Запишите формулу закона Гука при сдвиге
7. Запишите формулу закона Гука при сдвиге
8. Для балки, изображенной на рисунке:
 - 8.1. Определите реакции связей
 - 8.2. Постройте эпюру поперечных сил.
 - 8.3. Постройте эпюру изгибающих моментов.
 - 8.4. Подберите сечение в двух вариантах, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$:
 - а) сечение кольцо $c=0,75$;
 - б) сечение двутавровое
 - 8.5. Определите экономическую целесообразность сечения.



[Содержание](#)

[Назад](#)

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Назвите и сформулируйте основные аксиомы статики и следствия из них, привести примеры.
2. Дайте определения связи и ее реакции. Приведите примеры связей и обозначьте их реакции.
3. Дайте определение и охарактеризуйте пару сил. Сформулируйте основные теоремы о парах сил.
4. Дайте определение равновесию. Запишите условия равновесия для системы находящейся в плоскости и в пространстве (в общем и частных случаях).
5. Расскажите о плоской и пространственной системах произвольно расположенных сил. Сформулируйте теорему Вариньона.
6. Сформулируйте основные законы трения скольжения. Приведите формулу для расчета трения скольжения. Расскажите об угле и конусе трения.
7. Сформулируйте основные законы трения качения. Назовите отличия трения качения от трения скольжения. Приведите формулу для расчета трения качения.
8. Дайте определение центра тяжести тела. Расскажите о свойствах центра тяжести тела.
9. Опишите способы, применяемые для определения координат центра тяжести тонких пластинок.
10. Перечислите способы задания движения точки. Охарактеризуйте их.
11. Расскажите о движении точки по прямолинейной и криволинейной траектории. Приведите примеры.
12. Охарактеризуйте основные виды движения точки в зависимости от ускорения.
13. Объясните, какое движение твердого тела называется поступательным. Дайте ему характеристику.
14. Объясните, какое движение твердого тела называется вращательным. Дайте ему характеристику. Перечислите виды вращательного движения тела.
15. Расскажите о переносном, относительном и абсолютном движении точки. Сформулируйте теорему сложения скоростей и ускорений.
16. Расскажите о сложном движении твердого тела по плоскости и в пространстве.
17. Объясните, что называется мгновенным центром скоростей. Назовите способы определения мгновенного центра скоростей.
18. Назвите и сформулируйте основные аксиомы динамики.

19. Сформулируйте основные задачи динамики. Объясните, применение основных задач динамики при решении задач.
20. Сформулируйте принцип д'Аламбера, запишите формулу, раскройте его смысл.
21. Сформулируйте метод кинетостатики. Расскажите о применения метода кинетостатики при решении задач.
22. Дайте определение понятиям работа и мощность. Расскажите о работе и мощности постоянной силы при прямолинейном движении.
23. Дайте определение понятиям работа и мощность. Расскажите о работе и мощности при вращательном движении тела.
24. Сформулируйте и охарактеризуйте основные гипотезы и допущения о материале.
25. Раскройте сущность метода сечения, назовите и охарактеризуйте шесть внутренних силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях брусьев.
26. Объясните, что называется эпюрой. Приведите последовательность построения эпюр. Объясните правила построения эпюр.
27. Сформулируйте закон Гука при растяжении (сжатии) и раскройте его смысл. Дайте определение модулю продольной упругости, коэффициенту Пуассона.
28. Расскажите об испытании стального образца на растяжении. Перечислите основные механические характеристики, которые определяются при испытании стального образца на растяжение.
29. Расскажите об испытании чугунного и стального образца на сжатие. Перечислите основные механические характеристики, которые определяются при испытании на сжатие.
30. Объясните, как производятся расчеты на срез и смятие заклепочных, штифтовых и шпоночных соединений.
31. Расскажите об особенностях кручения бруса круглого поперечного сечения.
32. Сформулируйте и приведите расчетную формулу условий прочности и жесткости при кручении.
33. Объясните, какие внутренние силовые факторы возникают при изгибе, сформулируйте основные понятия и дайте им определения. Приведите классификацию видов изгиба.
34. Расскажите о правилах построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным точкам.
35. Расскажите о внутренних силовых факторах, возникающих при прямом изгибе.

36. Расскажите о геометрических характеристиках сечения при изгибе.
37. Сформулируйте основные условия жесткости. Приведите последовательность расчета на жесткость при изгибе.
38. Назовите и дайте характеристику основным критериям прочности.
39. Расскажите об устойчивости сжатых стержней.
40. Расскажите об условиях устойчивости, коэффициенте запаса устойчивости сжатых стержней.
41. Приведите классифицию машин и механизмов.
42. Перечислите и дайте характеристику основным требованиям, предъявляемым к деталям машин.
43. Приведите классификацию и сравнительную характеристику механическим передачам.
44. Назовите область применения, достоинства и недостатки фрикционных передач. Приведите их классификацию и опишите устройство.
45. Назовите область применения, достоинства и недостатки зубчатых передач. Приведите их классификацию.
46. Перечислите и охарактеризуйте методы изготовления зубчатых колес.
47. Назовите основные геометрические кинематические соотношения цилиндрических передач.
48. Назовите основные геометрические кинематические соотношения конических передач.
49. Перечислите и опишите виды разрушения зубьев зубчатых колес. Назовите причины возникновения разрушения.
50. Объясните, какие силы возникают в зацеплении цилиндрических и конических передач, в какую сторону они направлены, и по каким формулам они рассчитываются.
51. Назовите область применения, достоинства и недостатки передачи винт-гайка. Приведите их классификацию и опишите устройство.
52. Назовите область применения, достоинства и недостатки червячных передач. Приведите их классификацию и опишите устройство. Перечислите силы, возникающие в зацеплении червячных передач.
53. Назовите область применения, достоинства и недостатки цепных передач. Приведите их классификацию и опишите устройство.
54. Назовите область применения, достоинства и недостатки ременных передач. Приведите их классификацию и опишите устройство.
55. Назовите назначение осей и валов, приведите их классификацию.
56. Назовите назначение и опишите устройство подшипника скольжения. Перечислите виды их разрушения и основные критерии работоспособности.
57. Приведите классификацию и порядок маркировки подшипников качения.

58. Приведите классификацию и область применения корпусных деталей, направляющих устройств, устройств для смазывания и уплотнения.
59. Приведите классификацию и дайте сравнительную характеристику основным видам муфт.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аркуша, А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов / А.И. Аркуша – М.: Высш.шк., 2003. – 352с.: ил.
2. Олофинская, В.П. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: учебное пособие / В.П. Олофинская– М.: ФОРУМ: ИНФРВ-М, 2003 – 349с.: ил.
3. Олофинская, В.П. Детали машин. Краткий курс и тестовые задания: учебное пособие / В.П. Олофинская –М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2010. – 208с.
4. Куклин, Н.Г. Детали машин / Н.Г Куклин, Г.С. Куклина, В.К. Житков – М.: Высш.шк., 2007.
5. Эрдеди, А.А. Детали машин. / А.А. Эрдеди, Н.А. Эрдеди. –М.: Издательский центр «Академия», 2012. – 288с.

[Содержание](#)

ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ

Анкета по учебной дисциплине «Техническая механика»

1. Данная тема была мне
 - а) интересна;*
 - б) не интересна;*
2. Материал лекции при изучении данной темы мне был
 - а) понятен;*
 - б) не понятен;*
3. Материал лекции был мной усвоен:
 - а) весь;*
 - б) частично;*
 - в) ничего не понятно.*
4. Считаю, что знания, полученные при изучении данной темы, понадобятся мне:
 - а) в курсовом/дипломном проекте;*
 - б) в трудовой деятельности;*
 - в) для общего развития;*
 - г) эти знания мне никогда не пригодятся;*
 - д) другое (укажите).*
5. При изучении учебного материала темы мое настроение стало
 - а) хуже;*
 - б) лучше.*

Содержание